S-ES-B

Library of the Museum

OF

COMPARATIVE ZOÖLOGY,

AT HARVARD COLLEGE, CAMBRIDGE, MASS.

Founded by private subscription, in 1861.

L. de Koninck's library

No. 159

NOUVEAUX
MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES ET BELLES-LETTRES
DE BRUXELLES.

ACA
0150

3762
11-19

NOUVEAUX
MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES ET BELLES-LETTRES
DE
BRUXELLES.

TOME II.

BRUXELLES,
P. J. DE MAT, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE
ET DE L'UNIVERSITÉ DE LOUVAIN.

1822.

TABLE

DES

MATIÈRES CONTENUES DANS CE VOLUME.

Réglement pour l'Académie........................ page I — 8.
Liste des Académiciens........................ page I — 2.
Journal des séances........................ page i — LXXIX.
Rapport de l'état des travaux et des opérations de l'Académie, par M. Dewez, secrétaire perpétuel....... page i — LXIV.

MÉMOIRES DE LA CLASSE DES SCIENCES.

Mémoire sur la pression qu'un même corps exerce sur plusieurs appuis à la fois, par le Commandeur de Nieuport........................ page I.
Mémoire sur la métaphysique du principe de la différentiation, par le même........................ page 45.
Mémoire sur une formule générale pour déterminer la surface d'un polygone formé sur une sphère par des arcs de grands ou de petits cercles disposés entre eux d'une manière quelconque, par M. Quetelet......... page 103.
Mémoire sur une nouvelle théorie des sections coniques considérées dans le solide, par le même......... page 120.
Dissertation sur les traps stratiformes, par M. Kickx. page 155.
Mémoire sur quelques propriétés remarquables de la focale parabolique, par M. Dandelin................ page 169.

MÉMOIRES DE LA CLASSE D'HISTOIRE.

Second Mémoire sur la législation des Gaules, par M. Raepsaet. . . . . page 203.

Mémoire dans lequel on examine quelle peut être la situation des différens endroits de l'ancienne Belgique, devenus célèbres dans les Commentaires de César par les événemens mémorables qui s'y sont passés, par M. Dewez. page 233.

Mémoire sur cette question : *A quelle époque les comtes et les ducs sont-ils devenus héréditaires dans la Belgique?* par le même. . . . . page 267.

Mémoire sur cette question : *A quel titre Baudouin, surnommé Bras-de-Fer, premier comte de Flandre, a-t-il gouverné cette province? Est-ce comme comte héréditaire, ou comme usurpateur?* par le même. . . . . page 279.

Recherches sur la découverte du charbon de terre dans la ci-devant principauté de Liége ; vers quel temps et par qui elle fut faite, par M. le baron de Villenfagne d'Ingihoul. . . . . page 289.

Extraits des observations météorologiques faites à Bruxelles, par M. Kickx. . . . . page 298.

Relation d'un voyage fait à la *Grotte de Han*, au mois d'août 1822, par MM. Kickx et Quetelet. . . . . page 315.

RÉGLEMENT

POUR

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES DE BRUXELLES.

ARTICLE PREMIER.

L'Académie des Sciences et Belles-Lettres, fondée à Bruxelles par l'Impératrice Marie-Thérèse, *de glorieuse mémoire, et rétablie par arrêté de Sa Majesté du* 7 *mai* 1816, *n°* 90, *prendra le titre d'*Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres.

ART. 2.

Le Roi est protecteur de l'Académie.

ART. 3.

L'Académie sera composée de 60 *Académiciens, dont* 12 *honoraires et* 48 *ordinaires* (1).

ART. 4.

Les honoraires seront tous d'une condition distinguée par leur naissance ou par leurs emplois, et recommandables par leurs connaissances et par leur zèle pour le progrès des bonnes études. Deux d'entr'eux pourront être étrangers.

---

(1) *Par résolution de l'Académie, prise à la séance du* 1er *avril* 1822, *il a été arrêté qu'il y aura* 32 *membres pour la classe des sciences, et* 16 *pour celle d'histoire.*

Art. 5.

Dix-huit places d'Académiciens ordinaires devront nécessairement être remplies par des gens de lettres, domiciliés à Bruxelles, et le Directeur, ainsi que le Secrétaire de l'Académie, seront tirés de ce nombre. Dix-huit autres places pourront être données à des sujets demeurant dans toutes les provinces du Royaume, et pour le surplus, on pourra faire choix de savans étrangers (1).

Art. 6.

Lorsqu'il s'agira de remplir une ou plusieurs places d'Académiciens, devenues vacantes, ceux qui seront proposés dans une assemblée, ne pourront être choisis que dans l'assemblée suivante. L'élection se fera par la voie du scrutin à la pluralité des voix des membres présens, et le Président en rendra compte au Commissaire-Général de l'instruction, des arts et des sciences, pour obtenir l'agrément de Sa Majesté.

Art. 7.

L'Académie ne pourra proposer pour les places d'Académiciens ordinaires, que des sujets connus avantageusement par leurs talens distingués et par leur savoir, et estimables d'ailleurs par leurs bonnes mœurs et probité. Il est de nécessité qu'ils aient publié un ouvrage ou offert un mémoire à l'Académie.

Art. 8.

L'Académie s'assemblera une fois chaque mois. Le Président fixera à chaque assemblée le jour du mois suivant destiné à la prochaine assemblée.

---

(1) *Ces articles ne parlent point textuellement de membres* correspondans. *Mais Sa Majesté, par son rescrit du* 18 *octobre* 1821, *ayant approuvé la nomination faite par l'Académie, de MM.* le Normand *et* de Moléon, *Français, résidant à Paris, a ainsi autorisé la nomination de membres de cette catégorie. Voyez le Journal des Séances du* 3 *novembre* 1821, *p.* lxxvj.

ART. 9.

L'assemblée commencera ordinairement à dix heures du matin; mais il dépendra du Président de la faire tenir de meilleure heure, de l'étendre pendant la matinée, de la faire continuer l'après-dîner, et au besoin de la reprendre même le lendemain, selon que pourront le demander la nature, l'objet et le nombre d'affaires, qu'on aura à y traiter.

ART. 10.

Tous les ans le 7 mai, anniversaire de la restauration de l'Académie, on tiendra une assemblée extraordinaire, où l'on proclamera les auteurs des mémoires ou dissertations, auxquels un des quatre prix à distribuer par l'Académie, dont deux pour la classe des sciences, et deux pour celle des belles-lettres, aura été adjugé par elle. On déterminera ensuite les sujets des questions à proposer pour l'année suivante, et l'on finira la séance par la lecture d'un ou plusieurs ouvrages, sortis de la plume des Académiciens.

ART. 11.

L'Académie vaquera depuis la fin du mois de mai jusqu'à la fin du mois d'août (1).

ART. 12.

Les Académiciens ordinaires, établis à Bruxelles, assisteront à toutes les assemblées, à moins qu'ils n'aient quelque empêchement légitime, dont, dans ce cas, ils devront informer le Président, ou en son absence, le Directeur; quant aux honoraires, ils seront toujours invités à s'y rendre pareillement.

ART. 13.

Les Académiciens ordinaires, non-résidans à Bruxelles, mais domiciliés dans le Royaume, se rendront chaque année

---

(1) *Voyez le Journal des Séances, du 7 mai* 1819, *p.* XLIIJ.

au moins à quatre assemblées, et dans le cas, où ils en seront empêchés pour cause légitime, ils en informeront également et d'avance le Président, et en l'absence de celui-ci, le Directeur.

ART. 14.

L'Académie aura pour objet dans ses recherches et son travail, les sciences et les belles-lettres, et particulièrement les mathématiques et la physique, ainsi que la littérature ancienne et l'histoire naturelle, civile et littéraire des Pays-Bas.

ART. 15.

Les mémoires et dissertations que les Académiciens remettront à l'assemblée, seront lus dans les séances de la Compagnie. Les membres ordinaires sont invités à produire tous les ans au moins un mémoire, dissertation ou autre ouvrage, et ceux qui, pour raison légitime, ne pourraient pas se rendre aux assemblées, adresseront leurs productions au Secrétaire de l'Académie, qui en fera la lecture dans l'une ou l'autre séance.

ART. 16.

Dans les assemblées où se fera la lecture des ouvrages des Académiciens, chaque membre pourra proposer ses remarques et ses doutes ou objections et demander à l'auteur les éclaircissemens, dont l'une ou l'autre partie de l'ouvrage lui paraîtra être susceptible; les auteurs de leur côté, auront également droit de demander à leurs collègues le secours de leurs lumières et de leurs connaissances, sur les objets qu'ils se proposent de traiter, et tous les Académiciens se porteront avec empressement et complaisance à cette communication mutuelle de notions et de lumières.

ART. 17.

Tous les écrits que les Académiciens apporteront aux assemblées, seront laissés par eux en mains du Secrétaire, et l'Académie ne pourra les rendre publics par l'impression, que du consentement des auteurs.

ART. 18.

Comme les sciences et les belles-lettres présentent également des points et des faits, sur lesquels les savans et les auteurs les plus célèbres pensent différemment, l'Académie n'adoptera sur les objets de cette espèce, aucune opinion déterminée et laissera à ses membres une entière liberté de sentiment, bien entendu pour autant qu'il n'y entre rien de contraire aux convenances et aux lois de l'État.

ART. 19.

L'Académie examinera, lorsque le Gouvernement l'ordonne, les projets qui regardent de nouvelles fabriques, manufactures, machines, ou la perfection de quelque art utile, et elle s'expliquera en même tems, sur le genre et l'étendue des avantages qui pourront dériver de l'exécution de ces projets.

ART. 20.

L'Académie pourra nommer, quand elle le jugera convenable, sous l'approbation du Gouvernement, un ou plusieurs de ses membres, pour faire un voyage littéraire dans les Pays-Bas, et leur donnera des instructions sur les objets, dont ils auront principalement à s'occuper pendant leur tournée.

ART. 21.

Comme il importe que l'Académie soit en relation avec les savans, tant étrangers que nationaux, afin de profiter par ce moyen de leurs lumières et de leurs découvertes, elle aura soin d'établir et d'entretenir cette correspondance, par la voie tant du Secrétaire que de ses autres membres, et ceux desdits savans qui se seront livrés avec le plus de zèle à ce commerce littéraire, auront, s'ils se présentent, la préférence dans les élections pour les places d'Académiciens.

ART. 22.

La correspondance générale proprement dite se tiendra par

le Secrétaire perpétuel de l'Académie, comme étant l'organe et l'interprète naturel de cette Compagnie.

ART. 23.

Le Président, qui sera nommé par Sa Majesté, aura la direction générale de l'Académie ; il présidera à toutes les assemblées, où il aura la première voix et séance ; il fera délibérer sur les différentes matières, qui sont du ressort de l'Académie, recueillera les opinions des membres de cette Compagnie, selon l'ordre et l'ancienneté de leur admission et prononcera les résolutions à la pluralité des voix. Il fera observer tous les articles du présent réglement, tiendra particulièrement la main à ce que dans les assemblées tout se passe avec ordre et décence, et rendra compte au Commissaire-Général, tous les mois, de l'état de l'Académie, de ses progrès, de ses besoins, en l'informant au surplus, nommément, de ceux des membres qui se seront le plus distingués.

ART. 24.

Le Directeur sera choisi tous les ans, à la pluralité des voix des Académiciens présens. Il présidera aux assemblées de l'Académie, en l'absence du Président, et aura la première voix et séance après lui, pendant l'année où il sera Directeur.

ART. 25.

Pour remplir la place de Secrétaire, l'assemblée élira à la pluralité des voix des Académiciens présens, un sujet, qu'elle proposera au Commissaire-Général pour en avoir l'agrément de Sa Majesté.

ART. 26.

Le Secrétaire sera perpétuel, et aura voix et séance suivant l'ordre de son admission ; il tiendra registre des délibérations, signera les résolutions, délivrera les certificats d'approbation et autres donnés par l'Académie ; recevra les mémoires et lettres adressés à elle, et y fera les réponses, et lorsque par ma-

ladie ou autre empêchement légitime, il ne pourra pas assister aux assemblées, il pourra commettre, avec l'agrément du Président, tel autre membre de l'Académie, qu'il jugera à propos, pour tenir en sa place le registre.

ART. 27.

Les registres, titres et papiers, concernant l'Académie demeureront toujours entre les mains du Secrétaire, à qui ils seront remis, accompagnés d'un inventaire, que le Président fera rédiger et qu'il signera à la fin de chaque année; au surplus le Président fera aussi tous les ans le récolement des pièces, qui seront annotées dans ces inventaires, dans lequel il fera insérer, en même tems, tout ce qui sera présenté durant l'année.

ART. 28.

Aucun des Académiciens ne pourra concourir pour les prix que la munificence de Sa Majesté a fondés en faveur de ceux qui, au jugement de la Compagnie, auront satisfait le mieux aux questions proposées; au surplus aucun des membres ne pourra donner des instructions à ceux qui concourront pour les mêmes prix.

ART. 29.

Les mémoires ou dissertations qu'on destine au concours, devront être écrits en caractères lisibles, en langue latine, française et hollandaise ou flamande, et être adressés au Secrétaire de l'Académie, avant le premier février; on les accompagnera d'un billet cacheté, portant le nom, les qualités et la demeure de l'auteur, et la même devise ou sentence, qui aura été mise à la tête du mémoire, devra se trouver aussi sur l'enveloppe.

ART. 30.

On exclura du concours les mémoires dont les auteurs se seront fait connaître de manière ou d'autre, et on ne couronnera pas non plus ceux qui, ayant déjà remporté trois prix

sur des sujets tirés d'une même science, écriraient sur une quatrième question, qui y serait également relative (1).

Art. 31.

Les Académiciens qui auront donné les programmes des questions proposées pour les prix annuels, seront les premiers examinateurs des ouvrages qui auront concouru, et ils en feront un rapport détaillé et par écrit, qui sera lu dans une séance de l'Académie, et exposé avec ces ouvrages, jusqu'à l'assemblée du 7 mai, à l'examen et aux observations de tous les membres, afin que les prix soient adjugés en entière connaissance de cause à la pluralité des voix de tous les Académiciens présens; on pourra aussi accorder un accessit, *à un second mémoire, qui au jugement de la Compagnie, aura mérité cette distinction, et si aucun des mémoires présentés ne remplit les vues de l'assemblée, le prix pourra être remis à une autre année.*

Art. 32.

Lorsqu'il paraîtra nécessaire ou convenable de faire quelque changement ou addition au présent réglement, son objet, après mûre délibération de l'assemblée, sera porté par le Président à la connaissance du Commissaire-Général, qui le proposera à Sa Majesté.

Approuvé par Arrêté Royal du 3 *juillet* 1816.

Le Secrétaire d'État,

(Signé) A. R. Falck.

---

(1) *Sa Majesté, par arrêté royal du* 8 *juin* 1822, *a rapporté la disposition de cet article, relative aux auteurs qui auraient remporté trois prix. Ils peuvent conséquemment concourir désormais pour les autres questions qui pourraient être proposées sur la même science.*

LISTE DES MEMBRES
DE L'ACADÉMIE,
ORDINAIRES, HONORAIRES ET CORRESPONDANS.

PROTECTEUR.

LE ROI.

PRÉSIDENT.

Le Prince de Gavre, membre honoraire.

MEMBRES ORDINAIRES.

MM.

Le Commandeur de Nieuport (C. F.). . . à *Bruxelles.*
Dewez (L. D. J.), Secrétaire perpétuel. . . *Idem.*
Van Wyn (H.). . . . . *La Haye.*
Van Swinden (J. H.). . . . . *Amsterdam.*
Raepsaet (J. J.). . . . . *Audenaerde.*
Le Baron de Villenfagne d'Ingihoul. . . *Liége.*
Lambrechtsen (N. C.). . . . . *Middelbourg.*
Van Hulthem (Ch.) . . . . *Bruxelles.*
Sentelet (J. F.). . . . . *Louvain.*
Tydeman (M.). . . . . *Leyde.*
De Bast (M. J.). . . . . *Gand.*
Van Marum (M.). . . . . *Harlem.*
Isfridus Thys. . . . . *Anvers.*
Van Lennep (D. J.). . . . . *Amsterdam.*
Cornélissen (N.). . . . . *Gand.*
Vrolik (G.). . . . . *Amsterdam.*
Minkelers (J. P.). . . . . *Maestricht.*
Van Heusde (P. W.). . . . . *Utrecht.*
Kemper (J. M.). . . . . *Leyde.*

Van Mons (J. B.). . . . . *à Louvain.*
Kesteloot. . . . . *Gand.*
Wauters (A. W.). . . . . *Idem.*
Le Baron de Geer (J. W. L.) . *Jutfaas près d'Utrecht.*
Thiry. . . . . *Bruxelles.*
D'Omalius (J. J.). . . . . *Namur.*
Harbaur.
De Launay. . . . . *Vienne.*
Bévy. . . . . *Paris.*
Kickx (J.). . . . . *Bruxelles.*
Meyer (J. D.). . . . . *Amsterdam.*
Van Utenhove (J. M. C.). . . . . *Jutfaas.*
Garnier (J. G.). . . . . *Gand.*
Quetelet (A.). . . . . *Bruxelles.*
Dandelin. *Gand.*

MEMBRES HONORAIRES.

MM.

Le Duc d'Ursel. . . . . *Bruxelles.*
Le Baron Van der Cappellen. . . . . . . *Batavia.*
Le Chevalier de Coninck.
Le Baron de Keverberg de Kessel.
Le Baron Van Tuyll Van Serooskerken
Van Zuylen. . . . . *Zuylen près d'Utrecht.*
Le Baron Lampsins. . . . . *La Haye.*
Repelaer Van Driel (O.). . . . . *Bruxelles.*
Falck (A. R.).

MEMBRES CORRESPONDANS.

MM.

Le Normand (L. Seb.). . . . . *Paris.*
De Moléon (S. G. V.). . . . . *Idem.*
De la Fontaine. . . . . *Luxembourg.*
Wyttembach. . . . . *Trèves.*
Muller. . . . . *Idem.*

JOURNAL DES SÉANCES,

DEPUIS LE LUNDI 18 NOVEMBRE 1816 JUSQU'AU 4 FÉVRIER 1821.

SÉANCE DU 18 NOVEMBRE 1816.

Ce jour a été consacré à l'installation de l'Académie, rétablie par l'arrêté de S. M. le Roi des Pays-Bas, GUILLAUME I, du 7 mai 1816, et elle a tenu aujourd'hui sa première séance. En conséquence, les membres nommés par l'arrêté royal du 3 juin suivant, ayant été convoqués par Mr le Président, Baron de Feltz, nommé à cette fonction par le même arrêté du 7 mai, se sont rendus à dix heures du matin dans la salle du Musée, attenante à la bibliothéque publique, et qui avait été provisoirement préparée à cet effet.

MM. le Commandeur de Nieuport et Sentelet furent nommés par Mr le Président pour recevoir et introduire dans la salle S. E. Monsieur Repelaer Van Driel, Commissaire général de l'instruction publique, des arts et des sciences, chargé par S. M. d'installer l'Académie et d'ouvrir la séance.

A onze heures, S. E., conduite par les deux membres ci-dessus nommés, est entrée dans la salle.

Tout le monde ayant pris place, S. E. a remis à Mr le Président les deux arrêtés royaux du 7 mai et du 3 juin derniers, l'un portant le rétablissement, et l'autre, l'organisation de l'Académie.

M. Van Hulthem, nommé secrétaire provisoire par le premier de ces arrêtés, a donné lecture de l'un et de l'autre.

Ensuite Mr le Commissaire général ayant pris la parole, a dit :

MONSIEUR LE PRÉSIDENT,

MESSIEURS LES MEMBRES DE L'ACADÉMIE,

La lecture qui vient d'être faite des deux arrêtés de Sa Majesté relatifs au rétablissement de l'Académie royale des sciences et belles-lettres, donne assez à connaître, les vues bienfaisantes du Roi.

Mes discours, je le sais, ne sont point nécessaires pour vous exciter, Messieurs, à y répondre, et à les remplir, mais le rétablissement même de cette illustre société littéraire, est un événement trop remarquable, pour ne pas faire naître quelques réflexions.

Vos regards, Messieurs, se reportent en ce moment avec les miens, vers l'époque, où une Princesse, justement chérie et révérée, créa l'Académie royale et impériale de Bruxelles.

Déjà le Comte de Cobenzl, ministre plénipotentiaire de l'impératrice Marie-Thérèse, aux Pays-Bas, en avait jeté les fondemens, en procurant l'érection de la société littéraire, qui fut le berceau de l'Académie.

Destinée à faire réfleurir les lettres, dont la culture avait peut-être été trop négligée aux Pays-Bas, la nouvelle Académie, par ses travaux assidus, par ses recherches multipliées, par la publication d'un grand nombre de mémoires intéressans et précieux, se rendit digne de l'espoir qu'elle avait fait naître.

Aurais-je besoin, Messieurs, de vous rappeler ici les noms des hommes distingués par leurs qualités et leurs talens, qu'elle compta parmi ses membres ?

Faudrait-il vous citer cet illustre Prélat, le respectable et savant Évêque d'Anvers, que je vois au nombre de ses premiers fondateurs ; ou cet infatigable écrivain, l'estimable Des Roches, qu'une mort prématurée enleva à ses laborieuses recherches sur l'histoire nationale ? Mais ce serait abuser de votre patience que de vous retracer les mérites de ceux dont les noms sont inscrits au temple de mémoire.

Poursuivant ses utiles travaux, l'Académie ne les interrompit qu'au moment où le torrent de la révolution, qui engloutissait toutes les institutions religieuses, civiles ou littéraires, amena aussi la dissolution de cette société.

Des tems plus calmes ne lui rendirent point l'existence. Il n'entrait point dans les vues de l'homme tout-puissant qui voulut tout concentrer, afin que de lui-même, comme d'un point central, partissent les seuls rayons, destinés désormais à éclairer l'obscurité du globe; il n'entrait point dans ses vues, dis-je, de rétablir hors de la capitale du grand-empire une société littéraire, faite pour répandre la lumière. C'est à notre auguste Souverain, qu'était réservé la gloire de cette restauration.

Protecteur éclairé des lettres, la paix, fruit des plus brillantes victoires, n'a pas plutôt assuré le sort du royaume, qu'il s'occupe de faire revivre l'enseignement, de faire réfleurir les sciences.

C'est à sa voix que les universités s'élèvent; c'est sous ses auspices que les savans se réunissent : les anciens membres de cette respectable société qui ont survécu à ses désastres pour être témoins de son rétablissement, jadis distingués en membres régnicoles, et en savans étrangers, se retrouvent enfans d'une même patrie. Déjà un lien puissant les unissait, l'amour des sciences et de la vérité. Ce lien aujourd'hui, resserré encore par l'amour commun du Roi et de la patrie, devenu l'ame de cette assemblée, et enflammant tous les membres, animera tous les efforts, et produira les plus heureux résultats.

Vos mérites, Messieurs, je ne crains pas de le dire, et vos talens en sont un sûr garant.

Pleins de la plus noble ambition, vous justifierez aux yeux de la postérité le choix de Sa Majesté et vous remplirez ses vues en illustrant votre nom.

Et vous, Monsieur, que le Roi a daigné honorer de sa confiance, en vous plaçant comme Président à la tête de l'Académie, puisse-t-elle, sous votre direction, renaître plus éclatante que jamais !

Pour moi, Messieurs, vous me trouverez toujours prêt, tant qu'il dépendra de moi, à seconder votre zèle, et à contribuer de toutes mes

forces à augmenter l'éclat de l'illustre société, qu'au nom du Roi j'ai l'honneur de réinstaller à cet instant.

Ce jour, déjà consacré aux souvenirs, sera désormais doublement mémorable ; l'anniversaire d'une Reine aimée et respectée, et si digne de l'être, nous rappelera encore celui de la munificence royale, qui rend à l'existence une institution nationale. Puissent les vœux, que nous formons à une si belle époque, pour la prolongation des jours et le bonheur de cette vertueuse Princesse être exaucés, et se répéter de même pendant une longue suite d'années.

Monsieur le Président a répondu :

MONSIEUR,

En rétablissant l'Académie des sciences et belles-lettres de Bruxelles, fondée par la grande Princesse, dont le Roi s'est plu à rappeler l'immortelle mémoire dans son arrêté du 7 mai dernier, et à qui Votre Excellence vient de rendre un nouvel hommage, Sa Majesté donne une preuve signalée de la protection qu'elle accorde aux lettres, et de l'amour paternel qu'elle porte aux sujets de son royaume. Quel bienfait du pouvoir souverain, que celui d'institutions littéraires, qui rassemblent et préparent tant de douceurs dans la prospérité, tant de consolations dans l'adversité! Les consolations sont devenues un premier besoin pour la grande majorité des contemporains d'une tempête politique, la plus effroyable dont les annales du monde aient conservé le souvenir ; cette tempête, dont le vandalisme a renversé tant d'institutions de nos pères, a dispersé l'Académie, a interrompu ses utiles travaux, au moment même, où elle s'occupait avec la plus de fruit de recherches intéressantes sur les monumens de l'histoire nationale ; sur les sources de la prospérité de la nation.

Votre Excellence ne voit dans cette assemblée qu'un bien petit nombre des membres qui la composaient lors de sa dispersion, mais elle y retrouve des hommes exercés dans les hautes sciences, dans la littérature ancienne, dans l'histoire, dans les études de la nature ; les provinces septentrionales ont fourni, dès le commencement de la fondation de l'Académie, alors étrangères pour elle, des membres distingués dans toutes les branches des sciences et des lettres dont elle est appelée à s'occuper ; ceux qui vien-

nent d'être associés aux premiers, n'ont pas moins de titres aux palmes littéraires. Rivalisant avec eux dans une douce harmonie, les gens de lettres des provinces méridionales de la Belgique, ne négligeront rien, pour répondre à ce que la patrie est en droit d'attendre d'eux. Les efforts réunis des uns et des autres, porteront, (il faut l'espérer), quelqu'empressement dans l'étranger à nous communiquer les productions des sociétés savantes, à prendre part à nos travaux. L'Académie comptait jadis aux nombres de ses associés, et de ses correspondans étrangers des savans de la plus haute réputation; puisse-t-il s'en trouver encore qui conçoivent l'honorable désir d'orner notre liste.

Durant la mémorable tourmente du déplacement des hommes et des choses, nous avons perdus plusieurs membres régnicoles et étrangers dignes de tous nos regrets, nous tâcherons de marcher sur leurs traces, et rendrons souvent hommages à leur mémoire, en relisant leurs écrits.

Les lettres ont besoin d'une protection soutenue, c'est par votre intermédiaire, Monsieur, que l'Académie se flatte d'obtenir des encouragemens successifs de la munificence du Roi: elle ne négligera rien pour que dans les rapports que Votre Excellence sera dans le cas de faire à Sa Majesté sur ses travaux, il ne puisse y avoir matière à relever que du zèle, de la concorde, le véritable amour des sciences, un ardent enthousiasme pour tout ce qui peut concourir à la gloire et à la prospérité des peuples dont l'heureuse réunion compose aujourd'hui le royaume des Pays-Bas, peuples renommés dans tous les âges par la gloire des armes, par les arts, par des découvertes importantes, par d'éclatans succés dans les entreprises commerciales étendues aux deux pôles, par l'industrie manufacturière, enfin, par la perfection dans l'agriculture, source première de toute richesse solide.

Que ne doit-on pas attendre encore d'un tel concours d'activité et de moyens sous le gouvernement d'une dynastie féconde en grands hommes, qui nous offre aujourd'hui l'heureux accord de toutes les vertus sur le trône; un Roi consacrant sans relâche sa vie entière aux plus profondes méditations sur les moyens d'accroître la prospérité nationale; une Reine aimable, dont aujourd'hui même on célèbre la fête, qui, au milieu des soins touchans qu'elle donne à ses augustes enfans, cultive avec le plus brillant succès l'art précieux de tracer sur la toile, à l'aide du pinceau, les effets que la plume de l'histoire transmet à la postérité; un jeune héros dont la rare valeur

et la précoce expérience, n'ont pas peu contribué dans les champs de Waterloo, comme sur les bords de l'Ebre, à fonder et à consolider ce nouvel état, composé de plusieurs peuples réunis, qu'une longue suite d'années avait malheureusement séparés; un Prince plus jeune encore, dont l'application assidue aux délibérations du conseil d'état, à l'étude de l'art de la guerre, à la recherche des plus utiles connaissances, promet à la nation l'accord des talens de l'homme d'état et du guerrier.

C'est à Richelieu que l'académie française doit son institution : depuis plus d'un siècle son éloge se prononce chaque année à côté de celui du glorieux fondateur; l'Académie de Bruxelles rendra le même tribut à Votre Excellence, elle placera votre intervention éclairée et l'appui qu'elle attend de vous, Monsieur, près du trône, à côté de la noble pensée qui a porté le Roi à se déclarer son restaurateur et son protecteur.

Quant à moi, Monsieur, à qui Votre Excellence a la bonté d'adresser des choses si flatteuses, je ne puis les attribuer qu'à cette extrême indulgence toujours compagne du vrai mérite; à cette bienveillance générale, dont j'ai recueilli tant de témoignages honorables dans les provinces septentrionales, pendant que j'avais l'honneur d'y être en mission de la part de la cour impériale de Vienne; je sens, comme je le dois, tout le prix du choix, que le roi a daigné faire de moi, pour avoir l'honneur de présider l'Académie. En qualité d'un de ses anciens membres, je n'avais que de bien faibles titres à être associé à cette illustre compagnie : je n'ai dû dans le tems cette distinction, qu'au poste que j'occupais alors, de Secrétaire d'état pour le gouvernement général des Pays-Bas Autrichiens. Aujourd'hui, que courbé sous le poids des années et des adversités, je suis bien moins propre encore à aider mes respectables collègues de mon travail, je ne pourrais me rendre digne du choix de Sa Majesté, qu'en répétant à l'Académie, si jamais il en était besoin, les obligations que notre restauration nous impose envers la couronne et envers notre commune patrie.

Son Excellence s'est ensuite levée et a été reconduite avec le même cérémonial.

Les deux membres qui l'avaient accompagnée, étant rentrés dans la salle, le Secrétaire a donné lecture du réglement pour l'Académie, approuvé par arrêté royal du 3 juillet 1816.

Le Secrétaire a informé l'Académie qu'ayant recueilli les papiers de l'Académie trouvés à la maison de M. l'abbé Mann, dernier Secrétaire, après son départ en 1794, portés depuis dans une des salles basses de l'ancienne cour, et actuellement déposés au cabinet des manuscrits de la bibliothéque publique, il y a retrouvé à-peu-près tous les papiers, à l'exception de ceux qui étaient restés à la maison de M. Des Roches, prédécesseur de M. Mann, ainsi que des mémoires destinés à être insérés au 6e volume du recueil de l'Académie, et que M. Mann a déposés aux archives impériales à Vienne. M. le Président a bien voulu se charger de réclamer ces mémoires auprès de la cour d'Autriche pour faire partie de la collection qui doit être publiée.

M. Raepsaet a remis sur le bureau une note sur la découverte d'encaquer le hareng, faite par Guillaume Beukels, pilote de Biervliet en Flandre. On en a renvoyé la lecture à une séance prochaine.

L'assemblée procéda ensuite, conformément à l'article 24 du réglement, à la nomination du Directeur, et Mr. le Commandeur de Nieuport ayant réuni la grande majorité des voix, a été proclamé en cette qualité.

Une députation de quatre membres, composée de MM. le Baron de Feltz, Président, le Commandeur de Nieuport, Directeur, le Prince de Gavre et le Baron Van Tuyll van Serooskerken van Zuylen, a été nommée pour porter aux pieds du trône l'expression de la reconnaissance de l'Académie.

Séance du 20 *Novembre* 1816.

Cette séance était destinée à proposer les questions pour le concours de 1817.

L'Académie, dans son assemblée générale du 18 juin 1793, avait proposé pour le prix d'histoire de l'an 1794, de *déterminer les endroits ou places des* 17 *provinces des Pays-Bas et du pays de Liége qui, depuis le* 7e *siècle jusqu'au* 12e *inclusivement, pouvaient être considérés comme villes.* Cette question était la suite de celle qui avait été proposée en 1769 par la Société littéraire (c'était le titre qu'elle portait avant d'être érigée en Académie), ayant pour objet *d'indiquer les endroits qui, dans ces mêmes contrées, pouvaient passer pour villes avant le* 7e *siècle.*

Elle avait également proposé pour question de la classe des sciences, de *faire connaître les défauts qu'on reproche à plusieurs espèces de nos briques ; les moyens de les perfectionner, et les matières et procédés employés en Hollande pour la fabrication de certaines espèces de briques qui manquent ici.*

Ce fut dans l'intervalle de cette année 1793 à 1794 que l'Académie fut forcée par les circonstances à cesser ses travaux. Elle crut, dès le premier moment de sa restauration, devoir les reprendre au point où elle les avait laissés, et M. Raepsaet ayant remis sur le bureau les mémoires adressés dans le tems à l'Académie en réponse à ces questions, et qui etaient restés à la maison de feu M. Gérard; savoir, deux sur la question d'histoire, et quatre sur celle qui concerne les briques, l'Académie s'est occupée de l'examen de ces différens mémoires, et elle a trouvé, quant aux deux premiers, qu'ils ne présentaient pas des recherches assez étendues (qu'il aurait fallu puiser plutôt dans les chartes du tems et dans les auteurs originaux que dans les ouvrages modernes), ni une critique assez lumineuse dans la discussion des faits contestés, et elle a en conséquence arrêté que la même question serait proposée de nouveau pour le concours prochain, et que les deux mémoires déjà envoyés concoureraient avec ceux qui lui seraient adressés sur cet objet.

Quant aux mémoires sur les briques, elle a trouvé qu'ils n'avaient pas répondu d'une manière satisfaisante à toutes les parties de la question ; et comme la saison actuelle ne permettait plus de faire les expériences nécessaires, elle a réservé la même question pour le concours de 1818.

Ell a en outre proposé pour celui de 1817 trois questions nouvelles 1° *Sur l'état des sciences et des lettres aux Pays-Bas depuis la dissolution de l'Académie jusqu'à sa restauration, en développant surtout les différentes causes qui ont contribué à faire fleurir ou à faire tomber la culture des sciences et des lettres ;* 2° *sur les applications qu'on peut faire dans nos fabriques et dans l'économie domestique de la vapeur d'eau comme moyen d'échauffement;* 3° *sur les meilleurs moyens de détruire l'orobanche, et d'en empêcher la reproduction*

Le programme a été rédigé en conséquence.

Séance du 2 Décembre 1816.

M. le Président a fait rapport à l'assemblée que la commission qui, à la séance du 18 novembre dernier, avait été chargée de porter aux pieds du trône l'expression de la reconnaissance de l'Académie sur son rétablissement, s'est acquittée de cette honorable mission, et que S. M. avait répondu *qu'elle s'était fait un plaisir de rétablir un institut qui pouvait contribuer à faire fleurir les sciences et les lettres dans le royaume, et que dans toutes les occasions elle prendrait l'Académie sous sa protection.*

Le Secrétaire a donné lecture du mémoire de M. Raepsaet *sur la découverte de l'art de caquer le hareng, faite par Guillaume Beukels, de Biervliet en Flandre*, lequel avait été remis sur le bureau à la séance précédente; 2° d'une *notice sur quelques illustres personnages qui, dans les* 16^{e} *et* 17^{e} *siècles, ont visité les fontaines de Spa, etc., pour servir de supplément à l'histoire de ce lieu célèbre*, par M. le Baron de Villenfagne (1); 3° d'un *discours d'un Belge sur l'étude de l'histoire de la patrie*, par M. le Baron de Stassart.

M. le Président informe l'assemblée qu'il a reçu de M. Noël, auteur d'une *histoire générale des pêches anciennes et modernes*, une lettre par laquelle il dit qu'ayant appris par la voie des journaux que l'Académie de Bruxelles avait, dans une de ses séances, entendu la lecture d'un mémoire dans lequel l'auteur révendique en faveur des Hollandais l'art de saler le hareng, (il s'agit du mémoire de M. Raepsaet, présenté à la dernière séance, et lu dans celle-ci), il prie l'Académie de vouloir lui en envoyer une copie, afin que, s'il s'est trompé, il puisse rectifier son erreur. Cette lettre est renvoyée à M. Raepsaet, auteur du mémoire.

Séance du 16 *décembre* 1816.

Mémoire sur l'équilibre des corps qui se balancent librement sur un fil flexible et sur celui des corps flottans, présenté par M. le Commandeur de Nieuport.

---

(1) La très-grande partie de cette notice a été insérée dans le deuxième volume des *Recherches* de l'auteur sur l'histoire de Liége, p. 364 et suiv.

Notice sur le Feuillœa cordifolia, envoyée par M. Drapier, professeur d'histoire naturelle à Lille.

Renvoyée à l'examen de MM. Burtin, Van Mons et Harbaur.

Mémoire sur les homme célèbres de la Belgique qui ont visité l'Italie, et *sur les monumens ou les souvenirs qu'ils y ont laissés*, présenté par M. Lesbroussart, au nom de M. Isidore Plaisant, étudiant en droit à Rome.

Séance du 13 *janvier* 1817.

M. Van Hulthem, qui a lu avec attention le mémoire de M. Plaisant, dont il vient d'être fait mention, a fait un rapport verbal sur cet ouvrage.

L'auteur, dit M. Van Hulthem, commence par donner une idée des établissemens fondés en Italie par des Belges, tels que l'hospice de St.-Julien des Flamands, à Rome ; Sta Maria dell' anima ; le collége de St.-Norbert, à Rome ; le collége Jacobs, dit des Flamands, à Bologne ; celui de Liège, à Rome ; Sta Maria della pietà, à Rome, et l'église de S. Louis del Palazzo, à Naples.

Il présente ensuite une notice des savans de la Belgique qui ont parcouru l'italie, qui y ont enseigné ou qui y ont publié des ouvrages. Les peintres, les sculpteurs, les graveurs et les architectes attirent successivement son attention ; il fait mention des ouvrages et des monumens, dont ils ont décoré les temples et les palais d'Italie.

Ce mémoire, en général, est très-intéressant, selon M. Van Hulthem ; il est le résultat de beaucoup de recherches et de connaissances ; il annonce un goût décidé pour l'histoire littéraire et celle des arts, et un sentiment de patriotisme qui honore son auteur. M. Van Hulthem observe cependant que tous les articles ne sont pas traités avec le même soin ; mais que malgré quelques légères imperfections, l'auteur mérite d'être encouragé. (1)

Sur la proposition de M. le Commandeur de Nieuport, l'Académie a arrêté que les membres seront divisés en deux classes, celle des sciences, et celle de l'histoire nationale et de la littérature ancienne, et qu'il y aura un tiers de plus dans la classe des sciences que dans l'autre, de ma-

(1) Depuis, M. Plaisant a redemandé son mémoire pour le revoir, le corriger et l'augmenter.

nière que parmi les 48 acedémiciens ordinaires, il y en aura 29 dans la première classe, et 19 dans la seconde. (1)

M. le Président a remis sur le bureau le rapport de l'institut royal des Pays-Bas *sur la dénomination à donner aux nouveaux poids et mesures*, et a nommé une commission de quatre membres pour l'examiner.

Séance du 30 *janvier* 1817.

M. Thiry, au nom de la commission dont il vient d'être parlé, a donné lecture du rapport *sur la nouvelle nomenclature française*, *des poids et mesures* proposée par l'institut. La Commission, après avoir démontré qu'il aurait beaucoup mieux valu adopter l'ancienne nomenclature usitée en France et en Belgique, propose différens changemens, et l'Académie adopte son rapport.

M. De Geer informe l'Académie que S. E. le Ministre des affaires étrangères a fait savoir à M. le Commissaire général de l'instructiou publique, des arts et des sciences, que d'après les renseignemens donnés par le Ministre des affaires étrangères de l'Autriche, les papiers appartenant à l'Académie de Bruxelles, qui avaient été transportés à Vienne en 1794, par les soins de M. l'abbé Mann, Secrétaire perpétuel, ne se touvent plus dans cette ville, et qu'ils ont fait probablement partie des archives remises par le gouvernement autrichien, soit à la république française en 1802, soit au gouvernement des Pays-Bas en 1815; que ces papiers sont contenus dans un grand nombre de caisses, déposeés à Bruxelles, et que M. le Commissaire-général donnerait ses ordres pour les faire déballer.

Séance du 22 *Février* 1817.

Cette séance ne présente point d'objet qui doive entrer dans ce journal.

(1) Cette rédaction incohérente a été rectifiée à la Séance du premier avril 1822; où il a été réglé qu'il y aura 32 membres pour la première classe, et 16 pour la seconde.

Séance du 8 Mars 1817.

Le Secrétaire a rendu compte des mémoires qu'il a reçus pour le concours de cette année, et M. le Président a nommé des commissaires pour les examiner. Les séances suivantes en donneront le résultat.

Séance du 29 *Mars* 1817.

M. Chévremont, ingénieur spécial et contrôleur aux houillères royales de Rolduc, a adressé à l'Académie un mémoire *sur les alunières de la province de Liége*. Renvoyé à l'examen d'une commission composée de MM. Van Mons, Sentelet et Thiry.

La séance a été terminée par la lecture qu'a faite M. de Nieuport d'un mémoire de sa composition *sur une propriété générale des ellipses et des hyperboles semblables concentriques, ainsi que sur la propriété analogue dans la parabole.*

Séance du 12 *Avril* 1817.

M. Dekin, directeur du jardin botanique et du cabinet d'histoire naturelle à Bruxelles, a fait hommage à l'Académie de sa *Florula Bruxellensis, seu catalogus plantarum circa Bruxellas sponte nascentium. Bruxellis*, 1814, et à cette occasion, il lui a fait part de la découverte de deux fossiles accidentels, trouvés dans les environs de cette ville, savoir : d'une côte de baleine, qu'il a trouvée dans la sablonnière située hors de la porte de Halle à gauche de la chaussée qui conduit à Alsenberg, à 170 verges de cette porte, et 50 de la maison de la barrière, placée à l'embranchement des deux chaussées. Cette côte se trouvait renfermée dans un gros rognon de grès calcaire, si commun dans les sables de ces environs. Les ouvriers, en l'extrayant, l'ont par mal-adresse cassée en quatre pièces. Une partie de la côte s'y trouve encore, mais tout-à-fait pétrifiée, et l'empreinte du reste est parfaite. L'autre pièce est une dent molaire d'éléphant, qu'il a également découverte il y a environ 18 mois dans l'une des carrières de pierres calcaires qui se trouvent dans la plaine entre les villages de Melsbroeck, Steenokerseel, Saventhem et Dieghem, à 2 lieues de Bruxelles. Ces deux fossiles sont déposés au cabinet d'histoire naturelle.

M. Van Hulthem a également fait part à l'Académie de la découverte récemment faite dans la province de Flandre d'un grand nombre d'anciennes monnaies d'or des 14e et 15e siècles.

Un paysan, en déracinant un arbre au mois de janvier dernier, dans un champ à Oordeghem, village situé sur la grande route de Gand, entre cette ville et Alost, trouva un pot rempli de pièces d'or. *Mr. Van Hulthem* est parvenu à en avoir sept qu'il a fait voir aux membres de l'Académie, savoir : 1° deux *Guillaumes*, grandes pièces d'or de Guillaume V, de la maison de Bavière, comte de Hainaut, de Hollande et Zélande, frappées en Hollande vers 1356.

On voit d'un côté le Comte assis sur son trône, tenant le glaive de la droite, et de la gauche l'écu écartelé des armes de Bavière et de Hollande avec l'inscription :

GVILLELM : DVX : COM : HOLAND : E : ZEL :

Le revers représente une croix fleurdelisée avec l'épigraphe :

XPC : VINCIT : XPC : REGNAT : XPC : IMPERAT :

2°. *Un demi Noble d'Angleterre d'Édouard III* de 1360 extrêmement rare, même en Angleterre (1).

Cette pièce représente le roi armé, debout au milieu d'un vaisseau, tenant de la droite l'épée levée, et de la gauche le bouclier, sur lequel on voit les armes écartelées d'Angleterre et de France, avec l'inscription : *Edward. Dei. g. Rex. Angl. D. Hyl. z. Agt.*

On voit au revers une croix formée de trois lignes, celle du milieu très-épaisse, et les deux autres en forme de perles, les bouts terminés par une fleur de lys accompagné d'un ornement de chaque côté ; entre les pieds de la croix sont quatre lions surmontés d'une couronne, et au centre de la croix se trouve un E, monogramme d'*Edouard*, l'inscription porte : *Domine ne in furore tuo arguas me.*

On a trouvé, il y a quatre ans, dans un champ près d'*Alost*, un Noble entier du même roi, supérieurement bien conservé, qui se trouve

(1) Voyez *Snelling's a view of the gold coin of England. Lond.* 1763. *in-fol. p.* 3.

également dans le même cabinet par les soins de M. *Sacré*, horloger à Alost.

Edouard III, n'est pas sans intérêt pour nos provinces; il fut l'allié de la Flandre et l'ami de *Jacques d'Artevelde*, dont il tint le fils sur les fonts de baptême, il avait épousé *Philippine*, fille du Comte de Hainaut. Un de ses fils, *Lionnelle*, est né à Anvers, et un autre est né à Gand, nommé par là *Jean de Gand*. Il fit longtemps la guerre à la France avec les Flamands et fut nommé Vicaire de l'empire par l'Empereur. C'est dans cette qualité qu'il fit battre un grand nombre de pièces d'or et d'argent à Anvers (1).

3°. Un *Salut* que Henri VI, roi d'Angleterre et de France fit frapper d'or fin, à Paris, en 1422.

4°. *L'écu d'or à la couronne, ou couronne d'or de France;* ayant deux fleurs de lys couronnés à côté de l'écu, frappé à Paris en 1436, sous Charles VII, après que Paris fut réduit à l'obéissance du Roi, et lorsque *Jacques Cœur* était maître de la monnaie.

5°. *Un florin d'or* de la ville d'Hambourg, frappé sous l'Empereur Sigismond entre 1411 et 1437.

Un Saint-Pierre d'or, de Philippe-le-Bon, Duc de Bourgogne, de Brabant et de Limbourg.

S. E. le Commissaire-général de l'instruction publique, des arts et des sciences, a transmis à l'Académie, conformément à l'intention et à l'autorisation de S. M., un rapport de M. le Colonel Behr, sur la découverte de plusieurs fossiles accidentels trouvés dans les fouilles faites au Kaaberg, près Maestricht, afin de les soumettre à un examen approfondi; et MM. Burtin, Van Mons et Van Hulthem sont nommés à cet effet.

---

(1) » Et lors par devant tous ceulx qui là estoient, furent lévés les lettres de l'Empereur, » par lesquelles le Roi d'Angleterre estoit constitué et estably son vicaire et son lieutenant pour » luy, et luy donnoit povoir de faire loy et droit à chascun au nom de luy, et commandoit » par ces lettres que tous ceulx de son empire et tous autres à luy subjectz obeissent à son » dit vicaire comme à luy même, et feissent feaulté et hommage au vicaire de l'empire. . . » . . . . et fit faire monnoye d'or et d'argent en la ville d'Anvers à moult » grand foison ». *Froissart*, Paris, 1513, in-fol., tom. 1, feuillet 25, vers la fin, et *ibid.* fol. verso, vers la fin du chapitre.

L'Académie a reçu, de la part du même Commissaire, trois mémoires; l'un *sur le moyen d'éclairer par le gaz tiré de la houille;* l'autre sur un *moulin horizontal*, et le troisième sur une *pompe*. Le premier a été renvoyé à l'examen de MM. Burtin, Van Mons et Harbaur; le second et le troisième à celui de MM. de Nieuport, Van Mons et Sentelet.

M. Burtin a donné lecture d'un rapport sur la notice présentée à la séance du 16 décembre 1816 par M. Drapier sur la *Feuillœa cordifolia Lin.*, plante de la Guadeloupe, de la Jamaïque et des îles adjacentes, dont l'amande a la vertu de détruire l'effet des poisons délétères. La commission pense qu'on ne peut assez encourager l'auteur de cette notice à poursuivre et à multiplier les expériences dont il parle, jusqu'à ce qu'on ait acquis l'entière certitude des effets qu'il lui attribue.

Séance du 26 avril 1817.

Le Secrétaire a annoncé que les papiers, protocoles et mémoires de l'Académie, transportés à Vienne par M. l'abbé Mann, dont il a été fait mention aux séances du 18 novembre et 30 janvier dernier, se sont retrouvés parmi les archives rétrocédées par la France dans le mois d'octobre 1815, et ont été remis au dépôt de l'Académie.

Rapport de la commission chargée d'examiner les mémoires envoyés au concours sur la question relative *aux places des 17 provinces des Pays-Bas et du Pays de Liége, qui, depuis* le 7e *siècle jusqu'au* 12e *pouvaient être considérées comme villes.*

Rapport fait par M. Burtin, au nom d'une commission, sur deux mémoires adressés à l'Académie, concernant *les moyens d'éclairer par le gaz tiré du charbon de terre* transmis au gouvernement.

Séance du 3 *Mai* 1817.

Élection de M. Kickx, pharmacien à Bruxelles, auteur de la *Flora Bruxellensis*, comme membre ordinaire régnicole, à l'unanimité des suffrages, par la voie du scrutin.

Le reste de la séance a été consacré à entendre les rapports des commissaires nommés dans la séance du 8 mars dernier, sur les mémoires envoyés au concours de cette année.

Séances générales des 7 et 8 Mai 1817.

M. le Président, en ouvrant la séance a prononcé le discours suivant:

Messieurs,

» Appelés aujourd'hui par nos réglemens à célébrer, pour la première fois, l'anniversaire de notre restauration, de quels sentimens ne devons nous pas être animés pour le gouvernement paternel, qui nous donne une nouvelle existence, quand nous voyons couvertes d'un voile funèbre tant de grandes, tant d'utiles institutions renversées par le vandalisme révolutionnaire, qui jamais ne se releveront de l'arrêt de mort, prononcé sur elles par les impénétrables décrets du ciel : et nous aussi, nous avions été frappés de la proscription de la transmutation générale : à peine osions-nous porter dans un avenir éloigné, les regards de l'espérance sur cette enceinte auguste, d'où était sortie notre institution première.

» Que nous reste-t-il à faire, MM., pour nous rendre dignes d'un si grand bienfait ? redoubler de zèle pour regagner, s'il est possible, toute notre ancienne activité dans notre noble destination de cultiver, de propager dans notre patrie les sciences et les belles-lettres, seul moyen de nous replacer au rang que nous avons occupé parmi les sociétés savantes de l'Europe. Nous comptions alors parmi nous des collaborateurs distingués devenus pour nous des objets de larmes, des associés étrangers qui figuraient dans les académies du premier rang. Pardon, MM., si pour la seconde fois, je vous invite à jeter des fleurs sur leur tombe, hélas ! ils ont disparus, et nous avons vieillis pendant le long sommeil littéraire, auquel nous avions été condamnés par la force des circonstances de cette grande catastrophe d'un quart de siècle, à laquelle nous avons enfin heureusement échappé avec l'Europe, sous la main tutélaire des premières Puissances, qui ont placé la Politique, trop souvent ténébreuse, au rang des choses saintes.

» Cependant, cette époque désastreuse sous tant de rapport, ne laisse pas sans quelque consolation les amis des sciences et des belles-lettres; les sources anciennes nous restent ouvertes, elles ont été enrichies de plusieurs fragmens précieux tirés du sein des ruines ; la botanique, la chimie, la physique, l'art de s'entredétruire par de nouvelles méthodes,

qui font des héros, tout en faisant couler tant de pleurs. Toutes ces parties de la science ont fait de grands progrès, ce sont des champs ouverts à nos moissons.

» Pour célébrer dignement les merveilles de notre siècle, étudions sans relâche les grands modèles de l'antiquité; invoquons l'assistance de tout ce qu'il y a de savans en Europe. De grandes destinées se présentent à nous dans l'histoire de cette année académique; le trône de la Belgique s'est allié au puissant empire de toutes les Russies, par les mêmes liens qui ont donné le jour à l'auguste rejetton de la dynastie royale de Nassau-Orange, voyons y avec confiance, MM., la source de plusieurs siècles de gloire et de prospérité pour notre patrie. »

Après avoir entendu le rapport de MM. Lesbroussart, Dewez et Van Hulthem, chargés de l'examen des mémoires sur la question relative *aux places qui pouvaient être considérées comme villes du 7e au 12e siècle*, l'Académie a adjugé le prix au mémoire latin, ayant pour devise :

Quot post excidium Trojæ sunt eruta castra!

et l'accessit à un autre mémoire latin, portant pour épigraphe :

Quot pagos olim, claras nunc cernimus urbes!

Mais les billets contenant les noms qui ont dû accompagner ces mémoires, ne se sont pas retrouvés.

Après avoir également entendu le rapport de MM. Van Mons, Sentelet et Thiry, sur les mémoires relatifs *aux applications qu'on peut faire de la vapeur d'eau employée comme moyen d'échauffement*, l'Académie a décerné la palme à M. de Hemptinne, pharmacien, à Bruxelles, et l'accessit à M. Charles Delaveleye, entrepreneur des moulins à eau, à Tournai.

Sur la question relative *à l'extirpation de l'orobanche*, onze mémoires étaient parvenus à l'Académie; et après une longue discussion, dans laquelle les membres de la commission étaient partagés d'opinions, l'Académie, se référant à l'avis de la majorité, décida qu'il ne serait accordé ni prix ni accessit à aucun de ces mémoires; que seulement on accorderait une médaille d'argent à titre d'encouragement au mémoire no 5, dont l'auteur a été reconnu être M. Schaumans, ancien cultivateur, de-

meurant à Gand; et M. Cornélissen fut invité à faire une analyse des onze mémoires, qui pût servir à instruire le public sur la nature de cette plante et sur le résultat des expériences faites jusqu'à ce jour pour en empêcher la reproduction.

La séance fut continuée au lendemain 8, et l'Académie procéda à l'examen des questions à proposer pour le concours prochain. Le Secrétaire fut chargé d'en rédiger le programme.

Séance du 13 *Mai* 1817.

Le Secrétaire a fait lecture du programme annoncé dans la séance précédente.

CLASSE D'HISTOIRE.

Les questions proposées pour le concours prochain, sont :

1°. *L'état des lettres et des sciences aux Pays-Bas depuis la dissolution de l'Académie jusqu'à sa restauration; question qui déjà avait été proposée l'année précédente* (voyez la séance du 20 novembre 1816), et sur laquelle il n'était parvenu aucune réponse.

2°. *Quel était l'état de la servitude aux Pays-Bas depuis les tems les plus reculés jusques vers la fin du* 13e *siècle? Comment cet état fut-il successivement abrogé, et quels sont les restes qui en ont subsisté jusqu'à l'introduction des nouvelles lois françaises?*

3°. *Quel a été l'état de la population, des fabriques, des manufactures et du commerce dans les Pays-Bas pendant les* 15e *et* 16e *siècles.*

CLASSE DES SCIENCES.

1°. La question relative *aux briques* (voyez la séance du 20 novembre 1816) a été proposée de nouveau.

SECONDE QUESTION.

» *Peut-on, d'après des expériences suffisantes ou des motifs déduits de la doctrine des proportions déterminées, établir avec certitude que le radical*

de l'acide muriatique est un corps composé, ou y a-t-il plus de probabilité que ce radical soit un corps simple? dans le cas de non-décision, quelle est, des deux manières d'envisager sa nature, la plus propre à simplifier la théorie des faits chimiques.

Ttoisième question.

» *Le papier à imprimer de France et les cartons fabriqués en Angleterre ayant une supériorité reconnue sur ceux des autres pays, l'on demande en quoi consiste cette supériorité, de quelles causes, soit de localité, de matériaux ou de manipulation, elle dépend, et comment on pourrait l'atteindre dans ce royaume ?*

L'académie propose dès à présent, pour le concours de 1819, *cette question: déterminer dans un lieu donné et pendant un espace de tems indiqué, la dépense d'eau d'une rivière, dont on connait la largeur, la profondeur et la pente. Déterminer au même point et pendant le même espace de tems, les variations qui s'opèrent dans cette dépense, lorsque l'on restreint progressivement la largeur de cette rivière par des constructions quelconques.*

Lecture d'un mémoire de M. Domalius de Halloi *sur l'étendue géographique du terrain des environs de Paris*, composé en 1813.

Une commission de six membres, composée de MM. Burtin, Lesbroussart, Van Hulthem, Sentelet, Dewez et Van Mons, a été nommée pour prendre connaissance des mémoires destinés à former le 6e volume, et en faire rapport à l'Académie.

Séance du 31 *Mai* 1817.

M. le Président a donné connaissance à l'assemblée, que S. M., par résolution du 21 de ce mois a agréé le choix que l'Académie a fait dans sa séance du 26 avril dernier, de M. Kickx, comme membre ordinaire. En conséquence M. Kickx a été introduit, et a pris place parmi les académiciens.

Comme les billets contenant les noms des auteurs des mémoires sur la question historique proposée pour le concours de 1794, ne s'étaient pas retrouvés (voyez la séance du 7 mai dernier); les auteurs avaient été invités par la voie des feuilles publiques à se faire connaître. D'après cet

avis, M. Stals, ancien religieux de l'abbaye de Tongerloo, et Bollandiste, actuellement curé à Tilbourg, a adressé au Secrétaire une lettre par laquelle il se fait connaître comme auteur du mémoire *sur les villes*, ayant pour devise :

Quot pagos olim, claras nunc cernimus urbes,

auquel l'Académie a décerné l'accessit dans sa séance du 7 mai dernier.

L'Académie a vaqué depuis la fin de ce mois jusqu'à la fin d'août.

Séance du 4 septembre 1817.

L'Académie avait précédemment adressé à S. E. le Ministre de l'intérieur un rapport *sur les moyens d'encourager dans le royaume l'exploitation du salpêtre.* Le Ministre, par sa lettre du 25 juillet dernier, a annoncé qu'il a rendu compte au Roi de ce rapport, et que S. M. l'a vu avec satisfaction, qu'elle désire que l'Académie se charge de rédiger un précis clair et détaillé pour expliquer la manière la plus aisée et la plus avantageuse d'extraire le salpêtre dans ce royaume, d'établir avec succès des salpétrières artificielles ; de bien purifier le nitre et de donner à nos poudres la perfection dont elles sont susceptibles. L'Académie nomme à cet effet une commission de trois membres, qui sont MM. Burtin, Van Mons et Kickx, afin qu'ils se chargent de cette rédaction.

M. le Président a présenté au nom de M. le baron de Cellier, commissaire impérial et royal à la députation d'amortissement à Vienne, un mémoire *sur les diverses méthodes découvertes pour garantir les édifices de l'incendie, particulièrement par le moyen du papier.* Renvoyé à l'examen de MM. le Commandeur de Nieuport, le Prince de Gavre et Kickx.

M. le Commandeur de Nieuport a présenté deux mémoires, l'un pour la classe des sciences, *contenant l'esquisse d'une méthode inverse des formules intégrales définies ;* le second, pour la classe des belles-lettres, *in Platonis opera et Ficinianam interpretationem animadversiones.*

Deux individus qui avaient envoyé des mémoires au dernier concours, sans avoir remporté de prix, ayant redemandé leurs manuscrits, l'Académie a décidé qu'il leur serait répondu qu'elle a adopté pour règle de

ne rendre aucun des mémoires qui lui sont adressés pour le concours, et qu'ils doivent rester dans ses archives.

Séance du 5 septembre 1817.

M. le Baron de Villenfagne a adressé avec le premier volume de ses recherches sur l'histoire de la principauté de Liége, *l'idée d'un ouvrage très-rare et très-singulier, composé par le R. P. Valentin Marcé, récollet du* 17e *siècle, attaché au couvent de Bolland, de Liége et de Verviers, et quelques remarques sur le vrai lieu de la naissance du célèbre peintre P. P. Rubens.* Renvoyées à l'examen de MM. Van Hulthem, Dewez et Lesbroussart (1).

Séance du 3 octobre 1817.

Rapport de MM. le Commandeur de Nieuport, le Prince de Gavre et Kickx, nommés dans la séance du 4 septembre dernier, pour examiner le mémoire de M. le baron de Cellier sur la méthode de préserver les maisons d'incendie. Ces commissaires pensent qu'avant de prendre une résolution, il conviendrait d'inviter l'auteur à transmettre à l'Académie une feuille de carton de sa composition avec un simple exposé de sa fabrication bien détaillé, et une spécification en poids connus dans ce pays de chacun des ingrédiens qui y entrent. Cette proposition a été adoptée, et il a été résolu d'écrire à ce sujet à l'auteur.

Rapport de M. Van Mons sur les mémoires qui pourraient faire partie du 6e volume. Voyez la séance du 13 mai 1817.

Séance du 11 *octobre* 1817

L'Académie, considérant que plusieurs de ses membres doivent se rendre à La Haye et à Louvain, à raison de leurs fonctions, arrête que les séances ordinaires seront suspendues jusqu'au retour de la plupart de ces membres; que si cependant l'assemblée des états-généraux n'avait pas ter-

---

(1) Ces pièces ont été insérées dans le 2e volume des *Recherches* de l'auteur sur l'histoire de Liége, savoir, la première, p. 556, et la seconde, p. 584.

miné ses opérations avant la fin de janvier, il y aurait une séance au commencement de février pour procéder à la nomination des commissaires qui devront être chargés de l'examen des mémoires envoyés au concours.

Séance du 2 février 1818.

Le Secrétaire a donné connaissance des mémoires qui lui sont parvenus pour le concours de cette année, et M. le Président a nommé les commissaires chargés de les examiner. Les séances suivantes en présenteront le résultat.

M. de Hemptinne, pharmacien à Bruxelles, qui a obtenu un des prix au dernier concours, avait redemandé son mémoire pour y faire quelques corrections et additions avant qu'il soit mis sous presse. L'Académie, conformément à la règle adoptée (voyez la séance du 4 septembre dernier), a décidé qu'elle ne pouvait accéder à sa demande; mais qu'il lui était libre de transmettre au Secrétaire les corrections qu'il voudrait y faire.

Séance du 16 *mars* 1818.

Le S[r] J. B. Mons, habitant de Bruxelles, avait présenté un procédé de sa composition *pour rendre imperméable à l'eau toute espèce d'étoffes, draps, papiers, etc.* Dans cette séance, MM. de Nieuport et Kickx, chargés de l'examen de ce procédé, ont fait un rapport trés-satisfaisant sur son efficacité, et ont présenté à l'appui de leur rapport plusieurs échantillons de toutes sortes de matières soumises à l'épreuve avec le plus grand succès.

L'Académie a en conséquence résolu de transmettre ce rapport à S. E. le Commissaire-général de l'instruction publique, des arts et des sciences.

Lecture d'une lettre de M. J. D. Meyer, avocat à Amsterdam, membre de l'Institut royal des Pays-Bas, et président de la seconde classe, membre des académies de Gœttingue et du Gard à Nismes, par laquelle il témoigne le désir d'être nommé à une des places vacantes à l'Académie. Cette lettre était accompagnée de quatre ouvrages de sa composition. Cette demande fut appuyée par plusieurs membres. On fit cependant une observation : on demanda si ces ouvrages sont de la nature de ceux qui font l'objet des re-

cherches et des travaux de l'Académie. Le Secrétaire répondit que quoiqu'ils eussent pour but principal les matières législatives, politiques et morales, l'auteur y a cependant traité avec beaucoup de soin et d'exactitude, des points d'histoire qui tiennent essentiellement à celle du pays, et qu'il s'occupe dans ce moment d'une histoire de la législation et des tribunaux anciens et modernes des Pays-Bas. M. le président, d'après cette discussion, a nommé une commission composée de MM. Lesbroussart, Dewez et Van Hulthem pour faire l'examen de ces ouvrages sous le rapport historique.

Séance du 6 *Avril* 1818.

Conformément à l'art. 15 du réglement les membres ordinaires sont invités à produire tous les ans un mémoire, dissertation ou autre ouvrage; et comme l'Académie doit rendre compte à S. E. le Commissaire-général de l'instruction publique, des sciences et des arts, des travaux de l'année, elle charge le Secrétaire d'écrire à tous les membres pour les prier de vouloir dire quels sont les ouvrages dont ils s'occupent pour être adressés à l'Académie. Il a été arrêté dans cette séance d'écrire à S. E. M. Falck, nommé Ministre de l'instruction publique, de l'industrie nationale et des colonies, pour le prier de permettre que l'Académie le place au nombre de ses membres honoraires.

Séance du 20 *Avril* 1818.

M. le Prince de Gavre a présenté, au nom de M. Garnier, professeur de la faculté des sciences à l'université de Gand, plusieurs ouvrages de ce savant, et a fait connaître le désir qu'il aurait d'être nommé membre de l'Académie.

MM. Lesbroussart, Dewez et Van Hulthem, nommés dans la séance du 16 mars dernier pour examiner les ouvrages présentés par M. Meyer d'Amsterdam, ont fait leur rapport dans celle-ci, et il en résultait que les points historiques traités dans ces ouvrages, et surtout dans celui qui établit *la nécessité d'une haute-cour provisoire pour le royaume des Pays-Bas*, donnent une preuve suffisante des hautes connaissances de l'auteur dans l'histoire nationale; et ils pensent qu'il mérite d'être appelé à l'Académie. En conséquence il a été considéré comme présenté.

Le Secrétaire a donné lecture d'une lettre de M. Repelaer Van Driel, ci-devant Commissaire-général de l'instruction publique, des arts et des sciences, par laquelle il annonce qu'il vient de cesser ses fonctions, étant nommé Ministre d'état et qu'il remercie l'Académie des secours qu'elle a bien voulu lui donner sur les demandes qu'il lui a adressées.

Le Secrétaire a été chargé de répondre à M. Repelaer pour le remercier de tout l'intérêt qu'il a constamment porté à l'Académie, et le prier de permettre qu'elle le place au nombre de ses membres honoraires.

M. Kickx a ensuite donné lecture d'un précis *sur l'extraction et la purification du salpêtre*, *sur l'établissement de salpétrières artificielles et les moyens de perfectionner nos poudres*, rédigé conformément aux ordres de S. M., transmis à l'Académie par la lettre de S. E. le Ministre de l'intérieur du 23 juillet 1817, (Voyez la séance du 4 septembre 1817). Ce précis a été adopté, et le Secrétaire chargé d'en transmettre une copie au Ministre.

Séance du 4 Mai 1818.

MM. Burtin, Van Hulthem, Dewez, Thiry et Harbaur, pour répondre à la circulaire qui leur a été adressée en exécution de la résolution prise à la séance du 6 avril dernier, ont donné connaissance à l'assemblée des différens ouvrages dont ils s'occupent.

Séance générale du 7 mai 1818.

Le Secrétaire, après avoir fait un rapport verbal des travaux de l'Académie depuis le 18 novembre 1816, jour de la réinstallation, jusqu'à ce jour, a mis sur le tapis les mémoires parvenus à l'Académie sur les questions proposées pour le concours de cette année.

Après quoi, on a entendu les rapports de MM. Van Hulthem et Dewez sur les mémoires concernant la *servitude*. Ces memoires sont au nombre de deux. M. Lesbroussart n'a fait qu'un rapport verbal, et l'Académie, après une mûre discussion, ayant pris en considération que si le mémoire ayant pour devise : *vidi servos in equis, et principes ambulantes super terram quasi servos*, fruit de grandes recherches et d'une vaste érudition, laissait beaucoup à désirer du côté de la forme et de la rédaction, cependant le

fond l'emportait sur la forme, a unanimement résolu que le prix lui serait décerné, et l'auteur a été reconnu être M. Adrien-Alexandre-Marie Hoverlant de Beauwelaere, propriétaire et ex-législateur, demeurant à Tournai. Mais l'Académie a en même-temps arrêté que si elle se décide à faire imprimer ce mémoire, toutes les vaines déclamations qui le déparent, en seraient retranchées ; que si l'auteur ne voulait pas y consentir, ou qu'il fît imprimer lui-même son mémoire, tel qu'il a été envoyé au concours avec toutes ses réflexions, l'Académie se verrait dans ce cas obligée de faire insérer dans les journaux qu'en accordant le prix à ce mémoire, elle n'a entendu en aucune manière approuver toutes ces déclamations, et qu'elle fera imprimer un extrait des rapports des commissaires ; qu'elle engagera l'auteur à retoucher son mémoire, pour mettre plus d'ordre et de méthode dans les matériaux ; plus de correction dans le langage et surtout à faire disparaître les longueurs dont il est surchargé.

Quant au second mémoire ayant pour devise : *Dî meliora !* l'Académie a jugé qu'il ne remplissait aucunement l'objet de la question.

Aucun mémoire n'est parvenu sur les deux autres questions d'histoire.

Après avoir entendu le rapport de MM. Burtin, Sentelet et Kickx, sur les quatre mémoires parvenus à l'Académie, relatifs aux *briques*, première question des sciences, l'Académie a résolu qu'aucun de ces mémoires ne méritait le prix, et que la question serait retirée du concours.

L'Académie a ensuite procédé par la voie du scrutin secret à la nomination de MM. Meyer et Garnier (Voyez les séances du 16 mars et du 20 avril derniers), l'un et l'autre ont été élus membres ordinaires.

Elle a également choisi à l'unanimité comme membres honoraires LL. EE. MM. Falck, Ministre de l'instruction publique, de l'industrie nationale et des colonies, et Repelaer Van Driel, ancien Commissaire de l'instruction publique, des arts et des sciences, et actuellement Ministre d'état.

M. le Commandeur de Nieuport a été continué dans ses fonctions de Directeur.

Séance du 8 Mai (continuation de la précédente).

Un seul mémoire sur la seconde question des sciences *relatif au radical de l'acide muriatique*, était parvenu à l'Académie, et elle a jugé que le prix ne pouvait lui être décerné, et que les trois questions de cette classe, savoir, celle-ci et celles qui concernent les *briques* et *les papiers et cartons*, ne seraient plus proposées.

Les questions suivantes ont été proposées pour le concours de 1819, savoir :

CLASSE D'HISTOIRE.

La question relative à l'état des sciences et des lettres aux Pays-Bas, etc., ayant déjà été proposée deux fois (Voyez les séances du 20 novembre 1816 et du 13 mai 1817), a été abandonnée.

1° *Quel a été l'état de la population, des fabriques et manufactures et du commerce pendant les* 15e *et* 16e *siècles?* « Question proposée pour la seconde fois.

2° *Quel était l'état des institutions et établissemens dans les provinces méridionales des Pays-Bas avant l'invasion des armées françaises dans ce pays, et quels sont les changemens que la révolution française et la réunion de ces provinces à la France pendant près de vingt ans, ont opérés dans l'administration politique, civile et judiciaire, la législation, les institutions religieuses, les établissemens ecclésiastiques, littéraires et ceux d'instruction public, l'état des citoyens, le commerce, les fabriques et manufactures, les richesses publiques et particulières, l'instruction, le langage, la culture des lettres, des arts et des sciences, les mœurs et le costume des peuples de ces provinces?*

3° *Quel était l'état des écoles et autres établissemens d'instruction publique dans les Pays-Bas, depuis Charlemagne jusqu'à la fin du seizième siècle? Quelles étaient les matières qu'on y enseignait, quels étaient les livres élémentaires dont on s'y servait? et quels sont les professeurs qui s'y sont le plus distingués aux différentes époques?*

4° Les Belges sont peut-être le peuple de l'Europe qui a éprouvé le plus de changement dans ses destinées politiques : ils ont été successivement soumis aux Romains, aux Francs; ils ont été morcelés et partagés en provinces régies par des ducs, des comtes, etc.; ils ont été de rechef réunis sous la maison de Bourgogne; ils sont passés sous la domination de la maison d'Autriche, tant de la branche allemande qu'espagnole; ils ont été incorporés au colosse de l'empire français.

Dans ces différentes formes de gouvernement, ils ont toujours été exposés à des bouleversemens politiques; réunis, ils ont souvent lutté contre leurs princes; séparés, ils ont combattu les uns contre les autres.

Au milieu de tant de révolutions, quel caractère ont-ils déployé? Ces luttes générales ont-elles dans les différentes provinces, apporté quelque altération ou quelque modification au caractère national? Ou, en d'autres termes, les Belges ont-ils dans ces différentes époques, déployé un caractère dominant, indépendant des catastrophes politiques? Ont-ils conservé dans les différentes provinces un caractère commun indépendamment des intérêts domestiques?

La réponse à cette question sera comme le corollaire de toute la dissertation.

POUR LE CONCOURS DE 1820.

1° *Donner une notice historique et critique des auteurs qui ont le mieux écrit sur l'histoire belgique depuis le commencement du quinzième, jusqu'à la fin du dix-septième siècle. On demande que les auteurs indiquent les sources où ces écrivains ont puisé, et qu'ils fixent le degré d'autorité qu'on doit à chacun d'eux.*

2° Les Pays-Bas ont produit un nombre considérable de poètes latins distingués, Janus Gruterus, sous le nom supposé de Ranutius Gerus, nous a donné un recueil curieux d'un choix de la plupart des ouvrages poétiques des Belges qui avaient vécu jusqu'à son temps sous le titre de *Deliciæ poetarum Belgicorum. Francof.*, 1614, 4 vol. in-12. Valère André et Foppens, dans leur *Bibliotheca Belgica;* Sweertius dans son *Athenæ Belgicæ;* Paquot dans ses mémoires littéraires; Saxius dans son *Onomasticon litterarium;*

Baillet dans les *Jugemens des savans;* M. Coupé dans ses *Soirées littéraires;* les auteurs de la *Biographie universelle,* et beaucoup d'autres savans nous en font connaître une grande partie.

A l'invitation d'une société savante de la Hollande, M. Jérôme de Vries, nous a donné, il y a dix ans, une histoire intéressante des poètes flamands et hollandais (1); mais il nous manque encore une notice complète et exacte de nos poètes latins. L'Académie désirant éclaircir successivement toutes les branches de l'histoire littéraire des Pays-Bas, si riche et malheureusement si peu connue, propose : *la notice historique et littéraire par ordre chronologique, des poètes latins des Pays-Bas, avec l'examen critique de leurs ouvrages poétiques.*

CLASSE DES SCIENCES.

1° *Déterminer dans un lieu donné et pendant un espace de temps indiqué, la dépense d'eau d'une rivière, dont on connaît la largeur, la profondeur et la pente. Déterminer au même point et pendant le même espace de temps, les variations qui s'opèrent dans cette dépense, lorsque l'on restreint progressivement la largeur de cette rivière par des constructions quelconques. Question déjà proposée le* 8 *mai* 1817.

2° *Si a chacun des angles d'un plan immatériel parfaitement quarré, au centre de figure duquel est suspendu un poids quelconque P, par exemple* 100 ℔, *on attache une corde qui passe verticalement sur une poulie, et qu'on charge chacune de ces cordes d'un poids tel;* 1° *que la somme de quatre soit égale à* 100 ℔ *; et* 2° *que les deux poids fixés à chacun des deux angles diagonalement opposés, soient égaux entr'eux ; par exemple deux d'entr'eux étant chacun de* 49 ℔ *; et, les deux autres, chacun d'une livre, et ainsi à l'infini, on sait par les règles ordinaires de la Statique que ce plan restera horizontalement en équilibre. D'un autre côté, si ces quatre cordes au lieu de porter ainsi un poids, en passant sur une poulie, sont fixées à un plancher immobile, on voit évidemment, mais uniquement par le principe métaphysique : que partout*

(1) Jeronimo De Vries. Proeve eener geschiedenis der Nederduitsche Dichtkunde. Amsterdam, 1810. 2. D. in gr. 8.

où il y a égalité parfaite de causes efficientes, les effets sont aussi nécessairement égaux; on voit, dis-je, que les portions du poids P que portera chacun de ces quatre points d'attache, seront aussi parfaitement égales entr'elles.

Il s'agit donc d'assigner un principe vraiment physique; c'est-à-dire, fondé sur les seules propriétés de la matière, d'où résulte clairement, parmi ce nombre infini, mentionné ci-dessus, de rapports entre les quatre poids, tous également propres à établir l'équilibre dans la première hyposhèse, la préférence qu'obtient le rapport d'égalité dans la seconde; c'est-à-dire, lorsque la distribution des efforts à soutenir dépend activement et uniquement du poids P, fixé au centre de figure du plan quarré. Dans le 18me tome des mémoires de l'Académie de Pétersbourg, Euler a traité ce sujet dans toute sa généralité, avec un art et une profondeur admirables (de pressione ponderis in planum cui incumbit); mais au jugement de d'Alembert (Opusc. Mathem., tom. 8, pag. 40, § 13) cette solution est encore incertaine et hypothétique. Et en effet, le principe sur lequel elle est fondée, semble plutôt être une hypothèse mathématique qu'un principe physique. On demande donc : 1° *Qu'on discute ce principe à fond, et qu'on démontre d'une manière positive, qu'il est en effet, ou qu'il n'est point admissible, comme principe physique.* 2° *Dans le cas de la démonstration négative, qu'on examine, si en présentant ce principe sous un autre point de vue, on ne pourrait pas le consolider, et conserver par là la belle théorie qui en découle.* 3° *Enfin si ces deux essais n'offrent rien de satisfaisant, on demande qu'on assigne, pour le cas particulier énoncé ci-dessus, un principe qui soit à l'abri de toute objection.*

3° *Décrire les différentes espèces de minéraux qui appartiennent au sol du royaume dans leurs propriétés distinctives, avec indication des localités et des gissemens de chaque espèce, et donner la synonymie des auteurs qui en ont déjà traité.*

4° *S'il y a identité entre les forces qui produisent les phénomènes électriques et celles qui produisent les phénomènes galvaniques, d'où vient qu'on ne trouve pas une concordance parfaite entre les premiers et les derniers?*

5° *Plusieurs auteurs modernes croient à l'identité des forces chimiques et des forces galvaniques; peut-on prouver la vérité ou la fausseté de cette opinion?*

La séance a été terminée par la lecture faite par M. Lesbroussart de la suite de la description du monument d'Igel, d'après l'original latin du P. Alexandre Wiltheim.

Séance du 12 *Mai* 1818.

Lecture du programme pour le concours de 1819, unanimemeut adopté.

Séance du 25 *Mai* 1818.

Mémoire ou *examen de la question si, par les progrès de l'esprit humain on peut démontrer le peu d'ancienneté de l'espèce humaine*, par M. Burtin.

Séance du 29 *Mai* 1818.

Le Secrétaire à donné lecture d'une lettre qui lui a été adressée par M. Falck, nommé membre honoraire de l'Académie à la séance du 7 de ce mois. Elle est ainsi concue :

Monsieur,

« Vous avez eû la bonté de me faire part de mon élection à la place de membre honoraire de l'Académie royale des Sciences et Belles-Lettres; veuillez aussi vous rendre l'interprète de ma vive reconnaissance auprès de Messieurs les académiciens dont les suffrages m'ont valu cette flatteuse distinction. Je les prie de croire que j'y attache un très-grand prix, et que j'y trouve un nouveau motif d'aimer et de cultiver avec un soin particulier les rapports que je serai d'ailleurs dans le cas d'avoir avec une société aussi respectable. »

« Le nouveau programme offre des questions fort intéressantes. Le Roi, qui en a pris connaissance, a été satisfait de voir que la plupart d'entre-elles sont relatives à l'histoire de la patrie, Il nous reste à désirer que beaucoup de savans s'appliquent à les examiner et à les résoudre, et que les

concours deviennent d'autant plus brillants que leur objet est plus noble et plus utile. »

Vacances jusqu'à la fin du mois d'Août.

Séance du 7 Septembre 1818.

Il a été donné lecture,

1°. D'une lettre de S. E. le Ministre de l'instruction publique, par laquelle il annonce que S. M., par sa résolution du 22 mai dernier, a approuvé la nomination des membres tant honoraires qu'ordinaires que l'Académie a faites dans la séance du 7 mai.

2°. D'une lettre de S. E. le Ministre de l'intérieur, par laquelle il informe l'Académie, que le mémoire de M. Kickx *sur les salpétrières artificielles*, lu et approuvé à la séance du 20 avril dernier, remplit parfaitement son but, et qu'il témoigne ses remercimens à M. Kikx pour ce travail.

3°. D'une autre lettre de S. E. le Ministre de l'instruction publique, par laquelle il donne avis à l'Académie que S. M., par arrêté du 31 juillet dernier, a renvoyé à l'examen de la compagnie une nouvelle invention de M. Sarton, mécanicien à Liége, consistant en un moulin-à-vent d'une nouvelle construction. Une commission, composée de MM. le Commandeur de Nieuport, Kickx, le Duc d'Ursel et Garnier, est chargée de l'examen du modèle de ce moulin.

On a également fait lecture d'une lettre de M. Repelaer van Driel, ancien Commissaire-général de l'instruction publique, nommé membre honoraire, par laquelle il témoigne qu'il est très-flatté du choix que l'Académie a fait de sa personne, et qu'il accepte ce titre avec beaucoup de reconnaissance.

Sur la demande de M. Hoverlant de Tournai, si l'Académie est d'intention d'imprimer son mémoire *sur la Servitude*, qu'elle a couronné, il a été résolu de lui répondre que l'Académie ne s'y refusait pas, pourvu qu'il en fit pravenir un exemplaire qui fût mieux rédigé, quant au style et à la méthode; qu'elle pense cependant qu'il vaudrait mieux qu'il fît publier

lui-même ce mémoire, à cause de sa longueur et du grand nombre de pièces justificatives qui l'accompagnent, et qui doivent être vérifiées sur les originaux; que, dans ce cas, elle espère que, conformément à ce quelle a exigé de lui (voyez la séance du 7 mai dernier), il voudra bien retrancher toutes les déclamations inutiles qui ne servent ni au développement des faits ni à l'exactitude des preuves.

M. Kickx a donné lecture d'une notice *sur la découverte du gypse sélénite ou sulfate de chaux cristallisé, et d'une argile plastique inconnue jusqu'ici dans le voisinage de cette ville.* Renvoyée au rapport de MM. Harbaur, Van Mons et Sentelet.

Séance du 21 *Septembre* 1818.

M. Garnier, nommé membre ordinaire à la séance du 7 mai dernier, a été introduit à l'assemblée et a pris séance.

M. de Nieuport a donné lecture d'un mémoire *sur un cas de la théorie des probabilités au jeu.*

Le secrétaire a donné communication d'une lettre de M. Raepsaet, par laquelle il annonce que si son âge ne lui permet plus guère de s'absenter, ce motif ne rallentira pas ses travaux, et que dans ce moment on imprime son *Histoire de l'origine des États-Généraux et provinciaux, de leur organisation et de leurs attributions,* et que cette histoire sera suivie d'une *Analyse ou précis de l'histoire politique et civile de la Belgique.*

Séance du 12 *Octobre* 1818.

M. le Président a nommé une députation de cinq membres, savoir: MM. le Baron de Feltz, le Commandeur de Nieuport, van Hulthem, le Baron van Tuyll van Serooskerken van Zuylen et le Duc d'Ursel, pour présenter à S. M., à LL. AA. RR. le prince d'Orange et le prince Frédéric des Pays-Bas, et à S. E. le Ministre de l'instruction publique, un exemplaire, relié en maroquin, des mémoires qui ont remporté les prix et accessit en 1817.

Le sieur Sarton, mécanicien à Liége, s'étant rendu, sur l'invitation de l'Académie, à cette séance, avec le modèle du moulin horizontal de son invention (voyez la séance du 7 septembre dernier), MM. les commissaires ont examiné ce modèle et adressé quelques observations à l'auteur, qui y a répondu.

M. Lesbroussart, qui a revu les mémoires historiques qu'il avait lus aux séances de l'Académie en 1790 et 1793, et que déjà il avait été résolu d'insérer dans le 6e volume, a proposé d'y ajouter un autre mémoire concernant un passage de Lambert d'Afschaffenberg *sur Guillaume-le-Frison*, et un autre, qui avait obtenu l'accessit en 1785 sur la question : A quel titre le comte Herman, époux de la comtesse Richilde, fut-il comte de Hainaut? était-ce de son chef, ou du chef de la comtesse, son épouse? Renvoyés à l'examen d'une commission composée de MM. le Prince de Gavre, Dewez et van Hulthem.

Séance du 9 *Novembre* 1818.

S. E. le Ministre de l'instruction publique avait fait parvenir au Secrétaire de l'Académie par dépêche du 30 octobre dernier, des observations de S. E. le Ministre de la marine et du sieur Pierre Vreede, domicilié à Anvers, sur la découverte du sieur S. B. Mons, habitant de Bruxelles, présentant un procédé pour rendre toute espèce d'étoffe imperméable à l'eau (voyez la séance du 16 mars dernier). Le gouvernement avait fait l'acquisition du secret du sieur Mons. Le Ministre de la marine avait ordonné d'en faire à Amsterdam l'essai, qui ne paraissait pas avoir procuré un résultat très-favorable.

Le sieur Vreede de son côté, avait trouvé des inconvéniens insurmontables dans l'application de cette méthode.

Ces pièces furent communiquées à l'ancienne commission, qui, après avoir réitéré ses expériences, a fait, dans la séance de ce jour, par l'organe de M. Kickx, un nouveau rapport sur cette découverte, en indiquant les causes qui ont empêché le succès des essais faits à Amsterdam, et a persisté dans l'opinion qu'elle a émise dans son rapport précédent, fait le 16 mars.

Organe de la commission nommée pour examiner le modèle du *moulin horizontal* du sieur Sarton (voyez les séances des 7 septembre et 12 octobre derniers), M. le Commandeur de Nieuport a fait le rapport concernant cet objet, et il a été résolu que ce rapport, ainsi que le précédent, seront transmis à S. E. le ministre de l'instruction publique.

M. de Nieuport à présenté pour être reçu comme membre des sciences M. S. M. C. van Utenhove, mathématicien et astronome, membre de l'Institut royal des Pays-Bas, et de la seconde chambre des états-généraux, demeurant à Jutphaas, province d'Utrecht, qui a présenté à l'Académie un mémoire *sur la Division de la Circonférence du Cercle en partie égales*, qui paraîtra dans le 4e vol. de la première classe de l'Institut, et une édition *des lettres cosmologiques sur l'organisation de l'univers*, écrites en 1761 par S. H. Lambert.

M. le baron de Geer fait un rapport sur un mémoire de M. le Commandeur de Nieuport, présenté à la l'Académie et contenant des observations sur le texte de Platon et la version de Marcile Ficin. « La première impres-
» sion, dit-il, que la lecture du mémoire à faite sur moi, est celle qu'elle
» ne saurait manquer de faire sur tout lecteur qui à l'avantage de con-
» naître l'auteur; c'est un sentiment d'étonnement et d'admiration pour
» celui qui a su acquérir une connaissance de la langue grecque aussi
» profonde dans un âge où chez les hommes ordinaires l'esprit est peu dis-
» posé à commencer de nouvelles études. En effet les éclaircissemens
» obtenus de plusieurs passages du Philosophe grec et les corrections
» proposées pour rétablir le texte dans sa pureté primitive, prouvent
» que l'auteur a lu avec la plus grande attention et la plus grande exacti-
» tude les volumineux ouvrages de Platon et qu'il en a étudié le style
» et la diction avec le plus grand soin. »

A l'appui de cette opinion, M. de Geer indique plusieurs passages dont la correction lui paraît extrêmement heureuse, il pense néanmoins que la correction de plusieurs autres passages à déjà été proposée par Muretus, Reitz, Runkenius, Heindors et par les auteurs de la gazette universelle littéraire publiée à Vienne en allemand pour 1816. Il pense que l'auteur ferait bien de comparer avec ses conjectures et ses notes, celles faites par d'autres savans sur les mêmes passages, ou d'indiquer dans son introduc-

tion l'époque à laquelle il a composé son mémoire, et de faire connaître les commentateurs et éditeurs des ouvrages de Platon qu'il a consultés, pour qu'on ne soit pas surpris d'y trouver des corrections proposées par d'autres en Allemagne et ailleurs. Le rapporteur désirerait aussi que les passages à corriger fussent imprimés en entier à la tête de chaque observation.

M. Lesbroussart a transmis à l'assemblée onze de ses mémoires présentés à l'Académie avant l'an 1794, et qu'il a relus et corrigés.

Séance du 30 *Novembre* 1818.

Il a été procédé à l'admission de M. van Utenhove, présenté à la séance précédente, et il a été élu par la voie du scrutin à l'unanimité.

M. Kikx a ensuite donné lecture d'une suite qu'il a faite à son rapport *sur les étoffes imperméables à l'eau*, suivant le procédé du sieur Mons, appuyé de nouvelles épreuves, et il a été résolu qu'il en serait adressé une copie à S. E. le Ministre de l'instruction publique, de l'industrie nationale et des colonies.

M. le Prince de Gavre a lu un rapport sur un mémoire de M. Lesbroussart, qui avait obtenu un accessit en 1785, sur la question : *Si Herman fut comte de Hainaut de son chef ou de celui de son épouse* (voyez la séance du 12 oct. dernier), et il a été d'avis que ce mémoire ne pouvait qu'être très-utile à la science historique.

La séance a été terminée par la lecture qu'a faite M. Dewez, d'un article sur les *Tongri*, ancien peuple de la Belgique, faisant partie d'un ouvrage qu'il se propose de publier (1).

---

(1) Cet article a été inséré dans son *Dictionnaire géographique du royaume des Pays-Bas*; Bruxelles, chez Stapleaux, 1819.

Séance du 28 *Décembre* 1818.

La séance, après la lecture du procès-verbal de la séance précédente, a été ouverte par la lecture d'une lettre de S. E. le Ministre de l'instruction publique, par laquelle il annonce que S. M., par son arrêté du 15 de ce mois, a agréé la nomination de M. Van Utenhove, comme membre ordinaire.

Après quoi, M. Garnier a présenté pour membre ordinaire régnicole M. Cassel, professeur d'histoire naturelle et recteur magnifique de l'université de Gand, et a remis un ouvrage écrit en Allemand sur les familles des plantes.

M. Van Hulthem a ensuite donné lecture d'un rapport sur le mémoire de feu M. Lesbroussart concernant *le comte de Hainaut Herman*, dont il a été fait mention dans les séances du 12 octobre et 30 novembre derniers. Après avoir comparé ce mémoire avec celui de M. Smet, qui a été couronné et imprimé, il est d'avis qu'il est inutile d'insérer dans le recueil de l'Académie celui de M. Lesbroussart, quoique savant et bien écrit.

M. Dewez, membre de la même commission, est d'un avis contraire; et après avoir rapporté les principaux points du mémoire, il trouve que, quel que soit le mérite de celui de M. Smet, celui-ci cependant présente une discussion si profonde, si claire et si méthodique, qu'après celui même de M. Smet, il ne peut que contribuer à éclaircir ce point historique, qui offre tant de difficultés, et conséquemment figurer avec honneur dans le recueil de l'académie.

M. le Prince de Gavre, ayant manifesté le même vœu à la dernière séance, l'Académie s'est réunie à la majorité de la commission, et a arrêté que le mémoire de M. Lesbroussart serait imprimé.

M. de Nieuport, nommé à la séance du 12 avril 1817, membre de la commission chargée d'examiner les mémoires adressés à l'académie par S. E. le Commissaire général de l'instruction publique, sur un *moulin horizontal* et une *pompe à incendie*, (ces mémoires avaient été présentés par le sieur Desprets, mécanicien à Bruxelles), a fait un rapport sur ces deux objets. Il résultait de ce rapport que le *moulin* du sieur Desprets est sujet

aux mêmes difficultés que celui du sieur Sarton, et que la *pompe* était moins pesante, et pouvait être transportée plus facilement aux étages supérieurs des maisons; que d'ailleurs elle exigeait moins de frais que les pompes ordinaires, et il a été résolu d'envoyer copie de ce rapport au Ministre de l'instruction publique.

Rapport de M. Garnier sur le mémoire présenté à l'Académie par M. le Commandeur de Nieuport, *sur une propriété générale des ellipses et des hyperboles, sur celle de l'angle plan et du cône.* Le rapporteur est tout-à-fait d'avis que ce mémoire soit inséré dans le recueil de l'Académie.

M. Van Lennep, d'Amsterdam, présent, à cette séance, a donné, a propos de la question relative *aux poètes latins*, proposée pour le concours de 1820, dans le programme pour celui de 1819, la lecture d'une pièce de vers latins adressés à l'Académie *Ad socios Academiæ regiæ Bruxellensis.* M. le Président a remercié l'auteur des sentimens exprimés dans ces vers, et l'Académie a arrêté qu'ils seraient imprimés à ses frais, et distribués à tous ses membres.

Séance du 18 *Janvier* 1819.

M. Van Utenhove, nommé membre ordinaire à la séance du 30 novembre dernier (nomination approuvée par arrêté royal du 15 décembre suivant), s'est présenté à la séance et y a pris sa place.

Le Secrétaire a donné connaissance d'une réponse que M. Raepsaet lui a fait parvenir aux *observations de M. Noël de la Morinière, inspecteur des pêches maritimes près le Ministre de l'intérieur de France, sur la note de M. Raepsaet, relative à l'invention de caquer le hareng, attribuée à Guillaume Beukels, pilote de Biervliet en Flandre,* lue à la séance du 18 novembre 1816, et dont M. Noël avait demandé une copie. (Voyez la séance du 2 décembre suivant).

Rapport de MM. Harbaur, Van Mons et Sentelet, nommés à la séance du 7 septembre 1818, pour examiner le mémoire de M. Kickx, *sur la découverte du gypse sélénite ou sulfate de chaux cristalisé et d'une argile plastique, etc., inconnue dans le voisinage de Bruxelles.* Les rapporteurs pensent

que cette notice mérite d'être insérée dans le premier volume des nouveaux mémoires, et que M. Kickx doit être invité à suivre les travaux que le propriétaire du terrain où cette découverte a été faite, se propose d'y faire, et à communiquer de nouveau le résultat de ses observations.

Sur la proposition de M. de Nieuport, il a été arrêté que l'on commencera de suite à imprimer le premier volume des nouveaux mémoires.

M. Cassel, professeur d'histoire naturelle à l'université de Gand, présenté par M. Garnier à la séance du 28 décembre dernier, a été élu membre oidinaire par la voie du scrutin à l'unanimité des suffrages.

Séance du 1er *février* 1819.

Le Secrétaire a rendu compte des mémoires qui lui ont été adressés pour le concours de cette année, et M. le Président a nommé les commissaires chargés de les examiner.

Le Secrétaire a été chargé de faire graver un jeton de présence avec le portrait du Roi et l'inscription ordinaire, pour la somme de mille francs. Ce jeton en argent sera de la valeur de deux florins y compris les frais du monnayage.

Séance du 22 *février* 1819.

Quand on a entrepris la gravure de la médaille de l'Académie, on avait élevé la question s'il fallait écrire le nom du Roi *Guilelmus* ou *Guilielmus*, ce nom se trouvant écrit sur les médailles frappées depuis 250 ans, de différentes manières, savoir, *Guilelmus*, *Guillelmus*, *Wilhelmus*, *Wilielmus*, *Guilielmus*, etc. L'Académie a observé que dans celles de Guillaume I, fondateur de la république des Provinces-Unies, ce nom se trouve constammentécrit *Guilelmus ;* que les premières médailles de Guillaume III, stadhouder de Hollande et Roi d'Angleterre, portent toutes également *Guilelmus;* mais que dans les dernières années de son règne, on a écrit *Guilielmus.* L'Académie a cru que de toutes ces manières la plus exacte était *Guilelmus*, et elle a en conséquence décidé que le nom du Roi serait ainsi gravé tant sur les médailles que sur les jetons.

Séance du 22 *mars* 1819.

L'Académie ayant considéré qu'il était très-urgent de frapper les médailles qui doivent être distribuées à ceux à qui elles ont été décernées, et que cependant il n'y avait pas de crédit ouvert pour cet objet, avait, du consentement de MM. les Président et Directeur, résolu d'en faire les avances de la caisse de l'Académie. Le Secrétaire a en conséquence payé au sieur Brichaut, essayeur du bureau de garantie de Bruxelles, la somme nécessaire pour la confection de quatre médailles en or et de trois en argent, et l'Académie a approuvé cette gestion.

M. Van Hulthem a donné lecture d'un passage remarquable sur la Hollande, la Frise et la Flandre, tiré d'un poëme italien peu connu, qui a paru dans la première partie du 14e siècle, et dont il n'existe que deux éditions, une de Vicence, 1474, in-fol., et une de Venise, 1501, in-4. L'auteur de ce poëme est *Fazio de gli Uberti,* compatriote et contemporain du Dante, qui, exilé de sa patrie, employa une partie de sa vie à voyager en Europe, et en fit une description *in terza rima.*

Cet académicien a également donné connaissance d'une lettre autographe très-intéressante de Charles-Philippe de Croy, marquis d'Havrée, à Joachim Hopperus, Conseiller d'état et Garde-sceau à Madrid, datée de Bruxelles, du 4 septembre 1576, jour auquel les états de Brabant s'étaient emparés du gouvernement et avaient fait arrêter les membres du conseil d'état. Cette lettre est accompagnée du lamentable rapport d'Hopperus et de la réponse de Philippe II.

Ensuite M. le Commandeur de Nieuport a lu une pièce de vers latins en réponse à ceux dont M. Van Lennep avait fait lecture dans la séance du 28 décembre dernier.

Séance du 19 *avril* 1819.

M. Harbaur a fait un rapport sur un mémoire *concernant la vue de la Taupe*, par feu M. Du Rondeau, et pense qu'il pourra être imprimé dans le recueil de l'Académie. Adopté.

M. Van Hulthem, qui avait vu dans le supplément MSS. à la *Bibliothéque belgique de Foppens*, qu'il existait une vie inédite, écrite en latin, de l'illustre Rubens, par son intime ami Gaspar Gevartius, greffier de la ville d'Anvers, est enfin parvenu, après beaucoup de recherches, à en obtenir une copie, qu'il se propose de faire imprimer, et d'y ajouter quelques lettres autographes de ce grand peintre. Pour en donner une idée à l'Académie, M. Van Hulthem a donné lecture d'une lettre de Rubens à Gevartius, datée de Madrid, le 29 décembre 1628, qui prouve combien il était versé dans la langue latine, et qui donne la preuve de ses talens littéraires.

Séance du 3 *Mai* 1819.

Le Secrétaire a présenté un jeton, gravé par le sieur Braemt, qui a réuni les suffrages de l'assemblée. En conséquence, elle a résolu d'en faire frapper un nombre suffisant pour être distribués aux membres.

M. Hoverlant ayant annoncé dans le journal de la Belgique qu'il s'occupe de l'impression de son mémoire *sur la Servitude*, couronné en 1818, le Secrétaire a été chargé de lui renouveler les observations qui ont déjà été faites sur cet ouvrage. (Voyez les séances des 7 mai et 7 septembre 1818).

Séance générale du 6 *Mai* 1819.

Aucun mémoire n'a été envoyé au concours sur les quatre questions d'histoire.

Un seul mémoire est parvenu à l'Académie sur la première question des sciences; et après avoir entendu les rapports des commissaires, dont il résulte que ce mémoire ne mérite aucune attention, il a été résolu de réserver le prix et de retirer la question.

Sur la seconde question il n'était également parvenu qu'un mémoire; et après avoir également entendu le rapport des commissaires, l'Académie a résolu d'accorder une médaille d'argent, à titre d'encouragement, à son auteur, M. le Colonel Huguenin, directeur de la fonderie des canons à Liége.

L'Académie n'a reçu qu'un mémoire sur la troisième question; et voulant encourager les efforts de l'auteur, elle a résolu de lui accorder, comme au précédent, une médaille d'argent. L'auteur est M. J. F. D. Behr, commis d'état.

Il n'a été envoyé aucun mémoire sur les quatrième et cinquième questions.

Les questions suivantes ont été proposées pour le concours de 1820.

CLASSE D'HISTOIRE.

Les quatre questions proposées pour 1819, sont présentées de nouveau (la troisième a subi dans la rédaction un changement qui peut la rendre plus simple et plus claire), avec les deux questions proposées l'année dernière pour 1820. (Voyez la séance du 8 mai 1818.)

L'Académie a proposé dès-à-présent pour le concours de 1821, la question suivante :

Quelles sont les nouvelles connaissances que Juste-Lipse a répandues dans ses nombreux ouvrages, et quelle a été l'influence de ces ouvrages sur la littérature, les sciences archéologiques, historiques et critiques, et sur les écrivains de son siècle ?

CLASSE DES SCIENCES.

Les deux premières questions qui avaient été proposées précédemment, ont été abandonnées, et les suivantes ont été proposées.

1° *On suppose une plaque de figure donnée, appliquée sur une surface, soit au moyen de vis, dont on connaît le nombre, la position et la force, soit au moyen d'une matière intermédiaire propre à les unir solidement l'une à l'autre, et dont on connaît également la ténacité spécifique : si on vient à adapter à un point du pourtour de cette plaque un bras qui agisse dans le plan même de la surface, on demande de quelle résistance cette plaque sera capable contre une force appliquée à ce bras comme lévier, en considérant le matériel, tant de la plaque que du bras et de la surface, dans toute l'abstraction mathématique ; c'est-à-dire comme parfaitement rigide ou non élastique, comme infrangible, ou ne pouvant se rompre, etc.*

2° *Un corps étant suspendu à l'extrémité d'une corde dont l'autre extrémité est fixée au plancher supérieur d'une chambre, si on fait décrire à ce corps un arc de cercle quelconque autour de l'extrémité fixe, et qu'on lui imprime en outre un mouvement de projection, on demande la nature de la courbe à double courbure que décrira ce corps dans l'hypothèse de la résistance de l'air en raison du carré de la vîtesse.*

3° *Décrire les différentes espèces de minéraux qui appartiennent au sol du royaume dans leurs propriétés distinctives, avec indication des localités et des gissemens de chaque espèce, et donner la synonymie des auteurs qui en ont déjà traité. Cette description sera précédée d'un aperçu sur la constitution géologique des Pays-Bas.*

4° *S'il y a identité entre les forces qui produisent les phénomènes électriques et celles qui produisent les phénomènes galvaniques, d'où vient qu'on ne trouve pas une concordance parfaite entre les premiers et les derniers?*

5° *Plusieurs auteurs modernes croient à l'identité des forces chimiques et des forces galvaniques; peut-on prouver la vérité ou la fausseté de cette opinion?*

6° *Quelle est la véritable composition chimique des sulfures, tant oxidés qu'hydrogénés faits d'après les divers procédés, et quels sont leurs usages dans les arts?*

La réponse devra être appuyée autant que possible, sur des faits nouveaux et sur des expériences faciles à répéter.

7° *Quel était autrefois dans ce pays l'état des vignobles? Quelles sont les causes qui ont fait abandonner cette culture? Ces causes sont-elles physiques et de nature à éloigner tout moyen de la rétablir avec succès?*

La séance a été remise au lendemain.

Séance du 7 Mai 1819.

On a procédé par la voie du scrutin à la nomination d'un nouveau Directeur, et M. le Commandeur de Nieuport est réélu à l'unanimité.

M. Raepsaet a donné lecture d'un *premier mémoire sur la législation des Gaules, depuis la période gauloise-germanique jusqu'au* 15e *siècle*. MM. Van Hulthem, Dewez et Cornelissen sont chargés de l'examiner.

Par l'article 11 du réglement, les vacances de l'Académie avaient été fixées depuis le 1er juin jusqu'à la fin d'août. Mais comme celles des trois universités nouvellement établies, sont fixées plus tard, immédiatement aprés celles de l'Académie, il en résultait un grand inconvénient; c'est que les professeurs, qui sont membres de l'Académie, ne pouvaient assister à ses séances pendant près de six mois. Pour obvier à cet inconvénient, l'Académie a demandé, et S. E. le Ministre de l'instruction publique a consenti, que provisoirement les vacances de l'Académie commenceront dorénavant le 1er août et finiront le 15 octobre.

Séance du 13 *Mai* 1819.

Lecture du programme pour le concours de 1820, unanimement adopté.

Séance du 7 *Juin* 1819.

Le Secréraire a rendu compte d'une conférence qn'il a eue avec M. Michaux, graveur du Roi, qui lui a proposé de faire pour l'Académie un sceau en cuivre jaune, conforme au petit sceau du royaume. L'Académie a pensé que son sceau ne devait pas être le même que celui du royaume, et a engagé le Secrétaire à lui présenter un autre projet à la séance prochaine.

Séance du 5 *Juillet* 1819.

Conformément à l'invitation qui lui en a été faite à la séance précédente, le Secrétaire a présenté un projet pour le sceau de l'Académie, qui présenterait les armes du royaume, entourées de deux branches de laurier avec l'inscription dans la banderolle : *je maintiendrai*, et dans la légende : *Sigillum regiæ scientiarum et literarum Academiæ Bruxellensis*. Ce projet a été adopté, et le Secrétaire chargé de faire graver d'après ce projet le sceau de l'Académie en acier par le sieur Braemt.

Séance du 2 Août 1819.

M. d'Omalius, qui avait été chargé avec MM. Kickx et le duc d'Ursel, d'examiner un mémoire de M. de Chevremont, ingénieur spécial, *sur les alunières de la province de Liége*, a fait un rapport verbal sur ce mémoire, et en a porté le même jugement que M. Kickx. En conséquence, l'Académie s'est bornée à charger le Secrétaire d'écrire simplement à M. de Chevremont pour le remercier d'avoir bien voulu communiquer ce mémoire à la compagnie.

Séance du 11 *Octobre* 1819.

Rapport de MM. Cornelissen, Dewez et Van Hulthem, nommés, à la séance du 7 mai dernier, commissaires pour examiner le mémoire de M. Raepsaet, *sur la législation des Gaules*, etc, lu à la même séance. Ils ont été unanimement d'avis que ce mémoire mérite d'être inséré dans le recueil à imprimer. Arrêté.

M. de Nieuport a remis deux mémoires sur le bureau, l'un *sur la pression qu'un même corps exerce sur plusieurs appuis à la fois;* l'autre ayant pour titre: *Réflexions sur les notions fondamentales en mathématiques*, et les a repris pour les envoyer à M. Garnier, comme rapporteur.

Séance du 8 *Novembre* 1819.

Le Secrétaire a annoncé que le jour même de la dernière séance, au soir, il a reçu de M. Hœufft, de Breda, membre de l'Institut royal des Pays-Bas, une lettre du 9 octobre, par laquelle il demandait à l'Académie la permission de lui dédier un ouvrage qu'on imprimait dans ce moment sous le titre de *Parnassus Latino-Belgicus, sive plerique e poetis Belgii Latinis epigrammate atque adnotatione illustrati a Jacobo-Henrico Hœufft;* et qu'en ayant donné connaissance à M. le Commandeur de Nieuport, Directeur, celui-ci avait pensé qu'on pouvait accepter cette dédicace, sans qu'il fût nécessaire d'assembler l'Académie pour cet objet; qu'en conséquence le Secrétaire avait écrit le 13 de ce mois à M. Hœufft que l'Académie accepterait avec reconnaissance cette dédicace.

Rapport de M. Garnier sur le mémoire de M. de Nieuport, ayant pour titre : *Réflexions sur les notions fondamentales et mathématiques.* Il pense que ce mémoire mérite à tous égards de figurer dans la collection académique. Adopté.

Le Secrétaire a observé qu'il lui paraît qu'on apporte un trop grand empressement à la publication du premier volume des nouveaux mémoires; que plusieurs membres travaillaient à des mémoires qu'il croyait convenable d'insérer dans ce volume; que quant à lui, il en avait quatre dont les matériaux étaient rassemblés, mais qu'il lui fallait encore quelque temps pour faire des recherches ultérieures, et s'occuper de la rédaction; que si l'Académie voulait lui accorder huit mois, il promettait de les achever et de les lui présenter; que le discours préliminaire et les notices biographiques demandaient aussi un grand travail, pour lequel il avait rassemblé les principaux matériaux; mais qu'il devait encore recueillir des notions qui lui manquaient; qu'enfin pour achever cette besogne, il demandait six mois.

Sans approuver les motifs allégués par le Secrétaire, l'Académie lui accorde ces six mois, c'est-à-dire jusqu'à la fin d'avril prochain; et l'on observe quant aux mémoires dont il s'occupe, qu'ils pourront être insérés dans le volume suivant; qu'enfin il n'y a pas de raison suffisante pour rétarder la publication du premier volume des nouveaux mémoires. D'après cette résolution, le Secrétaire promit d'achever le travail des préliminaires pour le mois d'avril prochain.

Séance du 6 *Décembre* 1819.

M. le Commandeur de Nieuport a présenté au nom de M. Quetelet, professeur de mathématiques à l'athénée de Bruxelles, un mémoire *sur quelques nouvelles propriétés de la focale et sur quelques autres courbes.*

Ce mémoire faisait suite à un autre sur la même courbe focale. En terminant ses premières recherches, l'auteur s'était proposé d'examiner, en particulier, les six courbes que *Newton* a rangées dans la même classe, sous le nom d'*hyperboles défectueuses qui n'ont qu'un diamètre :* il reconnut bientôt que ces courbes jouissent de propriétés communes. Il est parvenu

à décrire plusieurs d'entr'elles, en prenant le cercle pour bases, comme il l'a fait dans la génération de la Focale : il a découvert quelques propriétés de cette dernière courbe, qu'il a d'ailleurs rapprochée d'autres courbes connues, et enfin il a terminé son travail par la quadrature de la focale considérée sur le cylindre. L'Académie avait chargé M. Quetelet de réfondre ses deux mémoires en un seul; mais l'auteur ayant appris que M. Dandelin s'occupait d'un écrit sur le même sujet à cru devoir renoncer à son travail, d'autant plus que celui de son ami ne laissait rien à désirer sur ce point.

Renvoyé à l'examen de MM. de Nieuport, Garnier et Thiry.

Séance du 3 *janvier* 1820.

Le Secrétaire a donné lecture du rapport de M. Garnier sur le mémoire de M. Quetelet, présenté à la dernière séance. M. de Nieuport a également lu un rapport sur le même mémoire, qui a été transmis à M. Thiry.

Ensuite M. de Nieuport présente M. Quetelet pour membre de l'Académie, et rend le témoignage le plus favorable du savoir et des bonnes qualités du candidat.

Après quoi, le Secrétaire a présenté, au nom de M. Hœufft, l'ouvrage intitulé : *Parnassus Latino-Belgicus* etc., dont il a fait mention à la séance du 8 novembre dernier, que l'auteur a fait imprimer et a dédié à l'Académie, qui a chargé le Secrétaire d'écrire à M. Hœufft pour le remercier de cette attention, et le prier de recevoir comme une marque de sa reconnaissance la grande médaille d'argent et le jeton de présence.

Séance du 1er *Février* 1820.

Le Secrétaire a rendu compte des mémoires qu'il a reçus pour le concours de cette année, et M. le président a nommé les commissaires chargés de les examiner.

Le Secrétaire a informé l'assemblée que M. Thiry ne pouvant s'y rendre à raison d'une indisposition, lui a envoyé son rapport sur le mémoire de M. Quetelet; et M. Thiry partageant entièrement l'opinion des deux autres

rapporteurs, M. Quetelet a été élu membre de l'Académie par la voie du scrutin à l'unanimité des voix.

Séance du 6 Mars 1820.

Le Secrétaire a donné lecture d'une lettre du Ministre de l'instruction publique par laquelle il fait part à l'Académie que S. M. a approuvé la nomination de M. Quetelet, qui en conséquence a été introduit a l'assemblée et y a pris séance.

Séance du 1er *avril* 1820.

Cette séance a été employée à régler les arrangemens ordinaires pour la séance générale.

Séance du 1er *Mai* 1820.

Les Commissaires nommés pour examiner les mémoires envoyés au concours ont lu leurs rapports, qui seront relus à la séance générale, et le Secrétaire a commencé la lecture de différentes questions d'histoire. La séance a été remise au lendemain.

Séance du 2 *Mai* 1820.

On a continué l'examen des questions. Les propositions seront reproduites à l'assemblée générale.

Séance générale du 8 *Mai* 1820, *continuée le* 9.

Sur la première question d'histoire, un seul mémoire était parvenu ; et après avoir entendu le rapport des Commissaires, il a été unanimement arrêté que le prix serait décerné à son auteur, qui a été reconnu être M. Frédéric Baron de Reiffenberg, professeur à l'Athénée de Bruxelles.

Il n'était également parvenu qu'un mémoire sur la seconde question : les Commissaires ont été entendus, et après une discussion préalable, l'assemblée a jugé que ce mémoire était trop superficiel et trop incomplet pour pouvoir lui adjuger la palme ou lui accorder une médaille d'encouragement.

Aucun mémoire n'était parvenu sur les 3e, 4e et 5e questions.

Sur la 6e, il n'en a été envoyé qu'un. Les Commissaires ont été d'accord que ce mémoire mérite à tous égards le prix; et l'assemblée s'étant unanimement rangée à cet avis, lui a décerné la médaille d'or. L'auteur est M. Hoffman Peerlkamp, Recteur de l'école latine de Harlem.

Quant aux mémoires relatifs aux sciences, un seul mémoire est parvenu sur la première question; mais par une erreur inconcevable, il avait été envoyé *au Secrétaire de la Société des Beaux-Arts de Gand*, dans le terme prescrit par le réglement et le programme de l'Académie de Bruxelles; de sorte cependant qu'il n'a été remis à M. le président qu'après ce terme. L'Académie ayant délibéré sur cette difficulté accidentelle, a considéré que ce retard n'est que l'effet d'une erreur, et non de la négligence de l'auteur, et que d'ailleurs aucun autre mémoire ne lui étant adressé sur cette question, on ne préjudiciait au droit de personne en l'admettant, et d'après ces motifs elle a résolu qu'il ne devait point être exclus du concours; et sur le rapport très-favorable des Commissaires, d'où il résultait qu'il règne, dans ce mémoire une heureuse précision, qui, sans nuire à la clarté de l'ensemble, présente l'état du problème sous le jour le plus lumineux et le résout de la manière la plus facile, en offrant une analyse à la fois simple et élégante, l'assemblée se réunissant à l'avis de la commission, a décerné le prix à son auteur, qui a été reconnu être M. Vène, officier du Génie, à Givet.

Il n'est également parvenu qu'un mémoire sur la seconde question, dont M. Garnier, l'un des Commissaires, a développé tout le mérite dans un rapport très-détaillé, auquel les deux autres, MM. de Nieuport et Thiry ont entièrement adhéré, et l'Académie, partageant cette opinion, si bien raisonnée et si bien appuyée, a adjugé le prix à ce mémoire, dont l'auteur est M. J. P. Pirard, ingénieur du Waterstaat, à Namur.

Pas de mémoires sur les 3e, 4e, 5e et 6e questions.

Un seul a concouru pour la 7e question, relative *à l'ancien état des vignobles dans ce pays*. Les Commissaires nommés pour l'examen de ce mémoire, ayant été divisés d'opinion sur son mérite, l'Académie, après en avoir délibéré, a pris en considération que la partie qui regarde les causes physiques, avait

été trop négligée par l'auteur, qui s'est contenté de simples assertions, tandis qu'il convenait de faire voir, par l'inspection de la nature des terrains, de la situation des monticules, sur lesquels on cultivait autrefois la vigne, s'il est possible d'en rétablir la culture, et en conséquence elle a jugé à la pluralité des voix qu'elle devait se borner à offrir à l'auteur une médaille d'encouragement. Cet autenr est M. Audoor, greffier en chef de la cour supérieure de justice à Bruxelles.

L'assemblée a ensuite procédé au choix des questions à proposer pour le concours de 1821, et a adopté les suivantes :

CLASSE D'HISTOIRE.

1° *Quel a été l'état de la population, des fabriques et manufactures et du commerce dans nos provinces, depuis le commencement du dix-septième siècle jusqu'à l'érection du royaume des Pays-Bas?*

2° *Quel était l'état de la législation et des tribunaux ou Cours de justice dans les provinces méridionales des Pays-Bas, avant l'invasion des armées françaises dans ce pays, et quels sont les changemens que la révolution française et la réunion de ces provinces à la France, pendant près de vingt ans, ont opérés dans la législation et l'administration de la justice civile et criminelle?*

L'Académie avait compris cette question dans la seconde de celles qu'elle avait proposées pour le concours de 1819 et 1820 (Voyez les séances du 8 mai 1818 et 16 mai 1819); mais elle a considéré que cette seconde question était trop étendue, et elle a cru devoir la simplifier, en la divisant, c'est-à-dire, en la proposant successivement par parties.

3° *Quel est, d'après l'histoire, le caractère des peuples qui habitent les provinces méridionales du royaume des Pays-Bas? Ce caractère est-il constamment resté le même, ou a-t-il éprouvé des changemens ou des modifications sous les différens gouvernemens auxquels ces peuples ont été soumis?*

4° *Quel était l'état des écoles et autres établissemens d'instruction publique dans les Pays-Bas, depuis Charlemagne jusqu'à la fin du seizième siècle? Quelles étaient les matières qu'on y enseignait, quels étaient les livres élémen-*

taires dont on s'y servait, et quels sont les professeurs qui s'y sont le plus distingués aux différentes époques?

5° *Donner une notice historique et critique des auteurs qui ont le mieux écrit sur l'histoire belgique, pendant les quinzième et seizième siècles. On demande que les auteurs indiquent les sources où ces écrivains ont puisé, et qu'ils fixent le degré d'autorité qu'on doit à chacun.*

On avait demandé pour le dernier concours une notice historique et critique des auteurs qui ont écrit sur l'histoire belgique, depuis le commencement du 15e jusqu'à la fin du 17e siècle. Mais l'Académie a cru devoir restreindre la question au 15e et au 16e, se réservant le 17e pour un des concours suivans, si elle obtient une réponse à cette question-ci :

6° *Quelles sont les nouvelles connaissances que Juste-Lipse a répandues dans ses nombreux ouvrages, et quelle a été l'influence de ces ouvrages sur la littérature, les sciences archéologiques, historiques et critiques, et sur les écrivains de son siècle?*

Cette question avait déjà été proposée l'année dernière pour le concours de 1821.

L'Académie a proposé dès-à-présent, pour 1822, les deux questions suivantes :

1° *Quels sont les services rendus à la langue et à la littérature grecque, par les hellénistes des Pays-Bas, soit par la composition d'ouvrages didactiques, soit par la publication, la révision, la critique et la traduction des auteurs grecs?*

2° *Faire connaître les rapports littéraires d'*Erasme *avec les habitans des Pays-Bas.*

CLASSE DES SCIENCES.

Mécanique.

1° *Faire l'historique de la découverte du principe des vîtesses virtuelles, depuis Galilée jusqu'à nos jours.* 2° *Comparer et résumer les démonstrations de ce principe, trouvées récemment par les géomètres, par exemple, celles de MM. Carnot, Poisson, La Place, Fourrier, Prony, Poinsot, Fossombroni, Ampère, La Grange.* 3° *Assigner les cas dans lesquels ce principe est encore vrai pour les vîtesses virtuelles finies.*

Analyse.

2° *Sur l'élimination entre deux équations à deux inconnues.*

Lorsque quelques-unes des racines de l'équation finale sont incommensurables, comme on ne peut en avoir que des valeurs approchées, la substitution de chacune d'elles dans les deux proposées, ordonnées suivant l'autre inconnue, en altère les coëfficiens d'une manière qu'on ne peut apprécier, en sorte que chaque substitution dénature, ou peut dénaturer les valeurs de la seconde inconnue, c'est-à-dire, peut donner pour celle-ci une valeur très-éloignée de la véritable.

On propose de déterminer, sans résoudre les équations, 1° *les limites extrêmes des valeurs de chacune des inconnues;* 2° *une limite au-dessous de laquelle ne puisse tomber la différence entre deux valeurs de chacune de ces mêmes inconnues; ce qui rentre dans la méthode de La Grange, pour la recherche des racines incommensurables des équations à une inconnue.*

3° *Décrire la constitution géologique de la province du* Hainaut, *les espèces minérales et les fossiles accidentels que les divers terrains renferment, avec l'indication des localités et la synonymie des auteurs qui en ont déjà traité.*

L'Académie avait déjà proposé l'année dernière (Voyez la séance du 6 mai 1819), sur ce sujet en général, une question beaucoup plus étendue, puisqu'elle embrassait tout le royaume; mais elle a cru devoir la simplifier en la restreignant à une province.

4° *La définition du nectaire, donnée par Linnée, convient-elle à tous les organes, désignés jusqu'à ce temps sous ce nom? En cas de réponse négative, on demande une classification physiologique de ces mêmes organes.*

5° *Prouver ou réfuter par des expériences et le raisonnement la théorie de* Dalton, *qui dit que dans l'atmosphère les différens fluides aériformes ne sont pas chimiquement unis, mais seulement mêlés mécaniquement, et de manière que l'un n'agit pas sur l'autre, c'est-à-dire, que, par exemple, les molécules d'azote ne repoussent pas les molécules d'oxigène, mais exclusivement celles d'azote.*

6° *Quelle est la véritable composition chimique des sulfures, tant oxidés qu'hydrogénés, faits d'après les divers procédés; et quels sont leurs usages dans les arts?*

7° *Quelle est la vraie composition du bleu de Prusse, en indiquant l'ordre de distribution de ses élémens, et peut-on, d'une connaissance plus intime de ce composé, déduire une méthode plus sûre et plus économique pour le fabriquer?*

Après quoi, M. de Nieuport, Directeur de l'Académie, a demandé à M. Van Hulthem, Secrétaire perpétuel, s'il a achevé tous les travaux préliminaires qui doivent précéder l'impression du premier volume des nouveaux mémoires, c'est-à-dire, le discours préliminaire, le journal et les notices biographiques des académiciens morts, pour lesquels l'Académie, dans sa séance du 8 novembre dernier, lui avait accordé jusqu'à la fin d'avril de la présente année.

M. Van Hulthem, pour satisfaire à cette interpellation, a donné lecture d'une lettre, dans laquelle il expose qu'après avoir obtenu cette prolongation, il n'avait pas tardé à s'apercevoir que ce travail demandait plus de recherches et plus de temps qu'il n'avait cru d'abord; que d'ailleurs d'autres occupations l'ont absolument empêché d'accomplir la promesse qu'il avait faite à cet égard, et il finit par prier ses confrères d'accepter la démission de sa place de Secrétaire.

On lui fait observer que c'est au Roi qu'il doit l'adresser, que d'un autre côté, puisqu'on ne peut retarder davantage la publication de ce premier

volume, il suffira de le faire précéder d'une courte introduction, dans laquelle on ferait connaître la suppression de l'Académie au mois de juin 1794, et son rétablissement par le Roi, et qu'on peut placer dans le volume suivant le journal des séances et les notices biographiques.

On a terminé la séance par la nomination d'un nouveau Directeur; et M. le Commandeur de Nieuport, réélu à l'unanimité des suffrages, n'ayant pas accepté, on a procédé à un nouveau scrutin, qui donne pour résultat la nomination de M. le Prince de Gavre.

Séance du 15 *Mai* 1820.

Lecture du programme pour le concours de 1821, lequel a été unanimement approuvé.

Séance des 5 *Juin*, 4 *et* 15 *Juillet* 1820.

Ces séance ont été employées à des objets particuliers relatifs à l'administration interne de l'Académie.

Vacances jusqu'au 14 octobre.

Séance du 14 *Octobre* 1820.

M. le Prince de Gavre a donné lecture de deux lettres qui lui ont été adressées de Paris sous la date du 20 septembre dernier, par MM. L. Séb. Le Normand, professeur de technologie et des sciences physicochimiques appliquées aux arts, et S. G. V. De Moléon, ingénieur des domaines et forêts de la couronne, ancien élève de l'école polytechnique, par l'une desquelles ils proposent à l'Académie de souscrire à l'ouvrage qu'ils publient périodiquement, ayant pour titre : *Annales de l'industrie nationale et étrangère, renfermant la description du musée des produits de l'industrie française, exposée au Louvre en* 1819; et par l'autre, ils manifestent le désir d'obtenir le titre, de *correspondans de l'Académie royale de Bruxelles.*

Après avoir entendu le témoignage favorable de M. le Prince de Gavre, l'Académie a arrêté 1° que le Secrétaire souscrira au nom de l'Académie pour l'ouvrage annoncé; 2° qu'il sera écrit à S. E. le Ministre de l'instruc-

tion publique pour présenter à l'approbation de S. M. la nomination de MM. Le Normand et De Moléon comme membres correspondans, si S. E. n'y trouve pas d'obstacle, attendu que le réglement ne parle pas de membres de cette catégorie.

Le Secrétaire a ensuite communiqué une lettre de MM. les Bourgmestre et Échevins de la ville de Bruxelles, du 26 août dernier, par laquelle la Régence demande l'avis de l'Académie sur deux sujets de chronogramme pour être placé sur la *Porte Guillaume*, que l'on construit en ce moment; et M. le Prince de Gavre a également donné lecture d'une autre lettre du 30 septembre, par laquelle la Régence transmet un autre projet d'inscription.

L'Académie, après en avoir mûrement délibéré, pense qu'un chronogramme ne peut en aucune manière être adopté pour cet usage, et elle propose l'inscription suivante :

GUILIELMO. I. BELGARUM. REGI.

PRINCIPI. OPTIMO.

S. P. Q. B.

M. D. CCC. XX.

Le Secrétaire a été chargé de la transmettre à la Régence.

Après quoi, M. le Commandeur de Nieuport a donné lecture d'un mémoire *sur la métaphysique du principe de la différentiation*. Renvoyé à l'examen de MM. Garnier, Van Utenhove et Quetelet.

M. Quetelet donne également lecture d'un mémoire *sur la mesure des aires des polygones formés sur une sphère par des arcs de petits cercles*. Renvoyé à l'examen de MM. Van Utenhove, Garnier et de Nieuport.

M. Kickx a annoncé que M. le Conseiller Burtin, fils de feu M. Burtin, a trouvé parmi ses papiers un mémoire que son père avait autrefois lu dans une séance académique *sur le Trou de Han*, dans la province de Luxembourg. MM. Dewez et le Prince de Gavre sont invités à vouloir l'examiner de concert avec M. Kickx.

M. Kickx a donné ensuite lecture de quelques remarques *sur un passage de l'histoire des Pays-Bas Autrichiens, par feu M. Desroches*. Ces remarques ont pour objet la situation du fameux camp de Q. Cicéron, connu dans l'histoire ancienne sous le nom de *Castra Ciceronis*.

« Le fait sur lequel je me hasarderai de faire quelques réflexions, dit » M. Kickx, est de peu d'importance par lui-même; mais dans les ténè- » bres qui environnent les premiers temps de l'histoire, un faible trait de » lumière conduit quelquefois à la découverte d'un point qui mérite de » fixer plus particulièrement l'attention.

« Après qu'Ambiorix, à la tête des Éburons, eut exterminé dans la » vallée d'Atuatica les légions romaines commandées par Cotta et Sabi- » nus, les Nerviens et leurs alliés prirent les armes pour se délivrer de » Cicéron hivernant sur leur territoire; le camp de ce Général situé selon » toutes les probabilités près du village actuel d'Assche, fut bientôt investi » par ces peuples qui, ne connaissant de l'art de la guerre que ce qu'ils » avaient appris de leur ennemi, construisirent cependant en très-peu de » jours des ouvrages que César ne put voir sans étonnement. »

« Cicéron accablé par le nombre fut exposé aux plus grands dangers; » malgré la valeur et la discipline romaine un sort pareil à celui de Cotta » et Sabinus lui était inévitablement réservé, s'il n'avait réussi à instruire » César de sa situation. César vint à son secours et annonça son approche » par l'incendie des villages nerviens qu'il trouva sur sa route. »

« Les Belges levèrent le siége du camp de Cicéron et allèrent au-devant » de César : M. Desroches pense que les deux armées se rencontrèrent près » du village de Wambeek, et que César campa sur la colline à gauche du » grand chemin par lequel il marcha sur Assche. Là, dit M. Desroches (1), » il avait devant lui le vallon qu'il n'osa traverser, de là il pouvait aper- » cevoir le ruisseau de Belle qui le termine; à gauche du vallon la forêt » de Liedekerke et du même côté se trouvaient les terres marécageuses

(1) Histoire ancienne des Pays-Bas autrichiens. Livre 2, chap. 5, p. 379.

» formées certainement par les inondations de la Dendre, rivière qui ser-
» pente derrière cette même forêt. »

« Soit qu'on ait visité ces lieux ou que l'on jette simplement les yeux
» sur la carte, on doute que les choses se soient passées ainsi; César par-
» venu sur les hauteurs de Wambeek n'avait plus de Vallon à traverser; il
» avait à dos et non à gauche le ruisseau de Belle, la forêt de Liedekerke et le
» terrain marécageux de la Dendre. Ce Général dont le but principal était de
» dégager Cicéron, n'aurait pas perdu un temps dont il connaissait tout le
» prix, ni compromis le sort de deux armées en s'exposant aux chances
» d'une bataille. Wambeek n'étant qu'à une lieue et demie d'Assche, un pe-
» tit mouvement par sa gauche l'aurait mis en communication avec Cicéron,
» et cette jonction faite, il avait tout le temps de revenir sur l'armée belge,
» dont la destruction n'aurait été que plus certaine. »

« En suivant cette armée dans sa marche vers César, on arrive à 4 lieues
» au sud par est d'Assche au village de Castre; non-seulement son nom rap-
» pelle quelque campement ou position militaire, mais sa situation répond
» beaucoup mieux que celle de Wambeek au passage du 5me livre des Com-
» mentaires. César venait du pays des Ambiens et en dernier lieu de Ba-
» vay, centre de toutes les communications romaines, par la grande route
» dirigée en ligne droite sur Assche: à Castre, cette route est traversée par
» la Molebeek, ruisseau dont les trois branches serpentent ainsi que la
» Resbeek qui s'y réunit, dans deux tourbières et prairies marécageuses
» pendant la majeure partie de l'année; derrière elles s'élèvent en amphi-
» théâtre plusieurs collines boisées, au-dessus desquelles dominent le pla-
» teau de Castre, couvert à gauche par le vallon de la Molebeek et à droite
» par le bois de Leerbeek. »

« Une telle position garnie de nombreux corps ennemis, devait ralentir
» la marche du Général romain; et si les Belges au lieu de l'attaque témé-
» raire et inconsidérée, qu'ils effectuèrent sur le camp de César, s'étaient
» borné à défendre le terrain et n'avaient hasardé que quelques actions
» partielles, ils auraient forcé l'ennemi à consumer plusieurs jours en pré-
» paratifs d'attaque, pendant lesquels Cicéron déjà réduit à l'extrémité
» aurait vraisemblablement succombé; tournant ensuite leurs forces contre

» César, ils auraient pu espérer de recouvrer cette liberté si chère vers » laquelle tendaient tous leurs efforts. »

« Il semble donc que c'est à Castre et non à Wambeek que doit avoir eu » lieu l'action dont parle M. Desroches à l'endroit cité de son histoire an» cienne : une colline à gauche du chemin que suivait César, séparée du » centre du village par un vallon marécageux, au fond duquel coule une » branche de la Molebeek, est probablement le lieu où il établit son camp. » La circonstance de la délivrance de Cicéron le même jour, n'est point » un argument contre l'opinion que j'avance, puisque le combat d'après les » Commentaires doit avoir eu lieu avant ou vers midi; et la distance qui » restait à parcourir ne pouvait être un obstacle pour une armée romaine, » dont la journée de marche était ordinairement de six de nos grandes » lieues. »

« Notre savant confrère, M. Dewez, ne partage pas le sentiment de » M. Desroches, sur la situation du camp de Cicéron : il le place à Mons ou » aux environs (1), et croit que le ruisseau et le vallon que César n'osa » traverser, était l'Escaut et le bas-fond dans lequel est le bassin de cette » rivière. Sans méconnaître l'autorité que M. Dewez fait à si juste titre en » histoire, il me semble douteux que César qui dans la conjoncture dont il » s'agit a dû passer le fleuve à Cambrai, Valenciennes ou au *Pons-Scaldis*, ait » pu le prendre pour un ruisseau, lui qui ne se méprend jamais sur les » noms des rivières qu'il rencontre dans la Belgique ou ailleurs. Le *Cas-* » *trorum locus* indiqué pour l'emplacement du camp de Cicéron, annonce » sans doute un séjour de gens de guerre, mais le génitif pluriel *castrorum* » paraît exprimer un lieu d'étape destiné aux camps de passage plutôt que » le lieu d'un camp à demeure qui ait été nommé *Castri locus* ou *locus* » *castri*. Enfin la distance marquée dans les Commentaires entre Cicéron et » Labiénus aux environs de Sédan d'un côté, et Fabius à Boulogne de l'autre, » paraît décider la question en faveur d'Assche. »

« L'envie de critiquer, dit M. Kickx en finissant, ne me porte pas à » faire ces remarques : personne ne révère plus que moi un confrère fait

(1) Abrégé de l'histoire belgique, pag. 37 et note a.

» pour l'être, et la mémoire de M. Desroches. Ces hommes célèbres ont
» pu se tromper un moment dans la matière difficile qu'ils ont eu à trai-
» ter. Si d'ailleurs je me trompais moi-même, je n'hésiterais pas à faire le
» sacrifice de mon opinion. »

Ces remarques ont été remises à M. Dewez, qui, de son côté, a annoncé qu'il s'était occupé à rechercher *quelle peut être la situation des différens endroits de l'ancienne Belgique devenus célèbres dans les commentaires de César par les événemens mémorables qui s'y sont passés*, et qu'il vient d'achever un mémoire sur ces points d'histoire, divisé par sections, qu'il se propose de lire successivement, et il a, dans cette séance, donné lecture des dissertations particulières qui ont pour objet les questions suivantes : 1°. *Où faut-il placer le champ de bataille contre les Nerviens, défaits par César sur la Sambre dans sa première campagne?* 2°. *Où était situé le camp de Q. Cicéron au pays des Nerviens?* C'est cette deuxième question qui fait le sujet des remarques de M. Kickx, lues à cette séance. Renvoyé à l'examen de MM. Cornélissen, De Bast et le duc d'Ursel.

Séance du 4 Novembre 1820.

MM. le Prince de Gavre, Dewez et Kickx ont successivement donné lecture de leur rapport sur le mémoire de feu M. Burtin *relatif à la grotte, dite le Trou de Han*, et ils pensent qu'il pourrait être inséré dans la collection académique, et qu'il conviendrait de recueillir de nouveaux renseignemens sur cette grotte, ainsi que sur deux autres qui se trouvent dans le voisinage; qu'à cet effet quelques membres pourraient se rendre sur les lieux.

M. Cornélissen a également remis son rapport sur la partie du mémoire de M. Dewez lu à la dernière séance, *relative au champ de la bataille contre les Nerviens*, et il pense qu'elle mérite d'être imprimée.

S. E. le Ministre de l'instruction publique se trouvait à cette séance; et ayant été consultée sur la question qui s'était élevée à la séance du 14 octobre, à l'occasion de la demande de MM. Le Normand et De Moléon, savoir, *si l'Académie, vu le silence du réglement à cet égard, pouvait nom-*

mer des membres correspondans, S. E. a déclaré qu'elle n'y voyait pas d'inconvénient.

Séance du 25 *Novembre* 1820.

M. Garnier a fait lecture d'une partie d'un mémoire ayant pour titre : *Démonstration du principe des vîtesses virtuelles, et application de ce principe*, et l'a repris pour en achever la rédaction.

M. Cornélissen a lu le rapport sur la partie du mémoire présenté par M. Dewez à la séance du 14 octobre dernier, relative *au camp de Cicéron*, et il pense que cette partie peut, comme la précédente, être imprimée. M. le Duc d'Ursel, qui en a également pris lecture, est entièrement du même avis. M. De Bast s'est excusé d'en prendre connaissance pour cause d'incommodité.

Séance du 23 *Décembre* 1820.

M. Van Hulthem, Secrétaire perpétuel, qui, depuis plusieurs mois, avait manifesté le désir d'obtenir sa démission, s'était adressé à ce sujet à S. M., et la séance de ce jour avait été fixée pour procéder à l'élection d'un nouveau Secrétaire; mais à l'ouverture de la séance, une lettre de S. E. le Ministre de l'instruction publique a annoncé à l'assemblée que le Roi n'a pas encore disposé sur la demande de M. Van Hulthem. En conséquence, comme il ne paraissait pas (c'était du moins l'opinion d'une partie des membres) qu'on put procéder à un nouveau choix avant que S. M. eût accepté la démission de M. Van Hulthem, M. le président a proposé de remettre cette élection à la séance prochaine, et cette proposition a été adoptée par l'assemblée.

M. de Beunie, ancien membre de l'Académie, avait laissé un mémoire ayant pour titre : *des Précipitations des Métaux*, et MM. Quetelet, Kickx et Kesteloot, qni avaient été chargés de l'examen de ce mémoire, ont donné successivement lecture de leurs rapports. Ils ont été tout-à-fait d'accord que, d'après les grands progrès qu'ont faits les sciences chimiques depuis le temps où M. de Beunie a rédigé son mémoire, il ne peut, tel qu'il est, figurer avec avantage dans le recueil de l'Académie, et qu'il suffira d'en présenter une analyse dans le journal des séances.

M. Quetelet a donné ensuite lecture tant du rapport de M. Garnier que du sien, sur le mémoire de M. de Nieuport ayant pour objet *la Métaphysique du principe de la Différentiation*, lu à la séance du 4 octobre dernier, et tous deux pensent que ce mémoire mérite d'être imprimé.

Après quoi, M. Quetelet a présenté un mémoire *sur une nouvelle théorie des sections coniques*, *considérées dans le solide.* Renvoyé à l'examen de MM. Garnier, Van Utenhove et de Nieuport.

Séance du 13 *Janvier* 1821.

Lecture 1° d'un arrêté royal du 31 décembre dernier, par lequel S. M. nomme M. le Prince de Gavre président de l'Académie en remplacement de M. le Baron de Feltz, décédé;

2°. D'un autre arrêté du même jour, par lequel S. M. accepte la démission de M. Van Hulthem de la place de Secrétaire perpétuel;

3°. D'une lettre de S. E. le Ministre de l'instruction publique qui accompagnait cet arrêté;

4°. D'un arrêté royal du même jour, 31 décembre, par lequel S. M. fait connaître que son intention est qu'à commencer du 1er janvier 1821, les médailles d'or données par l'Académie aux auteurs des mémoire couronnés, ainsi que le traitement du Secrétraire perpétuel, ne seront plus payés, par la caisse de l'état, mais que ces dépenses seront supportées par la caisse de l'Académie sur la dotation annuelle que le Roi lui accorde.

Après la lecture de ces pièces, l'Académie a procédé par la voie du scrutin secret à l'élection d'un autre Secrétaire. L'assemblée était composée de seize membres, et M. Dewez ayant réuni douze voix, a été nommé Secrétaire perpétuel. En conséquence, il a été résolu d'en informer S. E. le Ministre de l'instruction publique, en le priant de présenter cette nomination à la sanction de S. M.

M. le Commandeur de Nieuport a donné ensuite lecture d'une réponse à une observation de M. Garnier, relative au mémoire *sur la métaphysique du principe de la différentiation.*

Séance du 3 *février* 1821.

M. Dewez a donné lecture d'une lettre que lui a adressée S. E. le Ministre de l'instruction publique, sous la date du 23 janvier dernier, par laquelle elle lui transmet une ampliation de l'arrêté royal du 19 du même mois, qui approuve la nomination de cet académicien à la place de Secrétaire perpétuel.

Ensuite MM. Van Hulthem et Dewez remettent les mémoires qui leur sont parvenus pour le concours de cette année, et M. le Président a nommé les commissaires chargés de les examiner.

Après quoi, il a été présenté deux mémoires de M. Garnier, l'un *sur les vîtesses virtuelles,* renvoyé à l'examen de MM. Quetelet, de Nieuport et Van Utenhove; l'autre, *sur les momens, les projections des aires et les couples,* renvoyé à celui de MM. de Nieuport, Van Utenhove et Thiry.

Séance du 24 *Février* 1821.

Deux nouveaux mémoires arrivés le 22 février à l'adresse de M. Van Hulthem, ont été mis sous les yeux de l'assemblée; l'un sur la première question, relative aux *vîtesses virtuelles,* et l'autre sur la seconde, relative à *l'élimination entre deux équations à deux inconnues;* et comme le programme annonce que les mémoires qui concourront aux prix, devront, conformément à l'article 29 du réglement du 3 juillet 1816, être envoyés avant le 1er de février, il a été mis en question si les deux nouveaux mémoires, n'étant pas parvenus dans le terme prescrit, pourraient encore être admis. L'Académie en ayant délibéré, et M. le Président ayant mis la question aux voix, il a été résolu, quant au premier mémoire, que, comme aucun mémoire n'avait concouru pour cette question, il serait admis, sans que cette espèce d'indulgence puisse tirer à conséquence, l'Académie, en se relâchant pour cette fois de la rigueur de la disposition réglementaire, n'entendant pas y déroger pour la suite, et M. le Président a en conséquence nommé pour examiner ce mémoire MM. Garnier, Quetelet et Thiry.

Quant au second, l'Académie prenant en considération qu'un autre mémoire sur la même question a été envoyé au concours dans le délai fixé,

et que conséquemment celui qui vient de paraître, pourrait nuire à l'auteur du mémoire précédemment et régulièrement envoyé, elle a résolu qu'il ne serait point admis au concours; que cependant il serait examiné, et que s'il était jugé avoir satisfait à la question, il serait accordé à l'auteur une médaille d'encouragement. En conséquence, il sera remis aux commissaires nommés pour l'examen de celui qui a été envoyé dans le terme, savoir : MM. Garnier, de Nieuport et Van Utenhove.

M. Van Utenhove a ensuite donné lecture d'un rapport de M. Garnier sur un mémoire de M. Quetelet, ayant pour titre : *nouvelle théorie des sections coniques considérées dans le solide*, et ce mémoire, d'après l'avis des commissaires qui sont avec M. Garnier, MM. Van Utenhove et de Nieuport, a été jugé digne d'être imprimé dans le recueil de l'Académie, après toutefois que l'auteur y aura fait quelques petits changemens indiqués dans le rapport de M^r Garnier. En conséquence, ce mémoire a été remis à M. Quetelet avec les rapports.

M. Quetelet a également donné lecture d'un rapport sur un mémoire de M. Garnier sur les *vîtesses virtuelles*, et MM. Van Utenhove et de Nieuport, ayant entièrement partagé l'opinion et appuyé les observations de M. Quetelet, ont, comme lui, voté l'impression de ce mémoire; mais l'Académie a pensé qu'il convenait qu'il fut renvoyé à M. Garnier pour l'inviter à désigner et à citer, soit en marge, soit en notes, les auteurs qu'il a consultés pour la rédaction de ce mémoire, et le Secrétaire a été chargé de le lui renvoyer en l'informant de la résolution de l'Académie.

Séance du 10 *mars* 1821.

M. le Commandeur de Nieuport a donné lecture d'une lettre de M. Garnier, par laquelle il renvoie au Président le mémoire *sur le principe des vîtesses virtuelles*, avec les changemens que l'Académie a désiré.

M. Quetelet a donné lecture du rapport de M. de Nieuport sur le mémoire de M. Garnier sur *les momens*, *les projections des aires et les couples*, rapport auquel ont adhéré les deux autres commissaires, MM. Van Utenhove et Quetelet, et l'Académie a pensé, comme ces commissaires, que ce mémoire, très-bien rédigé, présente cependant un ensemble de théories déjà

connues, plutôt que le résultat de nouvelles découvertes. Envisagé sous ce rapport, ce mémoire serait donc plus propre à être publié comme un ouvrage d'instruction, que comme un mémoire académique. Mais comme la connaissance des théories, savamment et méthodiquement présentées dans cet ouvrage, est peu répandue dans ce royaume, et qu'il importe de les y propager; que d'ailleurs, par la manière dont l'auteur a traité la matière, il se l'est en quelque sorte appropriée, et en a ainsi facilité l'étude à ceux à qui elles ne sont pas familières, l'Académie a jugé que ce mémoire pouvait être imprimé; mais que comme il est peut-être plus élémentaire qu'académique, il convenait d'en faire précéder l'impression d'une note ou avis qui, en faisant connaître cette résolution, expliquât et le but de l'auteur et l'intention de l'Académie, et le Secrétaire a été chargé d'en donner connaissance à M. Garnier.

Séance du 24 *Mars* 1821.

Dans la dernière séance, après la lecture des rapports de MM. de Nieuport, Van Utenhove et Quetelet sur le mémoire de M. Garnier relatif aux *momens, projections des aïres et couples,* l'Académie avait trouvé convenir de lui donner connaissance de sa résolution. Par une lettre de la même date que cette séance, c'est-à-dire, du 10 mars, M. Garnier à fait part à l'Académie qu'ayant réfléchi que ce mémoire, ainsi que celui qui a pour objet les *vîtesses virtuelles,* étaient plus propres à faire deux chapitres d'un traité de mécanique, que d'un mémoire académique, il retirait l'un et l'autre.

M. Quetelet a donné lecture du rapport de M. Garnier sur le mémoire qui a concouru au prix pour la première question des sciences, ayant également pour objet les *vîtesses virtuelles,* et qui n'est parvenu à l'Académie que le 22. L'Académie a également entendu les rapports de MM. Quetelet et Thiry; et sans prendre de résolution définitive, elle a pensé que quoique dans sa séance du 24 février, elle eût admis ce mémoire au concours, cette détermination n'avait cependant été fondée que sur une circonstance fortuite, c'est qu'il était seul sur cette question; mais qu'elle n'était pas moins subordonnée tacitement à une condition essentielle, c'est que l'ouvrage, pour mériter cette exception, doit être, sous tous les rapports, digne de l'approbation de l'Académie, avec d'autant plus de raison, que, précisément parce qu'il est seul, il devrait réunir les qualités requises dans

un degré assez éminent pour qu'on put présumer avec fondement que l'auteur aurait remporté la palme sur ses concurrens, s'il s'en était présenté. Or le mémoire dont il s'agit n'offre ni quant au fond, ni quant à la rédaction, un mérite assez élevé pour qu'on puisse se relâcher de la disposition réglementaire, à laquelle, d'ailleurs, si l'Académie a dérogé dans le cas qui se présentait, c'était, comme elle l'a déclaré, sans tirer à conséquence, et elle s'est réservée de soumettre toute la question à la décision définitive de l'assemblée générale, qui sera appelée à prononcer sur les mémoires envoyés au concours.

Séance du 14 *Avril* 1821.

M. Dewez a donné lecture d'une nouvelle dissertation faisant partie de son mémoire sur les points d'histoire Belgique, qui se trouvent dans César, et dont il a lu les deux premières parties à la séance du 14 octobre 1820. Cette dissertation, traite de l'endroit où était située la place que César désigne sous le nom *d'oppidum Atuaticorum.* Renvoyé à l'examen de MM. le Duc d'Ursel, le Baron de Villenfagne et le Prince de Gavre.

Le reste de la séance a été employé à entendre la lecture des rapports des commissaires sur les mémoires envoyés au concours.

Séance du 28 *Avril* 1821.

Continuation de la lecture des rapports.

Différens membres présens ont proposé des questions pour le concours prochain, et le Secrétaire a donné connaissance de celles qui lui ont été adressées par les membres absens. Toutes ces questions, ainsi que celles qui, dans l'intervalle, pourraient être adressées ou apportées à l'Académie, seront examinées et discutées à la séance générale.

Séance générale du 7 *Mai* 1821.

Le Secrétaire a mis sur le tapis les différens mémoires envoyés au concours, et il a représenté d'abord, avec celui qui a traité la première ques-

tion, relative *au commerce, à l'industrie et à la population, depuis le commencement du 17e siècle*, les rapports de MM. Falck, Van Hulthem et Dewez. L'avis conforme de ces trois membres est que ce mémoire étant d'un côté trop inexact et trop incomplet, et de l'autre trop surchargé de divagations déplacées, de comparaisons intempestives, de détails étrangers au sujet, de paradoxes, d'anachronismes même, l'Académie ne peut lui décerner le prix, et qu'il convient de remettre la question au concours. L'assemblée a adopté l'avis des Commissaires.

L'Académie n'a également reçu qu'un mémoire sur la seconde question, relative *à l'état de la législation et des tribunaux avant l'invasion des armées françaises dans ce pays*, et les Commissaires chargés de l'examen de ce mémoire ont donné lecture de leurs rapports. L'un est d'avis qu'il mérite le prix, l'autre le prix ou du moins la médaille d'argent, et le troisième, la médaille d'argent seulement.

Après cette lecture, la matière a été amplement discutée de vive voix par les rapporteurs, et après ces différentes explications, M. le Président a mis la chose aux voix, et il a été décidé à la pluralité qu'il serait offert une médaille d'encouragement à l'auteur qui a été reconnu être M. Pycke, avocat et bourgmestre de Courtrai.

Aucun mémoire n'est parvenu sur les 3e, 4e et 5e questions.

Il n'en est parvenu qu'un sur la 6e question, relative à *Juste-Lipse*. Les Commissaires ont donné lecture de leurs rapports, et ont ensuite discuté de vive voix les points sur lesquels ils n'étaient pas bien d'accord, et comme les membres de l'assemblée étaient également partagés d'opinion, M. le Président ayant recueilli les voix, la pluralité a voté pour le prix, et il a été reconnu que l'auteur était M. Frédéric-Auguste Baron de Reiffenberg, Professeur à l'Athénée de Bruxelles.

Après quoi, l'assemblée s'est occupée de la discussion sur les mémoires relatifs aux sciences.

Sur la première question, ayant pour objet les *vîtesses virtuelles*, un seul mémoire a été envoyé au concours, et il n'est parvenu à l'Académie que le 22 février.

MM. Garnier, Quetelet et Thiry ont lu leurs rapports sur cet ouvrage; mais comme aux termes de l'article 29 du réglement du 3 juillet 1816, les

9

mémoires qui concourent aux prix, doivent être envoyés avant le 1er de février, l'Académie, dans la séance du 24 mars dernier, s'était réservé de laisser à l'assemblée générale du 7 mai, le soin de décider si l'on admettrait ce mémoire, ou si, s'en tenant rigoureusement à la lettre du réglement, elle le rejeterait, l'assemblée a pensé que ce ne se serait qu'en forçant et en dénaturant le sens de cette disposition, qu'on voudrait trouver dans son esprit une interprétation qui pût autoriser ou justifier l'indulgence qu'on pourrait être porté à exercer à l'égard des auteurs; et croyant en conséquence devoir respecter et maintenir un principe exprimé en termes trop formels pour qu'on puisse par aucun motif y apporter quelque dérogation ou exception, elle s'est abstenue de délibérer sur le mérite de ce mémoire, et a décidé qu'il ne pouvait être admis.

Deux mémoires sur la seconde question, relative à l'*élimination entre deux équations à deux inconnues,* ont été envoyés au concours. MM. Garnier, Quetelet et Van Utenhove étaient rapporteurs. Leurs conclusions à l'égard du premier, ayant pour épigraphe : *Si minus valeat, rapidis addicite flammis,* ont été uniformes : ils ont jugé que l'auteur n'avait qu'effleuré son sujet, et que quoiqu'il ne paraisse pas étranger à l'analyse, il n'avait que très-imparfaitement répondu à la demande de l'Académie. Elle a donc regardé ce mémoire comme trop superficiel pour mériter le prix ou la médaille d'encouragement.

Le second mémoire, ayant pour devise : *la volonté générale est toujours droite et tend toujours à l'utilité publique,* n'est arrivé que le 22 février. MM. Garnier et Quetelet ont lu leurs rapports, et M. Van Utenhove y a accédé. Mais l'assemblée sans délibérer sur le mérite de l'ouvrage, et guidée par le principe sur lequel elle a fondé sa décision à l'égard du mémoire sur les *vîtesses virtuelles,* a également rejeté celui-ci du concours, et a résolu de reproduire la question pour le concours prochain.

La troisième question avait pour objet *la constitution géologique du Hainaut.* Un seul mémoire a été envoyé au concours. Les deux premiers rapporteurs étaient d'avis qu'il méritait la palme; mais le troisième était d'un avis contraire.

Après une discussion qui s'est établie entre plusieurs membres, M. le Président a demandé individuellement les opinions, et à la majorité des voix,

il a été résolu que le prix serait adjugé. L'ouverture du billet cacheté a présenté le nom de M. Drapier, demeurant à Bruxelles.

Sur la quatrième question relative *au nectaire*, pas de mémoires.

Sur la cinquième, concernant *la théorie de Dalton*, un seul mémoire. Les trois rapporteurs ont été d'avis que ce mémoire ne méritait pas le prix, et que l'Académie pourrait proposer la question une seconde fois. L'assemblée, partageant unanimement leur avis, a résolu de représenter la question.

Deux mémoires ont été envoyés au concours pour la sixième question, *sur la véritable composition chimique des sulfures*, l'un en français, l'autre en hollandais. Les rapporteurs ont été d'avis que le premier n'a aucunement répondu a la question; mais que le second a atteint le but de l'Académie, et l'assemblée a décerné le prix à l'auteur de ce mémoire, qui a été reconnu être M. Marée, pharmacien admis par le jury médical de Bruxelles, actuellement à Louvain.

Le dernier mémoire a examiner était celui qui a traité la question relative *au bleu de Prusse*. C'est le seul qui soit parvenu. Les rapporteurs ont été d'avis que l'Académie pourrait décerner à l'auteur une médaille d'encouragement. Cet avis a été unanimement adopté, et le billet cacheté, ayant été ouvert, a fait connaître le nom de M. Coulier, fabricant de bleu de Prusse, à Paris.

La séance est remise à demain pour la discussion des questions à proposer pour le concours de 1822.

Séance du 8 Mai 1821, *continuation de la précédente.*

Des six questions d'histoire, proposées pour le concours de 1821, il a été résolu de retenir la première, la seconde, la quatrième et la cinquième (Voyez la séance des 8 et 9 mai 1820). Deux avaient été proposées dans la même séance, pour le concours de 1822, l'une *sur les services rendus à la langue et à la littérature grecque*, l'autre *sur Erasme*.

Une nouvelle question a été ajoutée aux six précédentes. Elle est ainsi conçue :

En quels temps les corporations connues sous le nom de métiers (neeringen en de ambachten) *se sont-elles établies dans les provinces des Pays-Bas ? Quels étaient les droits, priviléges et attributions de ces corporations, et par quels moyens parvenait-on à y être reçu et à en devenir membre effectif ?*

Des six questions des sciences, la seconde, qui est la question d'*analyse*, la quatrième qui concerne le *nectaire*, et la cinquième *sur la théorie de Dalton*, ont été continuées.

La première et la troisième de ces questions ont subi quelques changemens ou extensions.

A ces trois questions on a joint les suivantes :

4° *Décrire la constitution géologique de la province de* Namur, *les espèces minérales et les fossiles accidentels que les divers terrains renferment, avec l'indication des localités et la synonymie des auteurs qui en ont déjà traité.*

Physico-Mathématique.

5° *Un fil flexible et uniformément pesant, étant suspendu par l'une de ses extrémités à un point fixe, et soulevé par son autre extrémité à une hauteur et une distance quelconque, si l'on vient à lâcher cette seconde extrémité, et à abandonner ainsi ce fil à l'action libre de la pesanteur, on demande les circonstances de son mouvement dans l'espace supposé vide.*

Physique.

6° *On sait que les arbres qui croissent dans un fond entouré d'autres arbres, s'élèvent aux dépens de leurs grosseurs à des hauteurs au-dessus de leurs portées ordinaires, ou même que dans certaines circonstances ils se courbent, de manière à placer leurs têtes dans un espace libre. On sait de même que dans les serres les plantes semblent se porter vers le jour. On demande donc si ces phénomènes et un grand nombre d'autres de même nature peuvent s'expliquer par des causes physiques, étrangères à l'essence de ces arbres et de ces plantes, ou s'il faut les attribuer à des sensations inhérentes à leur nature, et admettre dans le règne végétal, comme dans le règne animal, un sentiment de son existence, un* moi, *et conséquemment un effort intentionnel vers son bien-être.*

7° *On demande une topographie médicale de la ville de Bruxelles, ou description de Bruxelles, sous le rapport statistique, physique et moral relativement à la salubrité publique.*

Pour le concours de 1823, on a proposé la question suivante :

On sait que les lignes spiriques *sont les courbes produites par l'intersection d'un plan ou d'un corps engendré par la rotation d'un cercle autour d'un axe donné de position. On demande l'équation générale de ces courbes et une discussion complète de cette équation.*

Finalement, on a procédé par la voie du scrutin secret à la nommination d'un Directeur, et M. le Commandeur de Nieuport, ayant réuni la totalité des voix, moins une, a été continué dans cette fonction.

Séance du 19 *Mai* 1821.

Le Secrétaire a donné lecture du programme pour le concours de 1822, qui a été approuvé et arrêté.

Séance du 26 *Mai* 1821.

Le Secrétaire a mis sous les yeux de l'Académie la liste des sociétés ou corps savans auxquels les nouveaux mémoires de l'Académie, et le recueil de ceux qui ont remporté le prix en 1817, ont été envoyés.

Les sociétés ou corps du pays auquel cet envoi a été fait, sont :

L'Institut royal des Pays-Bas;
La société hollandaise des Beaux-Arts et des Sciences, à *Amsterdam;*
La société hollandaise des Sciences, à *Harlem;*
La société provinciale des Sciences, à *Utrecht;*
La société zélandaise des Sciences, à *Middelbourg;*
La société de Littérature, à *Leyde;*
La société pour l'encouragement de l'industrie nationale, à *Harlem;*
La société royale des Beaux-Arts et de Littérature de *Gand;*
La société royale d'Agriculture et de Botanique de *Gand;*
La société royale de Rhétorique de *Gand;*
La société d'Emulation de *Liége;*

Les Universités de *Leyde*, *Utrecht*, *Groningue*, *Gand*, *Louvain* et *Liége*;
Les Athénées d'*Amsterdam*, *Franeker* et *Deventer*;
Les bibliothéques publiques de *Bruxelles*, *Bruges* et *Anvers*.

Les sociétés étrangères sont :

L'Institut de *France*;
L'Académie impériale des Sciences de *Pétersbourg*;
La société royale de *Londres*;
La société royale des Sciences de *Turin*;
L'Académie royale des Sciences de *Berlin*;
L'Académie royale des Sciences de *Stockholm*;
L'Académie royale des Sciences de *Lisbonne*;
L'Académie royale des Sciences de Bavière, à *Munich*;
La société des Sciences de *Philadelphie*;
La société des Sciences de *Boston*.

Et il a été résolu que dans la suite on continuerait à envoyer ces mémoires aux mêmes sociétés, corps ou établissemens.

Le Secrétaire ayant reçu, sous la date du 29 janvier dernier, une lettre de M. Raepsaet, membre de cette Académie, par laquelle il manifestait le désir de voir publier la précieuse collection des manuscrits relatifs à l'histoire du pays, recueillis par feu M. de Nélis, évêque d'Anvers, et dont M. Van Hulthem a fait en grande partie l'acquisition, en a dans le temps informé et entretenu l'Académie, et en a conféré avec M. Van Hulthem. Il a aujourd'hui rappelé cet objet à l'attention de l'assemblée, et M. Van Hulthem, ayant donné sur la nature, le nombre, le contenu et l'état de ces manuscrits, les détails les plus amples, il a été résolu de charger une commission prise dans le sein de l'Académie de faire un rapport sur les moyens d'exécuter ce projet, en indiquant la forme qui paraîtrait la plus convenable à donner à ce recueil, et les ressources ou moyens par lesquels on pourrait subvenir aux frais de cette vaste entreprise. En conséquence, M. le Président a nommé, pour former cette commission, MM. Van Hulthem, de Geer et Dewez.

Séance du 16 *Juin* 1821.

M. Van Hulthem, au nom de la commission chargée de présenter à l'Académie un rapport sur les moyens d'exécuter le projet de publication des manuscrits historiques, a donné lecture de ce rapport, qui a donné lieu à une discussion, dans laquelle on a balancé les grands avantages qui résulteraient de ce projet, avec les difficultés que présente son exécution; et après cette discussion, on en est revenu à la question préalable, savoir: s'il serait donné suite à ce projet, et M. le Président, l'ayant mise aux voix, il a été résolu à la très-grande majorité que le projet serait pris en considération. En conséquence, le Secrétaire a été chargé d'informer M. Raepsaet de cette résolution, et de lui adresser le rapport, en l'invitant à présenter ses observations sur le tout.

Après quoi, M. Dewez a donné lecture d'une dissertation faisant partie de son mémoire sur les endroits de la Belgique, renommés dans les Commentaires de César. Ce morceau a pour objet l'endroit appelé dans plusieurs éditions *Atuatuca*, au 6e livre.

Séance du 7 *Juillet* 1821.

M. le Commandeur de Nieuport fait une proposition relative à l'usage établi de renvoyer à l'examen de trois Commissaires, les mémoires lus en séance par les Académiciens. Il observe qu'en principe, l'Académie n'étant sujette à aucune solidarité ou responsabilité à l'égard des opinions de ses membres en matière de science ou de littérature, ne doit juger les mémoires qui sont lus que sous deux rapports; en premier lieu, sous celui des convenances générales, qui (ce qu'on ne doit cependant pas présumer) pourraient être blessées par des opinions contraires aux lois, au bon ordre, aux principes du gouvernement ou aux intérêts de la société; et en second lieu, sous celui des règles littéraires, qui pourraient être enfreintes par des vices essentiels contre la langue ou contre le style, et propres à déparer un recueil académique. Ce ne serait que pour l'une ou l'autre de ces causes que l'Académie pourrait s'opposer à l'impression d'un mémoire, et non pour les opinions des auteurs sur les points de science ou d'histoire qu'ils auraient traités : ils sont entièrement libres à cet égard, et ils ne peuvent être subordonnés à celles de leurs confrères. C'est le public seul qui est

leur juge. Il paraît donc inutile, selon M. de Nieuport, de renvoyer, comme cela s'est fait jusqu'à présent, ces sortes de mémoires à l'examen des Commissaires pris dans le sein de la compagnie, et il suffit qu'ils aient été lus dans une séance publique, où chacun a le droit de faire ses observations, et où par conséquent les ouvrages peuvent être librement discutés. C'est ainsi d'ailleurs que cela se pratique dans la plupart des Académies.

M. le Commandeur ajoute que, d'un autre côté, cette marche entraîne des lenteurs et apporte des entraves à la publication des mémoires par les renvois et les circuits qu'ils doivent faire pour passer d'une main à l'autre, et les Commissaires nommés pour cet examen, n'ayant pas toujours le temps de s'en occuper dans le moment où ils les reçoivent, sont obligés de les retenir quelquefois assez long-temps.

Cette proposition a été appuyée par tous les membres présens.

Cependant l'assemblée a pensé qu'il serait bon de la reproduire à une des séances prochaines, afin que chacun ayant eu le temps de la murir, puisse présenter les observations qu'un examen plus réfléchi aurait pu lui suggérer, ou afin que les membres absens de cette séance, et qui pourraient intervenir à une des suivantes, puissent également donner leur opinion à ce sujet. En conséquence, M. le Président, ayant mis aux voix la question de savoir si l'on donnerait suite à la proposition, elle a été résolue affirmativement à l'unanimité.

Après quoi, le Secrétaire a donné lecture de la lettre qui lui a été adressée par M. Raepsaet, contenant ses observations détaillées sur le rapport de la commission composée de MM. Van Hulthem, de Geer et Dewez, au sujet de la publication des *manuscrits historiques*. Après cette lecture, M. le Commandeur de Nieuport explique son opinion sur ce projet : il est d'avis que l'Académie s'offre à diriger la publication d'un assez grand nombre de manuscrits inédits sur l'histoire belgique, faisant partie de la riche collection de M. Van Hulthem, pourvu que le nombre des souscripteurs, avec les secours qu'elle pourrait obtenir du gouvernement, suffise pour en couvrir les frais. Cette publication commencerait par le manuscrit de Pierre à Thymo. Cet ouvrage serait précédé d'une notice préliminaire sur son auteur et sur son contenu, et accompagné de notes, et la première souscrip-

tion se bornerait à ce premier essai. De là on passerait successivement aux autres, pour lesquels les mêmes souscripteurs auraient la liberté de s'inscrire également, si, comme on n'en doute pas, cette première livraison obtenait leurs suffrages.

L'Académie, sans prendre encore aucune détermination sur cet objet, a résolu de renvoyer la lettre de M. Raepsaet et la note de M. de Nieuport, transcrite ci-dessus, à la commission, afin qu'elle fasse un rapport sur le tout.

Le Secrétaire a ensuite remis de la part de M. Raepsaet, son second mémoire sur la législation des Gaules, intitulé : *Lex Ecclesiastica*. Renvoyé à l'examen de MM. Cornélissen, Van Hulthem et Dewez.

La séance a été terminée par la lecture que M. Dewez a faite d'une courte dissertation sur le texte de César, liv. 6, ch. 33, où il est dit que l'Escaut se rend dans la Meuse. Cette dissertation termine le mémoire de l'auteur sur les différens endroits de l'ancienne Belgique dont parle César, et M. le Président l'a renvoyée, ainsi que la précédente sur l'endroit appelé *Atuatuca*, à l'examen de MM. le Duc d'Ursel, Cornélissen et lui-même.

Séance du 4 août 1821.

L'assemblée s'est ensuite occupée de la proposition faite à la dernière séance par M. de Nieuport, relativement à l'usage établi de renvoyer à l'examen de trois Commissaires, les mémoires lus en séance par les membres de l'Académie ; et comme, après une première discussion, il avait été résolu qu'il serait donné suite à cette proposition, on en a établi une nouvelle, à l'effet de prendre une résolution définitive. M. le Prince de Gavre, Président, a observé qu'il pourrait d'abord être fait une lecture, et que, si l'assemblée ne croyait avoir ni observation ni objection à faire sur l'ouvrage, il pourrait, sans autre formalité, être inséré dans le recueil des mémoires imprimés ; que dans le cas où elle désirerait un examen plus approfondi de l'ouvrage, on pourrait exiger une seconde lecture ; que, dans tous les cas, il serait libre à l'un ou l'autre des membres d'en demander communication ; qu'au reste, l'auteur, qui croit nécessaire de s'aider des lumières et des avis de ses confrères, serait toujours libre, avant de communiquer son mémoire à l'assemblée, de consulter ceux qu'il trouverait

convenir. L'Académie, ayant trouvé que ces précautions étaient propres à tout concilier, a adopté la proposition de M. le Commandeur de Nieuport avec l'amendement de M. le Prince de Gavre.

Comme M. Van Hulthem, l'un des membres de la commission, chargée de chercher et de proposer les moyens de publier les *manuscrits historiques*, n'était pas présent à la dernière séance, où il a été fait lecture de la lettre adressée au Secrétaire par M. Raepsaet à ce sujet, il en a été donné dans cette séance communication à M. Van Hulthem, qui, ayant en général trouvé de bonnes vues dans ce projet, a insisté sur son exécution en grande partie. L'Académie a en conséquence chargé la commission de lui faire un nouveau rapport, qui présenterait un projet de *Prospectus*, pour être communiqué à Son Excellence le Ministre de l'instruction publique, à l'effet de savoir, si d'après le plan qu'on proposerait, on pourrait espérer sur la coopération du Roi, pour donner à ce projet l'exécution désirable.

Le Secrétaire a finalement donné lecture d'une lettre de M. Garonne, avocat à Paris, du 1er juin dernier, par laquelle il le prie de remettre à la personne qu'il indique, le mémoire qu'il a envoyé au concours de 1821, sur la population, le commerce et l'industrie des Pays-Bas, etc., ayant pour devise : *le commerce est le lien des nations et le mobile le plus puissant de leur prospérité*, afin qu'il puisse le revoir et le corriger. Il a été observé à cet égard que l'usage constant de l'Académie s'oppose à ce qu'on puisse accéder à la demande de M. Garonne, l'Académie croyant devoir retenir l'expédition qui lui est adressée, comme étant la pièce justificative sur laquelle elle base son jugement, et le Secrétaire a été chargé de répondre dans ce sens à M. Garonne.

Vacances jusqu'au mois d'octobre.

Séance du 6 *octobre* 1821.

Le Secrétaire a donné lecture de la lettre de M. Garonne, du 19 août dernier, en réponse à celle qui lui a été écrite le 13, conformément à la résolution prise dans la séance du 4, pour l'informer que l'Académie ne pouvait lui rendre son mémoire comme il l'avait demandé. Dans cette lettre, M. Garonne insiste vivement sur la remise de ce mémoire, préten-

dant que le programme de l'Académie n'ayant pas énoncé que les mémoires qui avaient coucouru aux prix, ne seraient pas rendus aux auteurs, il ne pouvait être lié par une condition qui n'était pas exprimée; et déclarant que si son mémoire n'est pas remis à M. Palmaert, à Bruxelles, à qui il en a envoyé le récépissé, il se pourvoirait contre l'Académie par tous les moyens qui sont en son pouvoir. L'Académie, après avoir délibéré de nouveau sur l'objet de cette lettre, a résolu de persister dans sa résolution précédente, appuyée sur l'usage constant de cette compagnie, comme de tant d'autres, de l'Institut de France même.

M. Van Hulthem a rappelé à ce sujet qu'en 1818, un auteur, qui ne s'était pas fait connaître, avait demandé qu'on lui rendît son manuscrit après le jugement de l'Académie, et que celle-ci fît connaître à l'auteur, par l'organe de son Secrétaire et par la voie des feuilles publiques, que l'usage constant de l'Académie s'opposait à ce qu'elle accédât à cette demande; que dès que les mémoires avaient été soumis au jugement de la commission nommée à cet effet, ils restaient déposés aux archives; qu'ainsi, si l'auteur persistait dans sa demande, il était prié de faire reprendre son mémoire avant le 15 février, en le prévenant qu'elle attendrait jusqu'a ce jour pour l'envoyer à l'examen de la commission; qu'un avis conçu dans ces termes fut inséré entr'autres dans l'*Oracle*, nº 36, du jeudi 5 février 1818. L'auteur n'a plus réclamé, et le mémoire a été examiné et remis aux archives, comme tous ceux qui, depuis l'institution de l'Académie, ont subi l'examen. L'Académie, considérant donc que, par ce moyen, qui d'ailleurs s'est représenté plus d'uue fois, le public était suffisamment informé de cet usage, a chargé le Secrétaire d'écrire dans ce sens à M. Garonne, et de le prévenir, du reste, qu'il peut faire prendre ici copie de son mémoire, faculté que l'Académie accorde à tous les auteurs.

Le Secrétaire a également donné lecture d'une lettre de M. Vène, capitaine du génie, du 7 août dernier, par laquelle, après avoir accusé la réception de la médaille qui lui a été adressée, il annonce: 1º qu'il est l'auteur du mémoire sur les *vîtesses virtuelles*, qui n'est parvenu à l'Académie qu'après le terme fixé pour la remise des ouvrages envoyés au concours; qu'il désire faire hommage de ce mémoire à l'Académie, et demande en conséquence qu'on lui en adresse une copie, si elle consent à agréer cet hommage; 2º qu'ignorant les conditions imposées aux auteurs des ouvrages

couronnés, son mémoire sur la *mécanique*, qui a été couronné au concours de 1820, a été inséré dans les travaux de l'Académie d'Arras, dont il est membre. L'Académie, bien convaincue que ce n'est pas sciemment qu'il a enfreint les conditions du programme, et ayant jugé l'ouvrage de M. Vène, sur la *mécanique*, très-digne de son approbation, a pensé qu'il n'y aurait pas d'inconvénient à ce qu'il fût inséré dans son recueil. Quant au mémoire sur les *vîtesses virtuelles*. Elle a considéré que ne faisant publier que deux espèces de recueils, l'un des mémoires de ses membres, l'autre des mémoires couronnés, elle n'en a point où elle pourrait insérer celui de M. Vène ; et le Secrétaire a été chargé de lui répondre dans ce sens sur ces deux points de sa lettre, et de le remercier de la déférence qu'il témoigne à l'Académie, en lui offrant cet hommage, qu'elle regrette de ne pouvoir agréer.

Séance du 22 *Octobre* 1821.

Le Secrétaire a donné lecture de la réponse qu'il a adréssée à M. Garonne, dans le sens de la résolution prise dans la séance du 6 de ce mois.

Le reste de la séance a été employé a entendre la lecture du second mémoire de M. Raepsaet, *sur la législation des Gaules, comprenant la* lex ecclesiastica, et l'assemblée a été unanimement d'avis que ce mémoire fût imprimé.

Séance du 3 *Novembre* 1821.

Le Secrétaire a donné communication de la dépêche de Son Excellence le Ministre de l'instruction publique, du 23 octobre dernier, par laquelle elle l'informe que S. Majesté, par son rescrit du 18 du même mois, nº 78, a approuvé la nomination de MM. *le Normand* et *de Moléon*, de Paris, comme membres correspondans de l'Académie; nomination faite dans la séance du 14 octobre 1820.

Il s'était alors élevé une difficulté sur ce point. Comme depuis son institution, l'Académie n'avait pas nommé de *correspondans*, et que le réglement d'ailleurs n'en parle pas, l'assemblée avait douté si elle avait le droit d'en nommer, et c'est d'après cela que le Secrétaire avait été chargé de s'adresser au Ministre pour le prier, s'il n'y trouvait pas d'obstacle, de présenter à l'approbation de Sa Majesté, la nomination de MM. *de Moléon* et *le Normand*.

Comme cette résolution n'avait pas été exécutée, le Secrétaire actuel a rempli cette obligation, et a obtenu la décision dont il vient de donner connaissance à l'assemblée. Cette disposition prise pour ce cas particulier, consacre un principe général. Ainsi, ce point, sur lequel l'Académie avait formé des doutes, est maintenant fixé, c'est-à-dire, qu'elle a le droit de nommer des membres correspondans, et cette dernière disposition doit, dès maintenant, être considérée comme un point organique, et conséquemment comme un article amplificatif du réglement du 3 juillet 1816.

Après quoi, M. Dewez a donné lecture d'une dissertation sur cette question : *A quelle époque les comtes et les ducs sont-ils devenus héréditaires dans la Belgique?* Et l'assemblée a été d'avis qu'elle pouvait être insérée dans la collection académique.

Séance du 3 *Décembre* 1821.

M. Dewez a lu un mémoire de sa composition sur cette question : *A quel titre Baudouin, surnommé Bras-de-Fer, premier comte de Flandre, a-t-il gouverné cette province? Est-ce comme prince héréditaire, ou comme usurpateur?* Et l'assemblée a pensé qu'il pouvait être imprimé comme le précédent.

Après quoi, M. de Nieuport a rappelé à l'assemblée que l'Académie ayant adopté l'usage de donner aux membres dont les mémoires auraient été lus en séance et insérés dans la collection imprimée, douze exemplaires de leurs propres mémoires, il lui paraît qu'il serait juste d'étendre ce privilége aux auteurs des mémoires couronnés, et il en a fait la proposition, qui, ayant été discutée et débattue, a été mise aux voix, et adoptée à la pluralité.

Séance du 7 *Janvier* 1822.

Le Secrétaire a communiqué une lettre de M. Jullien, de Paris, l'un des rédacteurs de la *Revue encyclopédique*, datée de Paris, le 30 novembre 1821, par laquelle il fait hommage à l'Académie d'un ouvrage intitulé : *Essai général d'éducation physique, morale et intellectuelle, etc.*, dont il est l'auteur, ainsi que de deux brochures, l'une ayant pour titre : *Esquisse d'un plan de lectures historiques, etc.*, et l'autre : *Coup-d'œil sur la revue encyclopédique, etc.*, et demande d'être admis au nombre des membres correspondans de l'Académie.

L'assemblée a agréé le don de M. Jullien; mais quant à sa demande, ayant pris en considération que les ouvrages présentés par cet écrivain, estimables d'ailleurs, tant par leur mérite littéraire que par leur but moral, sont cependant étrangers aux objets dont l'Académie s'occupe, elle a résolu qu'elle ne pouvait l'admettre sans violer les principes constitutifs de la société, et elle a chargé le Secrétaire de répondre à M. Jullien, d'abord, pour le remercier de l'envoi de ses ouvrages, et ensuite pour l'informer qu'elle ne pouvait déférer à sa demande, en lui témoignant ses regrets.

Après quoi, le Secrétaire a donné lecture d'une dissertation envoyée par M. le Baron de Villenfagne, intitulée : *Recherches sur la découverte du charbon de terre dans la ci-devant principauté de Liége, vers quel temps, et par qui elle fut faite.*

M. Kickx a également fait lecture d'une dissertation *sur les traps stratiformes.*

L'assemblée a été d'avis que ces deux dissertations pouvaient être insérées dans la collection qui est sous presse.

Séance du 4 février 1822.

Le Secrétaire a rendu compte des mémoires qui lui sont parvenus pour le concours de cette année, et M. le Président a nommé les Commissaires chargés de les examiner.

M. Kickx a ensuite donné lecture d'un extrait de ses *observations météorologiques*, faites à Bruxelles, pendant les mois de novembre et décembre 1821, et vu l'intérêt qu'elles présentent, l'assemblée a résolu qu'elles seraient insérées dans le second volume des mémoires de l'Académie, en invitant au surplus M. Kickx, de continuer à faire part à l'Académie de ses observations ultérieures.

Après quoi, le Secrétaire a rappelé à l'assemblée que le discours préliminaire, qui devait être placé à la tête du premier volume des nouveaux mémoires, n'ayant pas été fait, il serait inconvenant qu'il parût à la tête du second; que cependant, d'un autre côté, il est indispensablement nécessaire qu'il existe dans les actes de l'Académie une pièce, quelle que soit sa

dénomination, qui rappelle le temps et présente les causes de la cessation des travaux de cette compagnie, l'époque et les circonstances de sa restauration, l'état des sciences dans ces provinces d'une époque à l'autre, etc., et il a proposé de remplir cette tâche par un rapport qu'il serait chargé de présenter à l'Académie, et qui traiterait les objets qu'auraient dû faire la matière du discours préliminaire. Ce rapport, a ajouté le Secrétaire, atteindrait le même but, et présenterait en même temps plusieurs autres avantages que ne comporterait pas la forme d'un discours préliminaire. D'abord, un rapport peut être placé indifféremment dans un volume ou dans l'autre, et même mieux dans le second, parce qu'on pourrait y faire entrer l'histoire des travaux de l'Académie depuis son rétablissement. Comme, d'ailleurs, les notices des académiciens morts n'ont pas été faites, et qu'il ne serait guère possible, vu le long espace de temps qui s'est écoulé depuis l'institution de l'Académie, de se procurer maintenant les documens ou renseignemens nécessaires pour rédiger ces notices, dans tous leurs détails, on pourrait insérer dans ce rapport les notices, sinon biographiques, dans le strict sens du mot, du moins littéraires, des membres qui se sont signalés par leurs travaux académiques, sauf à rejetter dans des notes les détails qui ne pourraient être convenablement assortis à la forme que doit avoir un rapport de ce genre. Enfin, comme il est temps de présenter le journal des séances, depuis la restauration de l'Académie, on pourrait très-bien placer ce journal au commencement du second volume, et le terminer par la séance de ce jour. Le rapport suivrait immédiatement le journal, de sorte que l'un serait la suite et le complément de l'autre, et présenterait ainsi l'état des travaux et des opérations de l'Académie à la date de ce jour. Ce rapport aurait, au moyen de ce plan, l'avantage d'être parfaitement à sa place, tandis que le discours préliminaire serait tout-à-fait déplacé.

Cette proposition ayant été discutée et mise aux voix, a été unanimement adoptée, et le Secrétaire reste en conséquence chargé de la rédaction de ce rapport dans le sens et dans la forme qu'il a proposés.

FIN.

RAPPORT

DE

L'ÉTAT DES TRAVAUX ET DES OPÉRATIONS DE L'ACADÉMIE,

1°. Depuis son institution en 1769 sous la dénomination de Société littéraire, et celle d'Académie en 1772, jusqu'à sa dissolution en 1794;

2°. Depuis sa restauration en 1816, jusqu'en 1822;

Précédé d'une introduction présentant les progrès des sciences et des lettres dans la Belgique avant le 18e siècle ;

Par M. DEWEZ, Secrétaire perpétuel.

LU DANS LES SÉANCES DU 29 OCTOBRE ET DU 11 NOVEMBRE 1822.

INTRODUCTION.

Les sciences et les lettres, entièrement négligées dans la Belgique, comme dans toute l'Europe, pendant les siècles d'ignorance, ne sortirent de ce chaos qu'au 14e siècle (1). C'est à cette époque que s'établirent dans les provinces flamandes ces sociétés généralement connues sous le nom de *Rhétoriques*, où l'on donnait des représentations théâtrales, où l'on prononçait des harangues et des panégyriques, où l'on distribuait des prix. Alost en avait deux; celle qui porte le titre de Ste-Catherine, paraît être la plus ancienne qui soit connue. Celle de Diest existait dès l'an 1302 (2). Dixmude en comptait trois en 1394. Elles se multiplièrent beaucoup dans le siècle suivant : Bruxelles en comptait cinq; Louvain et Courtrai, trois; Lierre et Termonde, deux : Ninove, Hérentals et Nieuport en fondèrent également une dans le même temps. Les grandes villes, Anvers, Gand, Bruges, Malines, s'empressèrent d'en établir sur le même modèle; mais le temps précis de leur création est inconnu. Les premiers essais qui en sont sortis, ne sont pas sans doute des chefs-d'œuvre de goût. Dans l'enfance des arts, tous les essais sont informes. Mais enfin c'était un premier pas, et quelque grossières que soient les premières productions de nos *Rhétoriques*, que les Français ont peut-être trop ridiculisées (qu'il nous soit du moins permis de prendre notre revanche), ne valent-elles pas les *Mystères de la Passion* et les *Martyres des Saints*, qu'on jouait avec magnificence et qu'on applaudissait avec enthousiasme sur les théâtres de France, où une troupe d'histrions ridicules *jouait les Saints, la Vierge et Dieu par piété* (3).

(1) Le *Discours préliminaire*, qui est à la tête du premier volume des anciens mémoires, donne déjà une idée générale de l'état des sciences et des lettres dans les quinzième et seizième siècles. Je n'ai d'autre intention et d'autre prétention que d'y donner plus de développement.

(2) C'est du moins à cette année que Gramaye fixe son origine.

(3) Boileau, Art poét., chant 3.

C'est à la brillante époque où la maison de Bourgogne réunit sous sa puissance toutes les provinces belgiques, que les sciences et les lettres, soutenues par la protection éclairée de Philippe-le-Bon, prirent un si vif essor, qu'il ne put être rallenti par les longues calamités qui affligèrent ces provinces sous la triste domination de Philippe II; et le beau règne d'Albert et d'Isabelle donna à la littérature et aux arts ce lustre et cet éclat qui ont fait de ce règne une des plus glorieuses époques de notre histoire. C'est en effet à la protection dont ces augustes princes honorèrent les savans, que la Belgique est redevable de cette gloire. Juste-Lipse, qui est regardé comme le restaurateur des bonnes études dans la Belgique, remplissait alors l'Europe de l'éclat de son nom. Albert et Isabelle ne crurent pas compromettre leur dignité en assistant à sa leçon. Il ne s'attendait pas à cet honneur, et il tira le parti le plus heureux de cette circonstance inopinée. Le traité de Sénèque *sur la clémence* était ouvert devant lui, et il fit de cet intéressant sujet le thême d'un discours improvisé qu'il adressa à ses illustres auditeurs; et déguisant adroitement l'austérité d'une leçon sous la forme d'un éloge délicat, il trouva le moyen de rappeler à ces princes la plus noble prérogative des rois, celle par laquelle, comme dit Cicéron, ils approchent le plus de la divinité (1).

La Belgique, si dignement encouragée par ses souverains, imita bientôt l'essor qu'avait pris l'Italie, et la noble émulation qui s'empara des esprits, enfanta dans le climat de la Flandre et du Brabant, qu'on croyait si froid, des poètes qui écrivirent avec autant de pureté que de grâce dans la langue de Virgile et d'Horace. Hosschius, dans ses élégies (2), réunit si éminemment les qualités qui caractérisent le vrai poète, élévation dans les pensées, richesse dans les images, grâces dans le style, qu'au jugement même de Baillet, on le croirait né aux temps les plus heureux de Rome florissante. Bécan (3), dans ses idylles, a su prendre ce ton doux, simple, naïf, qui

(1) *Homines ad Deos nullâ re propius accedunt quàm salutem hominibus dando.* Pro Ligar. n. 39.

(2) Hossch (Sidronius), Jésuite, né à Merckhem, village voisin de Dixmude, en 1596; mort à Tongres en 1653.

(3) Bécan (Guillaume); Jésuite, né à Ypres, en 1608; mort à Louvain le 12 décembre 1683.

constitue le véritable caractère de la poésie pastorale. Wallius (1), dans ses odes et ses élégies, attache autant par la noblesse et la délicatesse des pensées, qu'il plaît par la pureté et l'élégance des expressions.

Dans le siècle précédent, où la triste Belgique venait de sortir des ténèbres de l'ignorance, des savans avaient commencé à débrouiller le chaos de l'histoire. Avant ce temps, à la vérité, Sigebert de Gembloux avait donné sa fameuse chronique, qu'Anselme continua. Ce sont des recueils précieux qui servent du moins à classer les faits, à préciser les époques et à dissiper la nuit dont l'histoire de ces siècles ténébreux est enveloppée. Il faut en dire autant des autres chroniques particulières, telles que celles de Metz, de Fulde, d'Afflighem, d'Anchin, de Réginon, de Frodoard, etc. Ce ne sont que des annales sèches, ou pour mieux dire, des squelettes chronologiques, qui présentent les faits avec une briéveté désespérante, surchargés de circonstances puériles et défigurées par des contes absurdes.

La *Chronique* de Froissart, qui n'a pas ces défauts, présente dans les plus grands détails, mais avec plus d'intérêt, les événemens les plus mémorables du quatorzième siècle. C'est en général un très-bon garant. Monstrelet, continuateur de Froissart, a surpassé son modèle. Sa *Chronique* est écrite avec un ton de naïveté, un caractère d'impartialité et (ce qui est bien étranger à son siècle) un esprit de critique, par lesquels il plaît, intéresse et instruit tout à la fois. Les *Mémoires* de Philippe de Commines, qui commencent à peu près où Monstrelet finit, réunissent également, je dirai même dans un degré supérieur, le double mérite de l'intérêt et de l'agrément, soit qu'on le considère du côté des faits, soit sous celui des réflexions, ou sous celui du langage même, qui, malgré sa vétusté, plaît par sa naïveté et sa précision. Ces trois histoires réunies présentent à peu près celle de deux siècles, rédigées, pour ainsi dire, par des témoins qui déposent sur les faits qu'ils ont vus, et dans lesquels ils sont quelquefois intervenus (2).

---

(1) Wallius (Guillaume), jésuite, né à Courtrai, en 1599; mort vers l'an 1680.

(2) La Chronique de Froissart s'étend depuis 1326 jusqu'en 1400; celle de Monstrelet, depuis 1400 jusqu'en 1467, et les Mémoires de Commines, depuis 1464 jusqu'en 1498.

Dynter avait déjà ausi publié sa *Chronique* des ducs de Bourgogne et de Brabant, renfermant un espace de plus d'onze cents ans; chronique intéressante pour les particularités relatives à l'histoire de la maison de Bourgogne sous les règnes d'Antoine, de Jean IV, de Philippe I et de Philippe-le-Bon, et que l'auteur, qui avait été secrétaire de ces princes, rapporte également comme témoin oculaire.

Le Hainaut possédait une *Chronique* composée par un de ses princes, Baudouin d'Avesnes, frère du comte Jean, qui vivait vers l'an 1289 (1). Jacques de Guyse avait aussi donné une *Histoire* de cette province, qui finit à peu près à l'époque où vivait Baudouin d'Avesnes; et Gislebert, chancelier de Baudouin-le-Courageux, avait rédigé une chronique depuis Herman et Richilde jusqu'à la mort de Baudouin, c'est-à-dire, pendant l'espace du près d'un siècle : ouvrage d'autant plus précieux, dit le marquis du Chasteler, qui a siégé avec tant d'honneur dans cette compagnie, et qui a donné en 1783 une édition de cette chronique, ouvrage d'autant plus précieux que l'auteur a non-seulement été témoin de la plus grande partie des faits qu'il décrit, mais qu'il a souvent été l'agent des négociations qu'il transmet à la postérité.

Mais ce n'est qu'au seizième siècle que le champ aride de l'histoire commença à être défriché. Les historiens particuliers des différentes provinces, qui, dit le savant Paquot, n'ont guère que la forme d'annales ou de chroniques, sans critique et sans style, offrent à la vérité plus de ressources que tous les vieux chroniqueurs dont je viens de parler, mais ne présentent guère plus d'intérêt. Ces historiens, sans être très-agréables pour la forme, parce qu'ils n'ont pas le mérite et les agrémens du style, sont du moins pour le fond très-utiles à celui qui a le courage et la patience de compulser ces informes recueils. Barland avait donné la chronique des ducs de Brabant, et Molanus (2), l'histoire de leurs expéditions saintes. Divæus (3), annaliste pesant, mais érudit, avait publié une histoire générale du Bra-

(1) Elle a été imprimée en 1693 par les soins de Jacques Le Roi, qui y a ajouté des notes historiques.

(2) Son véritable nom est Jean Vermeulen.

(3) Son véritable nom est Pierre Van Dieve.

bant et une histoire particulière de la ville de Louvain. Ils avaient ainsi préparé les voies à leurs successeurs, qui, animés par l'influence vivifiante de la noble protection d'Albert et d'Isabelle, marchèrent sur les traces de leurs dévanciers. Haræus, compilateur froid, mais fidèle, les suivit et souvent les copia. Ses *Annales* ne sont pas sans doute une histoire; ce n'est qu'une chronologie exacte, qui présente de très-bons matériaux. Butkens (1) et Vaddere (2) ont éclairci et développé une infinité de faits obscurs ou contestés, en s'appuyant sur des documens authentiques qui établissent la verité de ces faits. Leurs ouvrages ne sont pas non plus une histoire; ce sont de savantes recherches, de profondes discussions, qui constituent ce qu'on peut appeler la science de l'histoire.

Meyer et Oudegherst, dans le seizième siècle, donnèrent, sous le titre d'*Annales*, l'un en latin, l'autre en français, une histoire complète de la Flandre. Le premier, plus exact et plus judicieux, a d'ailleurs le style plus pur, plus aisé, plus coulant, que les écrivains de son siècle. Le second, dans un français assez barbare (c'était celui du temps où il écrivait), a donné cependant une véritable histoire, écrite sur de bons mémoires, et dans laquelle il a osé s'écarter de la route tracée par ses prédécesseurs, dont il n'a ni la sécheresse ni la confusion (3).

Après ceux-ci, Sanderus, écrivain très-laborieux, a répandu beaucoup de jour sur l'histoire de la même province : il a laissé entr'autres un grand ouvrage sous le titre de *Flandria illustrata* (4), justement estimé et souvent cité.

---

(1) *Trophées du Brabant.*

(2) *Traité de l'origine des ducs et duché de Brabant.*

(3) Feu M. Lesbroussart, membre de l'Académie de Bruxelles, en a publié une édition, enrichie d'excellentes notes; *Gand*, 1789, 2 vol. in-8.

(4) La première édition en 2 vol. in-fol., 1641—1644, imprimée à Amsterdam, chez Blaeu, a été consumée dans l'incendie où ce célèbre imprimeur perdit tout son fonds de librairie le 25 février 1672. Van Lom en a donné une seconde édition en 1735, 3 vol. in-fol., et l'a augmentée de différens morceaux qui avaient été imprimés séparément.

C'est dans ce temps à peu près que Vinchant a donné en français une histoire complète du Hainaut, depuis l'origine jusqu'à l'abdication de Charles-Quint, sous le titre d'*Annales de la province èt comté de Hainaut.* Cet ouvrage augmenté et achevé par Ruteau, est puisé dans les bonnes sources, et il a un mérite assez rare dans ce temps : il ne manque pas de critique.

La province de Namur a eu aussi dans ce temps son historien; c'est Gramaye. Mais cette histoire manque absolument d'exactitude. Celle des premiers temps ne présente qu'un roman ridicule, dans lequel il fait remonter les souverains du comté de Namur au temps de Salomon.

Le Luxembourg était la province dont l'histoire était la moins connue. Bertel, abbé d'Epternach, en débrouilla le chaos et en recueillit les événemens avec assez de méthode et même d'intérêt.

Ces deux écrivains ont d'ailleurs l'avantage d'être entrés les premiers dans la carrière, et ils ont enhardi les autres à s'y élancer. Les jésuites de Marne et Bertholet, en suivant ces deux guides, ont mieux atteint le but. L'un nous a donné une très-bonne histoire de Namur, la seule peut-être qui, parmi celles des provinces belgiques, mérite ce nom. L'autre en a laissé une très-insipide et très-prolixe du duché de Luxembourg, dans laquelle il a entassé sans goût comme sans méthode, tous les miracles des vieilles légendes; mais elle n'en est pas moins estimable pour les vastes recherches qu'il a faites et les utiles documens qu'il a recueillis.

Pontus Heuterus, de Delft, Swertius et Gramaye, d'Anvers, on embrassé un plus grand espace. Heuterus a traité l'histoire belgique dans une des périodes les plus intéressantes de nos annales, c'est-à-dire, sous la domination de la maison d'Autriche, à dater de son alliance avec celle de Bourgogne, en 1477, jusqu'en 1594.

François Swert, ou *Swertius,* selon l'usage de ce temps, donna entr'autres ouvrages estimés, une description très-détaillée des dix-sept provinces belgiques, fruits de ses longues veilles et de ses immenses recherches (1).

---

(1) *Belgii totius, sive XVII provinciarum Germaniæ inferioris descriptio;* 1603.

Gramaye a également compris toutes les provinces, dans ses *Antiquités belgiques*, ouvrage qui présente souvent les détails les plus curieux, mais dont il faut cependant se défier; car il aimait le merveilleux, et il se plaisait surtout à en jeter sur toutes les origines.

Mais un des écrivains les plus laborieux de ce temps est sans contredit Aubert Le Mire (*Miræus*). Sans parler de sa *Chronique* et de ses *Annales belgiques*, quel service n'a-t-il pas rendu à l'histoire nationale en rassemblant dans son grand recueil diplomatique, commenté et augmenté par Foppens, tous les anciens documens qui peuvent servir de fondement à l'histoire ecclésiastique et civile du pays?

La littérature ancienne fut, dans toute cette époque, cultivée avec le plus grand succès. Despautère, Clénard et Van der Campen (1), par leurs grammaires latine, grecque et hébraïque, préparèrent les voies à l'étude de ces langues, et Daniel Heinsius, de Gand, par ses traductions et ses éditions des meilleurs écrivains grecs et latins, en a propagé la littérature.

La Belgique eut aussi dans ce temps son histoire littéraire. Miræus publia en 1609 les éloges historiques des écrivains de la Belgique (2), et Sanderus, en 1624, ceux des écrivains de la Flandre en particulier (3). Valère André et François Swertius donnèrent après ceux-ci, l'un sa Bibliothéque belgique (4), et l'autre, sous le titre d'*Athenæ belgicæ*, sa nomenclature des écrivains belges (5). Foppens réunit tous ces ouvrages, et en forma

---

(1) Je compte cet écrivain parmi ceux de la Belgique, quoique né dans l'Over-Yssel, parce qu'il a été pendant plusieurs années professeur de langue hébraïque à Louvain, et que c'est dans cette ville qu'il a publié sa grammaire.

(2) *Elogia illustrium Belgii scriptorum;* Antverpiæ, 1609, in-4.

(3) *De scriptoribus Flandriæ, libri III;* Antverpiæ, 1624, in-4.

(4) *Bibliotheca belgica de Belgis vita scriptisque claris*; Lovanii, 1643, in-4. C'est une nouvelle édition. Valère André accuse Swertius d'avoir pris la plus grande partie de son ouvrage intitulé *Athenæ belgicæ*, dans la *Bibliotheca belgica*, publiée cinq ans avant l'ouvrage de Swertius, qui avait paru à Anvers en 1628.

(5) *Athenæ belgicæ;* Antverpiæ, 1628, in-fol.

une nouvelle histoire littéraire, sous le même titre que celle de Valère André (1), qu'il donna au public en 1739.

Si les sciences ne firent pas d'aussi grands progrès, ce serait manquer à la vérité que de dire qu'elles furent absolument négligées dans la Belgique. Au reste, étaient-elles plus cultivées dans le reste de l'Europe? La physique était entièrement inconnue; et qu'étaient les mathématiques? Cette science était si peu connue en France même, que Gerbert, qui en avait ouvert une école à Reims, où il en enseigna les premiers élémens, fut regardé comme sorcier. Il n'en eut pas moins la gloire d'introduire en France l'arithmétique, qu'il y avait apportée d'Espagne, comme Léon de Pise y introduisit l'algèbre, qu'il avait été chercher en Arabie.

Les mathématiques commencèrent enfin à être cultivées avec quelque succès, quand Arnoud de Lens, né à Belœil, près d'Ath, en eut inspiré le goût à sa patrie. C'est lui qui déterra, pour ainsi dire, Euclide, et il donna une introduction aux *Élémens* de ce philosophe (2). Ce premier pas promettait de grands succès; mais une mort malheureuse l'arrêta au milieu de sa carrière. Adrien Vlacq, de Gouda (3), y fit de grands progrès. Sa *Trigonométrie* et ses *Logarithmes*, qui ont été traduits en français, ont servi de fondement à ceux d'Ozanam.

Dans le même temps, un jésuite célèbre, Grégoire de St.-Vincent, né à Bruges (4), qui s'était appliqué avec ardeur à l'étude des mathématiques,

(1) *Bibliotheca belgica, sive virorum in Belgio vita scriptisque illustrium catalogus librorumque nomenclatura;* Bruxellis, 1739, 2 vol. in-4. Valère André avait publié sa *Bibliothéque* en 1643; elle comprenait à peu près 2350 articles: Foppens y en ajouta 560, et la continua jusqu'à l'an 1680.

(2) Lens (Arnould de), ou Lensel, né à Belœil, près d'Ath. Il périt à Moscou dans l'incendie de cette ville par les Tartares, en 1575.

(3) Plusieurs écrivains ont écrit ce nom avec l'U au lieu du V; c'est une erreur; et confondant *Ganda* avec *Gouda*, l'ont fait de Gand, tandis qu'il est réellement de Gouda.

(4) Grégoire de St.-Vincent naquit à Bruges en 1584. Il entra dans la société des jésuites à Rome à l'âge de 20 ans, et mourut à Gand le 27 janvier 1667. Il a laissé trois savans ouvrages de mathématiques: I. *Opus geometricum quadraturæ circuli et sectionum coni, decem libris comprehensum;* Anvers, 1647, 2 vol. in-fol. II. *Theoremata mathematica;* Louvain, 1624, in-4. III. *Opus geometricum posthumum;* Gand, 1668, in-fol.

sous la direction du savant jésuite Clavius (1), les professa avec une grande réputation à Louvain. Aidé d'une imagination vive et d'un esprit pénétrant (l'étude des mathématiques exige plus qu'on ne le pense généralement, ces deux qualités), il est parvenu à résoudre le plus grand nombre de problèmes qui avaient fait le désespoir des anciens géomètres. Il avait voulu comme tant d'autres prouver la quadrature du cercle, et il n'y a pas plus réussi qu'eux ; mais il n'est pas moins vrai de dire que l'ouvrage qui traite de ce problème, regardé maintenant comme insoluble, contient un grand nombre de vérités et de découvertes importantes. Le fameux père Castel (2) disait que *quand on possédait bien les ouvrages de Grégoire de St.-Vincent, on savait tout Newton, et que le géomètre anglais s'était enrichi des dépouilles du géomètre flamand.* Outre ses ouvrages imprimés, ce savant géomètre a laissé un manuscrit autographe en plusieurs volumes; c'est la bibliothéque de Bruxelles qui le conserve.

Simon Stevin, né comme le précédent à Bruges, précepteur de mathématiques du prince Maurice de Nassau, et intendant des digues de Hollande, florissait à peu près dans le même temps (3). On a de lui un *Traité de statique,* en flamand, curieux et estimé. Il a aussi donné un *Traité sur les ports de mer,* également en flamand; et ce qui suffirait pour donner une haute idée de son mérite, c'est que l'illustre Grotius croyant que cet ouvrage étant écrit dans une langue trop peu répandue, ne serait pas assez connu, se chargea de le traduire en latin (4).

L'optique, dans laquelle les anciens avaient fait quelques progrès, avait été enveloppée dans la proscription générale des sciences, triste résultat de l'invasion des barbares, et il était difficile de la relever. Le succès de cette science dépend d'une saine physique, qui était alors défigurée par les rêveries des pesans commentateurs d'Aristote; rêveries, dit un écrivain

---

(1) Christophe Clavius, de Bamberg, jésuite, était, pour son temps, aussi profond géomètre qu'habile astronome. Il mourut en 1612, âgé de 75 ans.

(2) Louis-Bertrand Castel, de Montpellier, jésuite, mathématicien, connu par son *Clavecin oculaire.*

(3) Il mourut en 1635.

(4) Il est ainsi intitulé : *De portuum investigandorum ratione*, 1599. On a donné une édition des ouvrages de Stevin, en flamand; Leyde, 1605, 2 vol. in-fol.

dégagé de prévention, aussi éloignées du véritable sens de l'illustre philosophe, que de l'ordre réel de la nature. Cependant un autre jésuite, nommé François d'Aiguillon, né à Bruxelles, publia en 1614 un *Traité d'optique*, qui, avant Newton, était très-estimé (c'était sans doute une espèce de prodige pour le temps), et qui, depuis les sublimes découvertes du philosophe anglais, est entièrement oublié.

Les premiers essais en astronomie n'étaient que ridicules. Stadius, né au village de Loenhout, près d'Anvers, et Taisnier, né à Ath, qui s'en occupèrent les premiers, ont laissé plusieurs ouvrages plutôt fondés sur les absurdes chimères de l'astrologie judiciaire, que sur les véritables principes de l'astronomie. Taisnier a donné même (ce qui est bien plus absurde encore) dans la chiromancie, et il a rédigé, qui plus est, un traité sur cette prétendue science; car je croirais prostituer ce nom, si je l'appliquais à ces extravagantes imaginations, qu'on peut regarder comme les délires de l'esprit humain.

Corneille Gemma, né à Louvain, fils du célèbre Gemma, dit le Frison, de Dokkum, cultiva l'astronomie comme son père. Ses ouvrages sur cette science ont le mérite, peu commun en ce temps-là, d'être écrit en un latin pur et en un style élégant. S'ils contiennent encore à la vérité (ce qui n'est pas étonnant) des erreurs physiques et peut-être des opinions ridicules, il ne faut les attribuer qu'aux préjugés de son siècle. Mais Philippe Landsberghe, de Gand, développa savamment la théorie du mouvement des astres et de la terre, et il a eu le courage (car il en fallait pour cela dans ces temps où la superstition exerçait encore tant d'empire sur les esprits) de se déclarer ouvertement dans son *Commentaire sur le mouvement de la terre*, pour le système de Copernic (1). Godefroid Wendelin, né à Herck, au comté de Looz, passa peu de temps après pour le plus habile mathématicien de son temps (2). Il professa la philosophie à Digne, en Provence, où il eut l'honneur de contribuer à former Gassendi. Ses *Tables sur le mouvement du soleil* sont encore estimées. Le jésuite Jacques

(1) Tous les ouvrages de Landsberghe ont été réunis et publiés à Middelbourg, 1663, in-fol.

(2) Il naquit en 1580, et mourut en 1660.

Tacquet d'Anvers, publiait dans le même temps (1) de bons ouvrages de mathématiques. Son *Traité d'astronomie* a conservé une réputation justement méritée.

Je regrette que mon plan, borné comme il doit l'être, aux provinces belgiques, ne me permette pas de parler de tant d'autres savans qu'ont produits les Provinces-Unies et le pays de Liége, qui étant étrangers aux provinces autrichiennes quand l'Académie de Bruxelles fut établie, ne doivent pas entrer dans mon sujet. Je m'abstiens donc de m'étendre sur cet Albert Girard, qui développa tant de vérités mathématiques, et qui en entrevit tant d'autres, qu'il était réservé à Descartes de faire connaître; sur ce fameux Huyghens, à qui l'on doit tant de belles découvertes et tant d'admirables inventions; sur ce Sluse, de Visé, qui, pour en donner une haute idée en un mot, comme géomètre, fut honoré de l'estime et des éloges de Pascal.

La géographie avait fait des progrès assez rapides. Les efforts des hardis navigateurs, qui, depuis l'invention de la boussole, étaient parvenus à pénétrer dans tous les pays, avaient favorisé et facilité les études des géographes. Les pilotes avaient été souvent égarés sur des plages inconnues par des cartes défectueuses. Ce fut Gérard Mercator, de Rupelmonde (2) qui, le premier, en aperçut les défauts, et conçut le projet de les corriger. Il rassembla dans son *Atlas* des tables ou descriptions géographiques de toute la terre, et corrigea celles de Ptolomée, dont il donna une nouvelle édition (3). Mercator joignait à la sagacité de l'esprit la dextérité de la main; car c'était lui-même qui gravait et enluminait ses cartes (4). Abraham Ortélius d'Anvers, contemporain de Mercator, a embrassé toute la géographie dans son excellent traité, intitulé : *Thea-*

---

(1) Il mourut la même année que Wandelin. Ses œuvres ont été recueillies et imprimées en un vol. in-fol.; Anvers, 1669 et 1707.

(2) Et non de Ruremonde, comme l'ont avancé et répété les biographes français.

(3) Elle est de 1589, in-fol.

(4) Valère André dit en effet qu'il possédait à un degré éminent le talent de peindre, de graver et d'écrire. *Fuit singularis in eo pingendi, cælandi scribendique peritia.*

trum orbis terrarum. Il fut surnommé le Ptolomée de son siècle. Son *Itinéraire dans la Gaule belgique* est très-utile pour la connaissance de la géographie du pays; c'est un guide sûr.

La botanique était entièrement négligée. Le Malinois Dodoens (*Dodonée*), médecin des empereurs Maximilien II et Rodolphe II, s'y appliqua le premier : il donna même une *Histoire des plantes* en latin (1).

Dans le même temps, Charles de l'Écluse (*Clusius*), d'Arras, honoré, comme Dodoens, de la confiance de ces deux monarques, qui le chargèrent de la direction de leur jardin des simples, et Mathias Lobel, de Lille, médecin de Guillaume, prince d'Orange et de Jacques I, roi d'Angleterre, hâtèrent les progrès de cette science par leurs nombreux ouvrages, résultat de leurs propres recherches; ouvrages devenus presque classiques, surtout ceux de l'Écluse (2).

La chimie était, pour ainsi dire, ignorée. Le Suisse Paracelse n'avait encore imaginé que des rêveries, que Jean-Baptiste Van Helmont, de Bruxelles (3), adopta trop avidement et trop légèrement. Il finit cependant par rectifier les erreurs de son maître. De tous ses ouvrages (4), celui qui fit le plus de réputation et de mal à son auteur, est un traité intitulé : *De magnetica vulnerum curatione.* La faculté de théologie de Louvain ayant jugé que cet ouvrage était manifestement hérétique, fit enfermer l'auteur dans les prisons de l'archevêque de Malines, et Van Helmont fit, pour en sortir, ce que l'amour de la liberté fit faire à tant de savans

---

(1) Anvers, 1644, in-fol. L'Écluse ou Clusius en a donné une traduction française.

(2) Les ouvrages de l'Écluse, plus connu sous le nom de *Clusius*, ont été recueillis en 3 vol. in-fol.; Anvers, 1601, 1605 et 1611, avec fig. — Lobel a publié entr'autres une *Histoire des plantes*, en latin, in-fol; Anvers, 1576.

(3) Il ne faut pas le confondre avec François-Mercure Van Helmont, son fils.

(4) Ils ont été recueillis et publiés à Leyde, 1669, et à Francfort, 1707.

persécutés: il se retracta et déclara qu'il abjurait des erreurs, dont, dans le fond de son cœur, il ne convenait peut-être pas (1).

L'anatomie était une science ignorée. La médecine n'était guère qu'une affaire de mémoire, qu'un objet de curiosité. On ne connaissait la nature des maladies que par les définitions, et l'on ne se doutait pas que la partie essentielle de l'art du médecin consiste à connaître le caractère d'une maladie, à en pénétrer la cause, à en saisir et à en distinguer les symptômes, à en suivre les degrés, les progrès, les variations. La médecine ne commença à devenir une science que quand on comprit que ce n'est point par de vains systèmes qu'on apprend à connaître, à suivre et à aider la nature, et que pour parvenir à guérir le corps humain, il faut commencer par le connaître. André Vésal, de Bruxelles, se livra à cette importante étude avec une sagacité et une ardeur, qui, dès les premiers pas, lui valurent les plus grands succès. Il a consigné le fruit de ses travaux dans son Cours d'anatomie (2), enrichi de belles planches par le Titien, et de notes savantes par Boerhave. Charles-Quint et Philippe II l'honorèrent du titre de leur médecin.

Je pourrais m'étendre ici sur l'état florissant des lettres sous le beau règne de Charles-Quint. Deux grandes princesses, Marguerite et Marie d'Au-

---

(1) Comme j'ai entendu contester l'existence de ce fait, je crois devoir ici le prouver, et j'ai pour garant une autorité bien grave : c'est l'archevêque de Malines même, Jacques Boonen. Voici comme il s'exprime dans son décret du 23 octobre 1646 : « Dicimus quòd quamvis liber Helmontii inscriptus : *Disputatio de magne-* » *tica vulnerum curatione*, Parisiis impressus, et pleraque scripta manu ejus pro- » priâ conscripta inter schedas ipsius reperta, *postquàm mandato nostro appre-* » *hensus et custodiæ mandatus fuerit* ob graves errores et plerasque assertiones » judicio gravissimorum facultatis Lovaniensis theologorum, partim apertè hære- » ticas, partim hæresim non parum redolentes, quæ dicto libro et schedis conti- » nentur eum nobis de hæresi et prava religione vehementer reddiderint suspec- » tum, etc. » Ce décret qui est inséré mot à mot dans Foppens, à l'article *Joannes Baptista Van Helmont*, tome 1, pag. 570, a été rendu sur la demande de la veuve Van Helmont, Marguerite Van Ranst, et l'archevêque y déclare que Van Helmont, après avoir reconnu et abjuré ses erreurs, est mort en bon catholique.

(2) Il porte le titre de *Corporis humani fabrica*, dont la meilleure édition est celle de Leyde, 1725, 2 vol. in-fol., augmentée et corrigée par Boerhave.

triche, l'une tante, l'autre sœur de Charles-Quint, contribuèrent infiniment à leur donner cet éclat par leur protection éclairée. Mais je ne pourrais que répéter ce qui en a été dit dans le *Discours préliminaire.*

L'amour des lettres et la culture des sciences s'étaient soutenues, chose étonnante ! au milieu du tumulte des armes et du fracas des révolutions sanglantes qui signalèrent le déplorable règne de Philippe II. Comment se fait-il donc que ce soit précisément à l'époque de la paix, en 1648, qu'elles commencent à tomber en décadence ? Lorsqu'on a suivi avec tant d'intérêt et de plaisir les progrès de l'esprit humain, dans les siècles que nous venons de parcourir, on se sent affecté d'un sentiment bien pénible, quand on tombe tout à coup dans ces temps de ténèbres où les esprits paraissent frappés d'un engourdissement léthargique, triste image de la mort. Ainsi un voyageur, après avoir contemplé avec une joie pure les riches plaines et les riantes prairies que le Pô arrose de ses eaux vivifiantes, voit avec effroi les déserts arides et les précipices affreux des Alpes, dont les uns présentent l'image de la nature morte, et les autres donnent la triste idée du vide. A quoi faut-il donc attribuer ce changement si subit, qui hâta dans nos provinces la chute des sciences et des lettres ? On ne peut le dissimuler. C'est à l'indifférence, ou pour mieux dire à l'indolence du gouvernement, dirigé par des ministres inhabiles dont les mains faibles laissaient flotter les rênes de l'état. La littérature se ressentit nécessairement de l'inertie dans laquelle étaient tombées toutes les branches de l'administration, et cette décadence si prompte fut l'effet naturel de la langueur mortelle dont le gouvernement était frappé.

PREMIÈRE PARTIE,

COMPRENANT LES OPÉRATIONS DE L'ACADÉMIE

Depuis son institution en 1769, *sous la dénomination de* Société littéraire, *et sous celle d'*Académie *en* 1772, *jusqu'à sa dissolution en* 1794.

Le traité d'Utrecht avait amené une heureuse révolution dans la Belgique, qui, sous de nouveaux maîtres, prit, en quelque sorte, une nouvelle existence. L'agriculture, le commerce, la population, éprouvèrent une amélioration et une augmentation sensibles. Mais, il faut le dire, les lettres, peu protégées, restèrent dans un état de langueur qui menaçait la Belgique de retomber dans les siècles d'ignorance. Il était réservé à une grande princesse de la relever cet état d'abaissement. Après avoir, par son habileté et son admirable courage, triomphé de ses ennemis conjurés pour la dépouiller de son héritage, Marie-Thérèse, dont les Belges ne prononceront jamais le nom sans attendrissement, employa les beaux jours qui suivirent la paix d'Aix-la-Chapelle, à fermer les plaies de l'état. Cette auguste princesse, dont on aura d'un seul mot tracé l'histoire pour ce qui regarde nos provinces, en disant : *les Belges furent heureux*, porta ses regards sur les lettres et les arts, les protégea, les encouragea, récompensa et honora les savans. Un ministre éclairé, dont le nom a laissé un si beau souvenir dans l'esprit des Belges, le comte de Cobenzl, seconda de tous ses efforts et de tous ses moyens les nobles intentions de sa souveraine. C'est alors, en 1769, qu'une réunion d'amis des lettres forma sous la protection de cet habile ministre une compagnie sous le nom de *Société littéraire*. Les membres en furent

nommés par l'impératrice même (1), qui autorisa cette Société à décerner deux prix, l'un d'histoire et l'autre de physique. Elle s'occupa d'abord à débrouiller le chaos de l'histoire ancienne du pays, en proposant des questions qui tendaient à ce but. On se forma un plan. On s'attacha d'abord à une époque : on remonta aux premiers siècles de l'ère vulgaire, et l'on s'arrêta au 9e siècle. On considéra l'histoire du pays sous les trois rapports les plus intéressans, *géographique*, *politique* et *moral*, et l'on procéda par ordre. On demanda donc pour le concours de 1769 : *Quels étaient les endroits compris dans l'étendue des contrées composant les dix-sept provinces des pays-Bas et le pays de Liége, qui pouvaient passer pour villes avant le septième siècle?* pour celui de 1770 : *Quelles ont été depuis le commencement du septième siècle jusqu'au neuvième exclusivement, les bornes des différentes contrées, cantons, pays, comtés et états renfermés dans l'étendue qui compose les dix-sept provinces des Pays-Bas et la principauté de Liége?* Voilà l'objet, pour ainsi dire, purement matériel, c'est-à-dire, envisagé seulement sous le rapport géographique.

On demanda pour le concours de 1771 : *Quel a été l'état civil et ecclésiastique des Pays-Bas, pendant les cinquième et sixième siècles?* Voilà l'objet politique. M. Desroches, qui remporta les trois prix sur ces importantes questions, apporta dans la discussion de la matière, une si vaste érudition, une critique si judicieuse, que ces grands points historiques furent entièrement débrouillés. C'est à cette occasion que la Société résolut d'exclure du concours tout auteur qui, après avoir remporté trois prix d'histoire ou de physique, écrirait dans la suite sur des sujets tirés de la même science (2).

---

(1) C'étaient M. l'abbé Tuberville Needham (*); M. Van der Vynckt, conseiller au conseil de Flandre (**); M. Van Rossum, docteur en médecine à l'université de Louvain : M. Paquot, conseiller historiographe; M. de Nélis, chanoine de la cathédrale de Tournay; M. Gérard, secrétaire perpétuel de cette société; M. Verdussen, échevin de la ville d'Anvers; M. Vounck, professeur de chimie à l'université de Louvain, et M. Seumoy, physicien, demeurant à Bruxelles.

(2) Cette résolution est devenue une disposition du règlement de l'Académie, émané de S. M. l'impératrice Marie-Thérèse, le 16 décembre 1772. C'est un des

(*) Sa notice historique est insérée au journal des séances, tome 4, p. XXXIII.

(**) Sa notice est également insérée au même journal, tome 3, p. XXXIX.

Pour le concours de 1772, on demanda : *Quel était l'habillement, le langage, l'état de l'agriculture, du commerce, des lettres et des arts chez les peuples de la Belgique, avant le septième siècle?* Voilà enfin l'objet considéré sous le point de vue moral, et l'on peut ajouter, sous la forme statistique.

La Société, en s'occupant de physique, ne s'attacha point à des questions d'une théorie stérile : elle préféra ce qui pouvait être réellement utile dans la pratique. Le comté de Namur est riche en mines : c'est cet objet qui fixa d'abord son attention. Elle demanda: *Quelles étaient les mines principales de cette province, leur qualité, leur valeur, leur profondeur, le nombre, la qualité, la profondeur des couches , etc.?* et elle vit avec regret que ses vœux n'avaient point été remplis. La question proposée trois fois n'eut point de réponse satisfaisante, et elle fut remplacée par trois autres questions d'une utilité générale, l'une *sur les plantes les plus utiles du pays et leur usage dans la médecine et dans les arts ;* la seconde *sur la meilleure méthode et la moins dispendieuse de teindre en noir le fil de lin et d'autre matière végétale, etc.*, et la troisième *sur la qualité, la nature, la valeur ou le rapport de la mine de Védrin, dans le comté de Namur, etc.* M. le médecin de Beunie traita les deux premières d'une manière qui correspondit à l'intention de la Société, et il remporta les deux prix. La troisième dut encore être abandonnée, et fut remplacée par une question fort importante relativement à l'économie rurale. On demanda: *Quel était le moyen le plus efficace et le plus prompt de faire tomber et périr les chenilles, etc.?* et l'on proposa une seconde question *sur les plantes de ce pays qui ont quelques mauvaises qualités ou qui sont vénéneuses, etc.* Ces deux sujets furent très-bien traités par plusieurs concurrens. M. Caels surtout donna au second tout le développement dont il est susceptible.

---

points de l'art. 31 de ce règlement, et cette disposition a été également renouvelée par l'art. 30 de celui du 3 juillet 1816, arrêté par S. M. le Roi des Pays-Bas. Dans la séance du 8 mai 1822, M. le commandeur de Nieuport a exposé à l'Académie que cette disposition n'était propre qu'à arrêter l'essor du talent ; et la compagnie, considérant qu'en effet c'était apporter une entrave nuisible aux progrès des sciences, et qu'en faisant cesser cet obstacle, on pourrait espérer d'obtenir toujours des ouvrages plus parfaits, a résolu de porter cet objet à la connaissance de S. M., qui, par son arrêté du 8 juin 1822, a rapporté la disposition insérée dans l'art. 30 susmentionné.

Les progrès de la Société, soutenus par trois ans d'expérience et de succès, répondirent d'une manière si satisfaisante aux vues du gouvernement, que le ministre qui succéda au comte de Coblenzl, le prince de Starhemberg, animé du même esprit que son prédécesseur, engagea l'impératrice à ériger la Société en Académie. L'auguste souveraine y consentit, et lui donna le titre d'*Académie impériale et royale des Sciences et Belles-Lettres* (1).

La Société, qui n'était que de neuf membres, s'était adjoint deux membres régnicoles, MM. Caussin et de Hesdin (2). Elle tint sa première séance sous le titre d'*Académie*, le 13 avril 1773, et elle se hâta d'admettre dans son sein des hommes que leurs talens y appelaient. M. Desroches, qui avait été couronné trois fois; M. du Rondeau, qui venait de remporter la palme pour l'intéressante question relative à l'habillement, au langage, etc., des Belges avant le septième siècle; MM. de Marci (3), d'Everlange de Witri et de Beunie (4), y prirent séance et y justifièrent par leur utile coopération la confiance de la Compagnie.

Fidèle au plan suivi par la Société, l'Académie proposa des questions qui tendaient au même but tant pour l'histoire que pour la physique, c'est-à-dire, des questions qui n'eussent pas uniquement pour objet de satisfaire une vaine curiosité, mais qui, dans les sujets historiques, aboutissent à donner des connaissances politiques et morales, et à présenter dans la physique (du moins pour ce qui concerne la médecine et l'agriculture) des résultats d'une utilité générale et d'une pratique usuelle. C'est d'après cette intention que la Compagnie se dirigea pour la suite dans le choix des questions qu'elle proposa annuellement.

Pour la classe d'histoire, elle s'était arrêtée au neuvième siècle. Elle reprit les mêmes objets pour les temps postérieurs. L'usage du droit

---

(1) Les lettres patentes d'érection de l'Académie portent la date du 16 décembre 1772. A ces lettres est attaché un règlement portant la même date, et comprenant 33 articles. Ces lettres accordent en outre à l'Académie un sceau particulier.

(2) M. de Hesdin est mort le 29 juin 1792.

(3) M. de Marci est mort le 15 septembre 1791.

(4) M. de Beunie est mort le 25 février 1793.

écrit, l'introduction du droit romain, l'entrée des ecclésiastiques et du tiers-état aux états de Brabant, l'état des manufactures, des lettres, des mœurs, de la prospérité publique ; le titre de l'or et de l'argent, le poids et l'évaluation des monnaies; l'histoire des principales émigrations ou expéditions des Belges, et l'influence de ces expéditions sur les mœurs : tels sont les principaux objets qui ont fourni dans les différentes années la matière de la plupart des questions qui ont été proposées, et qui ont donné lieu aux discussions savantes des hommes instruits qui ont apporté dans l'examen de ces diverses questions autant de sagacité que de profondeur et d'érudition, et sont ainsi parvenus à dissiper en partie les ténèbres qui enveloppaient les premiers temps de notre histoire.

Les questions de physique, ou, pour parler plus juste, d'économie animale et rurale, embrassent des objets qui, sous un autre rapport, n'offrent pas moins d'intérêt. Ce sont les moyens de fertiliser les terres nouvellement défrichées, de cultiver les terres humides et marécageuses, de perfectionner la laine des moutons ; c'est la température des saisons et leur influence sur l'économie animale et végétale ; c'est l'éducation des abeilles et le moyen d'en tirer le plus grand avantage ; ce sont les arbres et les plantes étrangères qu'on pourrait naturaliser dans ces provinces, les végétaux indigènes qu'on pourrait y substituer aux végétaux exotiques. Si l'examen de ces questions n'exige pas comme l'histoire cette érudition qui est le fruit de l'étude et des recherches scientifiques, il faut du moins apporter, pour les traiter avec succès, non une science empruntée c'est-à-dire, prise uniquement dans les livres, mais puisée dans la nature, et qui soit le fruit de l'observation et de l'expérience.

L'Académie n'avait pas tardé à prendre une consistance, je dirai même un essor, qui fit présager les plus grands succès, par les travaux particuliers de ses membres. L'origine de l'ancienne province du Brabant et l'étymologie de son nom fournirent à M de Nélis la matière d'un mémoire dans lequel il place les premiers peuples nommés depuis Brabançons entre la Haine et l'Escaut, dans le canton habité par les peuples appelés *Propontii*, nom d'où il fait dériver celui de *Brabantii*, en expliquant comment le premier de ces noms a subi cette altération. Cette opinion, à la vérité, n'était pas nouvelle. Philippe de Harveng, abbé de Bonne-Espérance, contemporain et ami de St.-Bernard, et auteur d'une vie de St.-Amand, avait déjà

avancé positivement cette opinion. Le père Henschénius dit même qu'à la marge d'un manuscrit de cette vie dont il était possesseur, on avait ajouté que les *Propontii* sont les Brabançons (1). Le système de M. de Nélis sur ce point historique ne présentait donc pas une idée qui lui appartînt; mais il l'a rendue, par le développement qu'il lui a donnée, au moins aussi soutenable que l'opinion de ceux qui, comme Pontus Heuterus et Valère André, tirent l'étymologie du nom de Brabant de la ville de *Bratuspantium,* capitale des anciens Bellovaques, ou de ceux, qui, comme Lindanus et Meyer, la tirent de *Brakele,* village de Flandre, dans le voisinage de l'Escaut.

Ce mémoire n'avait à la vérité qu'un intérêt borné; du moins, il n'avait pour objet qu'un point d'histoire particulière. Mais les *Vues* du même auteur *sur différens points de l'histoire belgique,* objet d'un mémoire plus étendu (2), sont aussi d'un intérêt plus général. Il comprend deux grandes divisions, le défrichement des terres et l'établissement des constitutions municipales. Il examine d'abord dans quel esprit il faut écrire l'histoire. « S'il y a, dit-il, quelque chose de véritablement instructif et intéressant dans l'histoire d'un peuple, c'est de savoir » depuis quand et de quelle manière le pays a commencé à être cultivé; comment et par quels degrés le peuple s'y est civilisé; d'où lui » viennent ses usages, ses lois, ses institutions sociales, etc. » Ce sont là sans doute de grandes vues, et c'est ainsi que l'histoire devient, non une insipide série de faits, mais une école vivante de morale et de politique. C'est dans cet esprit que le sage académicien examine les deux grands points qu'il s'est proposé de traiter. Il remonte à l'origine, et il examine le caractère et les mœurs des Belges au temps des premières conquêtes des Romains; les établissemens de ces conquérans dans la partie méridionale des provinces belgiques, et c'est à ce temps qu'il fixe pour ce pays la première époque du défrichement des terres et de l'agriculture, dont les progrès ont été arrêtés par l'invasion des Francs. C'est de cette grande époque que datent le partage des terres et l'établissement des fiefs, et l'auteur y

(1) *Menapios esse Tornacenses, Propontios Bracbatenses, Nervios Hainovienses.* Act. ss. Belg. tom. 1, p. 199 et 212.

(2) Mémoires de l'Académie, tome 2, p. 587 et suiv.

rapporte la seconde époque des défrichemens. Il observe (ce qui en effet se vérifie assez généralement) que les révolutions se succèdent presque toujours après deux siècles d'intervalle. C'est donc deux siècles après la conquête des Francs que survint un grand changement dans l'ordre des choses et l'état des personnes par l'établissement des grandes abbayes au septième siècle, et il fait voir les avantages que l'agriculture et les mœurs en ont tirés. C'est deux siècles après ces heureux changemens que commencent les terribles incursions des Normands. Les terres furent tellement dévastées, et, ce qui dans un sens était encore plus désastreux, les courages étaient tellement abattus, qu'on ne put réparer toutes les pertes que ces hordes barbares avaient causées. Ce fut donc encore environ deux siècles après que l'agriculture se ranima, surtout dans l'Artois, la Flandre et le Brabant, et c'est là ce que l'auteur appelle la troisième époque des défrichemens, qu'il considère comme la principale. « La marche de l'agricul- » ture ne saurait être mieux marquée ; et cette connaissance, qui est le » premier pas qu'on doit faire dans l'histoire d'un peuple nouvellement » civilisé, nous montre en partie les grandes causes du bonheur ou du » malheur public (1). »

L'auteur (2) traite avec la même sagacité et le même intérêt le second point de son mémoire, qui a pour objet l'établissement des constitutions municipales. « Quand on lit et qu'on étudie, dit-il, l'histoire de la ma- » nière qu'il convient, on ne saurait s'empêcher de regarder comme une des » plus importantes révolutions que les fastes de l'histoire nous offrent, celle » qui s'est faite dans l'esprit, dans les mœurs et dans l'état politique de la » plupart des peuples de l'Europe dans le douzième et le treizième siè- » cles. » Les constitutions municipales, établies sur les débris de la servi-

---

(1) C'est dans ce sens que Virgile appelle Cérès la mère des lois, quand il parle des sacrifices que les anciens offraient à cette déesse, *legiferæ Cereri*. Æneid. 4. v. 58. Les anciens en effet, qui sont les créateurs des belles et grandes idées, pensaient qu'il n'y a point de vraie société politique sans agriculture.

Le soc agriculteur
Fut des premiers états l'antique fondateur.
Génie de l'homme, ch. 4, v. 11.

(2) Mémoires de l'Académie, tome 2, p. 663 et suiv.

tude et de la tyrannie féodale; les lois et les formes légales introduites à la place de l'anarchie et de l'arbitraire; l'état et les propriétés des personnes établies en droits fixes; les villes et les bourgades constituées en corps politiques, gouvernés par leurs propres lois; les citoyens traités par justice et sentence conformément aux droits de liberté et de sureté individuelles, et taxés dans les impôts suivant l'égalité proportionnelle; voilà les principaux effets de cette grande révolution. C'est de ce nouvel état de choses que M. de Nélis donne une idée si belle par les détails intéressans, je dirais presque touchans qu'on trouve dans son mémoire.

Animé du même amour de la science, pénétré des mêmes sentimens de patriotisme, M. le marquis du Chasteler, qui, au concours de 1778, avait remporté le prix sur la question relative *aux expéditions ou émigrations des Belges dans les pays lointains*, et que l'année suivante l'Académie avait admis dans son sein, présenta pour sa réception un mémoire intitulé : *Réflexions sommaires sur le plan à former pour une histoire générale des Pays-Bas Autrichiens* (1) : il y examine à quelle époque on doit fixer le commencement de cette histoire; si l'on doit écrire une histoire particulière de chaque province, ou faire un seul ouvrage qui offre au lecteur l'histoire générale du pays; s'il convient de traiter séparément ce qui concerne la constitution, les mœurs, les usages et la religion, ou si l'on doit s'occuper de ces objets à mesure que le récit des faits en fournit l'occasion; quels sont les dépôts qui peuvent fournir les documens nécessaires à l'exécution de son plan. Après avoir discuté et balancé les avantages et les inconvéniens des deux méthodes qu'il propose, ou d'embrasser le sujet dans son ensemble, ou de le suivre dans ses détails, c'est-à-dire, de faire une histoire générale du pays ou une histoire particulière des différentes provinces, il imagine un plan si méthodique et si simple tout à la fois, que par l'ordre et l'arrangement qu'il prescrit, il parvint (ce qui d'abord paraît presqu'impossible dans une histoire) à réduire tout le sujet à cette belle unité, qui est le vrai point de perfection des grandes compositions littéraires. Cette idée était bien propre à diriger l'écrivain patriote qui aurait le talent nécessaire pour exécuter cette vaste entreprise. C'est le vœu

---

(1) Mém. de l'Acad., tome 3, p. 343. L'auteur a lu ces *Réflexions* le jour de son entrée à l'Académie, 11 novembre 1779. Il est mort à Liége le 11 octobre 1789.

que formait M. du Chasteler. Il est fâcheux qu'il se soit borné à ce vœu. L'homme qui s'était fait une idée si juste de la chose, était peut-être le plus capable de l'exécuter. Un autre s'en est emparé; et quel autre était plus propre que le savant et laborieux Desroches à trairer ce sujet comme il convenait. Mais une mort prématurée, l'ayant enlevé au milieu de cet important travail (1), a privé la patrie et les lettres d'un ouvrage qui serait devenu sans doute un des plus beaux monumens de la littérature nationale et de l'amour patriotique.

Mais si le temps lui a manqué pour exécuter cette belle entreprise, qu'il n'a pu, pour ainsi dire, qu'entamer, de combien d'excellens morceaux n'a-t-il pas enrichi le recueil académique?

La religion des peuples de l'ancienne Belgique, ainsi que leur langue, devinrent l'objet de ses recherches, et il en présenta le résultat dans trois mémoires fort lumineux (2).

Mais il ne les a pas bornées à l'origine, à la nature de cette langue et à l'analogie qu'elle peut avoir avec d'autres idiomes : il les a étendues à la poésie des anciens Belges, et l'on sent que cette matière a de quoi piquer la curiosité, surtout par la manière dont l'auteur a développé ses idées (3).

L'origine de l'imprimerie a également fixé son attention (4). Il prétend que la première idée en est due aux Brabançons. Je sais que cette matière

---

(1) Desroches est mort le 20 mai 1787. Sa notice historique est insérée au tome 5 des mém., p. LXI.

(2) *Mém. sur la religion des peuples de l'ancienne Belgique*, tome 3 des Mém. acad., p. 415, 430, 447.

Examen de la question si la langue des Étrusques a eu des rapports avec celle des peuples belgiques, tome 1, p. 489.

Il avait aussi lu à l'Académie une dissertation *sur la langue belgique ancienne et du moyen âge*. Mais elle n'a pas été retrouvée après sa mort.

(3) *Explication d'une lettre*, etc., avec des *réflexions sur l'ancienne poésie des peuples belgiques*, tome 1, p. 497.

(4) *Nouvelles recherches sur l'origine de l'imprimerie*, etc., tome 1, p. 513.

est vivement controversée ; mais enfin son opinion n'est pas moins développée avec le plus grand intérêt dans cet ouvrage.

L'histoire des comtes de Louvain était un des points les plus obscurs de notre histoire. Il sut débrouiller le chaos dans lequel il était comme enveloppé (1).

L'état militaire dans le moyen âge ne pouvait être connu que très-confusément en saisissant et en recueillant comme par hasard quelques traits épars dans les vieilles chroniques. M. Desroches a rassemblé dans une dissertation très-curieuse, tous ceux qui ont rapport à cet objet sous le gouvernement des ducs et des comtes depuis le commencement du douzième siècle jusqu'à la fin du seizième.

Un point non moins intéressant que l'état militaire est l'histoire monétaire. Le savant abbé Ghesquière (2), publia sur ce sujet un mémoire comprenant trois points de cette histoire, qu'il lut successivement à l'Académie (3) ; et M. Gérard fit dans le même temps part à la Compagnie de ses *Recherches sur les monnaies frappées dans les Pays-Bas, au nom et aux armes des ducs de la maison de Bourgogne, comtes de Flandre* (4). Ces deux ouvrages jettent un grand jour sur cette partie assez obscure de notre histoire.

D'autres objets, également importans, ont fait la matière des recherches des membres de la même classe. C'est à M. Heylen, doyen de l'église de Lierre, qu'on doit deux très-savantes et très-curieuses dissertations latines, l'une sur les anciens monumens des Romains dans nos provinces (5), l'autre sur les découvertes et les inventions que l'on doit aux Belges (6). Ces

---

(1) *Dissertation sur les comtes de Louvain*, tome 2, p. 601.

(2) Il fut élu dans la séance du 12 octobre 1780.

(3) Cet ouvrage n'a pas été inséré dans les Mémoires de l'Académie. Il a été imprimé aux frais de l'auteur en 1786, in-8.

(4) Mém. de l'Acad., tome 3, p. 161.

(5) *Dissertatio de antiquis Romanorum monumentis*, etc., tome 4 des mém. acad. p. 405.

(6) *Dissertatio de inventis Belgarum*, tom. 5, p. 74.

deux ouvrages, auxquels on voit que l'auteur a apporté le plus grand soin tant pour toutes les recherches qu'ils lui ont coutées, que pour l'ordre et la méthode qu'il a su y mettre, offrent dans le plus grand détail, à remonter à l'origine, province par province et objets par objets, tout ce qu'il paraît possible de recueillir et de rapporter de plus important sur ces deux beaux sujets.

Mais un mémoire qui mérite une distinction particulière, c'est la dissertation latine de M. l'abbé Ghesquière, sur les peuples qui habitaient les pays qui correspondent aux provinces belgiques modernes (1). L'étude réfléchie de l'histoire, étude si importante et si difficile, dit quelque part d'Alembert, consiste à combiner de la manière la plus parfaite les matériaux défectueux. C'est ce qu'a fait ici surtout, l'auteur de ce savant mémoire avec une égale profondeur d'érudition et une égale sagacité de jugement.

Une autre dissertation, qui peut être considérée comme faisant la suite de celle dont je viens de parler, est celle de D. Anselme Berthod (2), contenant ses *Observations sur la notice des Gaules*, publiée par le père Sirmond (3). Cette notice, comme on sait, présente un dénombrement exact des provinces et des cités comprises dans les Gaules au temps où elle fut rédigée, et peut être regardée comme un des ouvrages propres à servir de base à l'histoire ancienne de la Belgique. Les critiques conviennent assez généralement qu'elle a été faite sous l'empire d'Honorius, dont le règne s'étend depuis l'an 395 jusqu'à 423. Mais quelle en est la date précise? C'est ce qu'il importe de savoir, non par un simple sentiment de curiosité, mais afin de pouvoir s'assurer de l'état de ces provinces, c'est-à-dire, de connaître celles qui faisaient encore à cette époque partie de l'empire romain, et d'en conclure que celles dont les noms n'y seraient pas insérés, étaient envahies par les barbares et que leurs mé-

(1) *Dissertatio geographico-historica de majoribus populis ante Augusti imperium Belgii hodierni incolis.* Mém. de l'Acad., tome 5, part. hist., p. 1.

(2) Dom Berthod fut élu le 14 octobre 1776. Sa notice historique est insérée au tome 5 des Mém., p. LXXII.

(3) Tome 5 des Mém., part. hist., p. 30.

tropoles étaient ensevelies sous leurs ruines, ou que réduites à la condition des lieux ordinaires, elles n'avaient plus ni le nom ni les prérogatives des anciennes cités. C'est le premier point que le respectable auteur discute avec autant de discernement que d'érudition.

L'opinion générale est que cette notice ne regardait que le gouvernement civil. Mais appartenait-elle cependant tellement à l'ordre politique, qu'elle ne pût être que d'une faible ressource pour donner une idée de la police ecclésiastique qui y était observée? C'est le second objet que l'auteur examine avec la même rectitude de jugement.

A-t-elle, dans la suite des temps, souffert des altérations ou des interpolations? C'est une troisième question qu'il se proposait de traiter dans un second mémoire. Il avait rédigé une suite à ses observations d'après un manuscrit de cette notice qu'il avait trouvé à la bibliothéque de l'abbaye de St.-Bertin. L'abbé Ghesquière s'était chargé de mettre en ordre tout ce qui se trouvait dans les papiers de dom Berthod, relatif à ce manuscrit, et de revoir le tout, afin d'en faire un ouvrage qui pût être publié. C'est ce qu'il fit; il y mit tout l'ordre et toute la précision désirables; il y ajouta quelques remarques, et il présenta son travail à l'Académie sous le titre d'*Observations bibliographiques et historiques sur une notice des Gaules, laquelle se trouve dans un manuscrit de l'abbaye de St.-Bertin* (1). Ainsi il fit des différentes observations de dom Berthod un ensemble qui forma un des meilleurs mémoires historiques qui soient dans le recueil, et il a eu soin de joindre à la fin du mémoire la notice telle qu'elle existait dans le manuscrit de St.-Bertin, et d'indiquer les variantes ou les omissious qui se trouvent dans l'édition de Sirmond; car c'est sur ces différences que l'auteur avait fondé la plupart de ses observations et de ses raisonnemens.

Tous ces mémoires ont un rapport plus ou moins direct avec l'histoire générale. Mais ceux qui traitent d'objets particuliers, sans être susceptibles d'un intérêt aussi étendu, sont cependant souvent très-propres à éclaircir la science de l'histoire. Les observations auxquelles ils donnent lieu font naître des conjectures, qui, de probabilités en probabilités, d'inductions en

---

(1) Mém. de l'Acad., tome 5, p. 48.

inductions, conduisent à des résultats sur lesquels on peut enfin établir le fondement de quelques vérités historiques. C'est ce que l'on peut dire des *Réflexions* de M. de Nélis *sur la pierre Brunehaut* (1), et du *Mémoire* de M. du Chasteler *sur la déesse Nehallennia* (2).

Un règne quelquefois contient des faits qui méritent ou une discussion plus approfondie ou une attention plus particulière. C'est ainsi que M. de Hesdin, dans deux mémoires, l'un pour servir à l'histoire de *Zuentibolche*, roi de Lotharingie ou de Lorraine (3), l'autre à celle de *Herman de Saxe*, époux de Richilde, comtesse de Hainaut (4), a donné des développemens et des éclaircissemens très-satisfaisans sur ces deux points de notre histoire.

Tels sont les principaux travaux des membres régnicoles. Un savant hollandais, M. Te Water, historiographe de Zélande et secrétaire de l'Académie zélandaise, qui avait rendu de grands services à l'histoire de son pays par des recherches savantes, fut admis à l'Académie comme membre étranger (5). Une dissertation sur la nécessité de faire usage de la géographie, particulièrement dans l'histoire belgique (6), fut le titre de son admission à l'Académie.

Dans le nombre des savans étrangers, on distingue encore M. Van Wyn, membre de l'Académie de Zélande et pensionnaire de La Briele, qui, sur sa demande et sur la présentation de quelques ouvrages imprimés,

---

(1) Mém., tome 1, p. 471.

(2) Ibid., tome 5, p. 70.

(3) Ibid., tome 3, p. 258.

(4) Ibid., tome 5, p. 123, part. hist. L'Académie avait proposé en 1783 pour la question d'histoire : *A quel titre le comte Herman, époux de la comtesse Richilde, fut-il comte de Hainaut ? Était-ce de son chef, ou du chef de la comtesse, son épouse ?* D'onze mémoires qui furent envoyés au concours, trois furent distingués. Le prix fut adjugé à M. l'abbé Smet, et les accessits accordés à MM. Baert et Lesbroussart. M. de Hesdin a supplée très-savamment à ce qui manquait dans le mémoire couronné, sur l'extraction ou l'origine du comte Herman.

(5) Il fut élu le 26 octobre 1784.

(6) *De insigni usu studii geographici in historia præsertim belgica.*

avait été élu comme membre étranger (1). Il avait entr'autres présenté une dissertation en langue hollandaise, dans laquelle il entreprit de débrouiller la confusion causée dans l'histoire par la ressemblance des noms *Borne*, *Horne*, *Voorne* et *Veurne* (2). Ce sujet était ingrat et épineux; mais il importait de l'éclaircir, et l'Académie le jugea si bien traité, qu'on en donna une analyse très-détaillée en français dans le journal des séances du 4 décembre 1776 (3), et on y a joint au bas des pages les pièces justificatives au nombre de cinq. Ce savant écrivain donna en 1777, une dissertation sur l'ancienne ville de Witla, à l'embouchure de la Meuse, brûlée par les Normands, pendant les ravages du neuvième siècle (4).

Je crois avoir donné une idée suffisante des travaux de l'Académie pour la partie historique. Si je m'y appesantissais davantage, je craindrais de devenir trop minutieux. Je passe donc aux sciences.

C'est l'histoire naturelle qui, dans le principe, a le plus occupé les membres de la classe des sciences. Trois écrivains se présentent d'abord dans la lice; ce sont MM. de Limbourg (5), d'Everlange de Witry (6) et De Launay (7).

Le premier présenta dans un mémoire détaillé (8), ses recherches sur l'histoire naturelle de la Belgique, qui comprend les pays de Limbourg,

---

(1) Il avait été élu le 14 octobre 1774.

(2) Il y a en effet un endroit nommé *Borne*, sur la lisière de l'Overissel, près de Deventer; il y en a un autre dans la haute Gueldre. Il y a un comté de *Horne* dans le pays de Liége. Il y a *Voorne*, seigneurie en Hollande; il y a *Voorne*, dans le pays de Daelhem. Il y a *Veurne*, *Vorne* et *Voorne*, qui est la ville de Furnes, en Flandre.

(3) Journal des séances, tome 2, p. IX.

(4) Il en envoya la première partie à l'Académie. Voyez le journal des séances, tome 2, p. LVI.

(5) Il fut élu comme membre étranger, le 26 avril 1770.

(6) Élu le 13 avril 1773.

(7) Élu le 14 octobre 1776.

(8) *Mémoire sur l'histoire naturelle d'une partie de la Belgique*, tome 1, p. 193.

de Luxembourg, Liége et Stavelot, et il les compare avec celles qu'il a également faites dans les pays étrangers. C'est à l'histoire naturelle de la terre qu'il s'attache surtout dans ce mémoire, et dans le supplément qu'il y a donné (1), il traite de la forme extérieure de la terre.

L'histoire naturelle des fossiles des Pays-Bas est le sujet d'un autre mémoire du même académicien (2).

M. de Witry s'attacha particulièrement à l'histoire naturelle du Tournaisis, et produisit un mémoire qu'il intitula : *Esquisse sur les fossiles de cette province et les pétrifications en général* (3). Pour suivre la tâche qu'il s'était imposée, il fit part dans un mémoire servant de suite au précédent (4) de ses nouvelles recherches *sur les fossiles naturels*. En s'occupant de cette étude, l'estimable académicien avait pour but, comme il le dit lui-même en finissant, de chercher à débrouiller l'histoire naturelle et à la débarrasser de quantité de fables plus propres à amuser qu'à instruire. Après avoir traité des fossiles, il s'occupa des eaux minérales, et consigna dans un autre mémoire ses *Recherches hydrauliques et minéralogiques dans le Tournaisis et le Hainaut autrichien* (5). Les sciences naturelles ont fait depuis ce temps-là de si étonnans progrès, qu'on ne regardera peut-être les observations et les recherches de ce modeste écrivain qu'avec une sorte d'indifférence. Mais en se reportant au temps où il écrivait, en 1777 et 1785, on conviendra, si l'on veut être juste, que dans l'état où était alors la science, il a beaucoup fait pour en donner le goût et en hâter les progrès. Cette observation, que je crois assez juste, peut, je pense, recevoir une application générale au grand nombre de mémoires ou de traités sur les sciences exactes ou naturelles.

M. de Launay, avant d'être agrégé à l'Académie, s'était occupé de recherches sur les pétrifications, et les avait bornées au Brabant. Mais

---

(1) Supplément au mémoire précédent, tome 1, p. 221.
(2) Mém., tome 1, p. 160.
(3) Ibid., tome 3, p. 13.
(4) Ibid., tome 5, p. 84.
(5) Ibid., tome 3, p. 139.

ayant toujours étendu ses travaux, il entreprit une tâche plus vaste, et dans un mémoire précédé d'un discours *sur la théorie de la terre*, il traita de l'*origine des fossiles accidentels des provinces belgiques* (1). Il donna également une théorie générale des fossiles connus sous la dénomination vulgaire de *cailloux*, qui, n'offrant aux yeux du commun des hommes qu'une production méprisable de la nature, fournit une ample matière de recherches au physicien sur leur origine, leur arrondissement, leurs contours toujours combinés, les angles émoussés et abattus qui terminent toujours leurs surfaces; tels sont les objets qui occupent l'auteur de ce mémoire, et auxquels on ne s'était peut-être pas encore attaché autant que la matière le comportait (2).

Dans un ouvrage plus étendu, qu'on pourrait plutôt même considérer comme un traité que comme un simple mémoire, il donna une *Distribution systématique des productions du règne minéral* (3); ouvrage rédigé d'après les observations et les découvertes les plus récentes. On conçoit qu'il faut entendre cette expression relativement au temps où il écrivait, c'était en 1778. La science, je dois le répéter, a sans doute beaucoup étendu son domaine depuis ce temps.

Un savant, déjà connu depuis long-temps par ses connaissances et ses recherches utiles dans les sciences naturelles, et qui, en 1783, avait remporté le prix sur la question relative aux végétaux indigènes, M. Burtin, qui venait de publier l'*Oryctographie de Bruxelles* (4), ouvrage qui lui assigna un rang distingué parmi les minéralogues, fut admis au nombre des membres de l'Académie (5). Encouragé par l'accueil que cet ouvrage reçut du public, il continua la route qu'il s'était tracée dans cette carrière, et c'est dans ce dessein qu'il entreprit un *Voyage* minéralogique de Bruxelles

(1) Mém., tome 2, p. 509.

(2) Ibid., journal des séances, p. XXIX.

(3) Ibid., tome 5, p. 317.

(4) Bruxelles, 1784, format grand in-fol., avec 33 planches enluminées.

(5) Il fut élu le 26 octobre 1784.

à Wavre, par Cour-St.-Étienne, dont il fit le rapport à la séance du 1er décembre 1784 (1).

Le règne animal a aussi occupé la classe des sciences. Virgile, en commençant à chanter les abeilles, dit : *In tenui labor.* Mais l'importance d'un objet qui fait partie de l'histoire naturelle, doit être apprécié par les avantages qu'il procure, dit M. de Needham, en présentant dans un mémoire très-détaillé, ses *Recherches sur la nature et l'économie des mouches à miel,* suivies de quelques instructions propres à perfectionner cette partie de l'économie rurale (2).

Le spectacle des plus petits objets de la nature excite l'admiration du philosophe (3). Un insecte, dont l'industrie, du moins si l'on en croit l'opinion commune, égale celle de l'abeille, la fourmi, a aussi attiré l'attention de M. de Needham. On sait qu'on a beaucoup exalté ce petit animal pour son travail et sa prévoyante économie. Salomon (4) la proposait aux paresseux et aux hommes dissipés comme un exemple de diligence et de sagesse. Depuis on leur a contesté les qualités dont on avait toujours pensé que ces petits êtres étaient pourvus, et le Pline français lui-même dit que l'idée de la prévoyance des fourmis n'est qu'un préjugé. Les uns leur avaient accordé, comme Cicéron, non-seulement le sentiment, mais

---

(1) Mém. de l'Académie, tome 5, p. 123.

Un ouvrage postérieur à ceux-ci, mais étranger à l'Académie, et qui contribua infiniment à donner un nouvel éclat à la réputation de M. Burtin, est un *Mémoire sur les révolutions et l'âge du globe terrestre*, couronné et imprimé in-4, avec la traduction hollandaise et des planches, par la société de Teyler à Haarlem, en 1770.

(2) Ibid., tome 2, p. 325.

(3) *Admiranda tibi levium spectacula rerum.* Virg.

Dans les petits objets Dieu montre sa grandeur.
Eminet in minimis maximus ipse Deus.

(4) *Vade ad formicam, ô piger, et considera vias ejus, et disce sapientiam : quæ cum non habeat ducem, nec præceptorem, nec principem, parat in æstate cibum sibi, et congregat in messe quod comedat.* Proverb. cap. 6, v. 6, 7 et 8.

l'intelligence, la raison, la mémoire (1); les autres, parmi lesquels on compte des naturalistes renommés, ne se sont pas contentés de lui contester ces qualités; ils lui ont même refusé l'instinct le plus commun. Ainsi, une fois dominés par la manie des systèmes, les hommes passent presque toujours d'un excès à l'autre. M. de Needham tâche de saisir ici le juste milieu. Sans vouloir, comme les anciens, donner à la fourmi une raison presque divine, comme ils disaient, il relève quelques méprises de certains auteurs modernes, et venge ainsi cet étonnant insecte de l'injustice de ceux qui l'ont privé de toute espèce d'intelligence et de prévoyance, et ne leur laissent qu'une habitude mécanique, un principe matériel, sans but, sans action finale; et comme Gallien, contemplant avec un humble respect dans les opérations anatomiques, l'admirable structure du corps humain, faisait un hymne de louange et de reconnaissance, de même M. de Needham, suivant les fourmis dans leurs allures, leurs démarches et leurs travaux, reconnaît là, comme ailleurs, la sagesse infinie des opérations de l'auteur de la nature, aussi admirable dans les petits objets que dans les grands. Le ciron qui se dérobe à la vue par sa petitesse, comme les grandes planètes qui s'y soustraient par leur prodigieuse distance, étonnent également l'imagination du philosophe. Confondu par l'idée de l'infini, il se prosterne, s'humilie et s'anéantit devant le grand Être.

Dans l'étude de la nature, il ne faut rien dédaigner ni rien négliger. « C'est en multipliant la connaissance des faits, dit le comte de Fraula,

---

(1) *In formica non modò sensus, sed etiam mens, ratio, memoria.* De nat. Deor., lib. 3, cap. 9.

> Parvula, nam exemplo est, magni formica laboris
> Ore trahit quodcumque potest, atque addit acervo
> Quem struit, haud ignara ac non incauta futuri.
>
> HORAT., sat. 1, lib. 1.

> La fourmi tous les ans, traversant les guérets,
> Grossit ses magasins des trésors de Cérès;
> Et dès que l'aquilon, ramenant la froidure,
> Vient de ses noirs frimas attrister la nature,
> Cet animal, tapi dans son obscurité,
> Jouit l'hiver des biens conquis durant l'été.
>
> BOILEAU, sat. 8.

» que l'on augmente véritablement la masse des connaissances humaines, » et ce n'est que par la connaissance de tous ces faits que l'on saisira la » science du système de la nature. » C'est à propos d'un grillon d'une espèce particulière, que cet académicien parle ainsi. La génération singulière de cet insecte, qu'il avait soigneusement observé, lui avait fait découvrir un fait nouveau qui prouve de plus en plus l'analogie existante entre les règnes animal et végétal (1).

La chimie, cette science qui est devenne comme la clef de la nature, se bornait à peu près autrefois aux opérations pharmaceutiques. M. de Beunie (2), qui l'avait, pour le temps où il travaillait, cultivée avec un succès marqué, appliqua cette science à la culture de la terre (3) et aux précipitations des métaux (4), dans deux mémoires ou essais; c'est le titre qu'il leur donna. On peut dire peut-être, et je crois, s'il m'est permis d'en juger, qu'il traite plutôt ces matières en économiste qu'en physicien. Sans doute, aujourd'hui que les sciences chimiques ont fait de si grands progrès (elles paraissent avoir franchi des siècles), ces mémoires ne peuvent plus qu'offrir un médiocre intérêt; mais si l'on considère qu'il y a trente-neuf ans qu'il traitait le premier de ces sujets, et quarante-huit ans, le second, on lui rendra sans doute la justice qui est due à ses connaissances pour ce temps, et surtout à ses intentions. « Je n'aspire, dit-il, en finissant, qu'à la gloire » d'être un citoyen utile, titre que je regarde comme la récompense la » plus précieuse de mes travaux. »

J'abandonne ici le domaine de la terre, et pour suivre nos prédécesseurs dans leurs travaux, je dois en quelque sorte les suivre dans les vastes champs des cieux. L'astronomie (c'est de cette science que je dois maintenant parler) paraîtrait impénétrable à la faiblesse de l'homme, si

(1) Mém. tome 3, p. 219. M. de Fraula a été élu le 14 octobre 1776. Sa notice se trouve au tome 5, journ. des séances, p. LXVI.

(2) Élu le 13 avril 1773. Mort le 25 février 1793.

(3) *Essai chimique des terres pour servir de principes fondamentaux relativement à la culture des bruyères.* Mém., tome 2, p. 390.

(4) *Essai sur quelques précipitations des métaux et demi-métaux.* Tome 5, p. 167.

quelque chose était inaccessible à son audace (1). Le ciel même est, pour ainsi dire, ouvert à ses yeux. L'abbé Chevalier (2), parmi les membres régnicoles, et MM. Pigott et Messier, parmi les membres étrangers, ont consigné leurs différentes observations dans le recueil des mémoires (3).

Le passage de Mercure sur le disque du soleil eut lieu le 3 mai 1786. M. Pigott observa ce phénomène à Louvain. et communiqua le résultat de ses observations à l'Académie (4).

Dans l'année 1773, on avait fait à Pékin diverses observations astronomiques. M. l'abbé Chevalier les compara avec d'autres faites en Europe, et en donna les résultats, qui établissent la différence des méridiens entre Pékin et Paris (5).

---

(1) *Nil mortalibus arduum est.* Horat.

(2) Élu le 13 avril 1773.

(3) *Observations astronomiques faites aux Pays-Bas autrichiens en* 1772 *et* 1773, par M. Pigott, Mém., tome 1, p. 1.

Observations astronomiques faites au refuge de Vrouw-Perk à Louvain, par le même. Ibid., tome 3, p. 171.

Observations des quatre satellites de Jupiter, faites à l'observatoire de Paris, en 1777, par M. Messier. Ibid., tome 3, p. 182.

Observation de l'éclipse du soleil, du 24 *juin* 1778, par M. l'abbé Chevalier. Ibid., tome 3, p. 177.

Mémoire sur l'éclipse totale de lune, observée à Bruxelles, le 18 *mars* 1783, par le même. Ibid., tome 4, p. 323.

Observation de l'éclipse totale de lune du 10 *septembre* 1783, *faite à Bruxelles*, par le même. Ibid., tome 5, p. 13.

(4) Mém., tome 5, p. 16. On annonce le retour de ce phénomène pour le 4 novembre de cette année 1822.

(5) La *note* présentant ces résultats se trouve insérée au 5e vol. des mémoires, journ. des séances, p. LVIII.

C'est à M. Chevalier qu'on doit aussi le plus grand nombre d'observations météorologiques, insérées dans les différens volumes des Mémoires.

Le 3e volume, p. 401, renferme les résultats des observations météorologiques,

A remonter à la plus haute antiquité, on ne connaissait que six planètes. Au mois de mars 1781, Frédéric-Guillaume Herschel, de Hanovre, en découvrit une septième, à laquelle il donna le nom de *Georgium sidus*, de celui du roi d'Angleterre alors régnant. Les savans, par analogie avec les autres planètes, lui donnèrent celui d'*Uranus*, et le siècle par reconnaissance, celui de Herschel, qui lui est resté. M. de Zach, astronome du duc de Saxe-Gotha (1), adressa à l'Académie le 20 mai 1785, un mémoire sur cette nouvelle planète (2), et communiqua dans une lettre particulière à M. l'abbé Mann, plusieurs observations qui peuvent servir de suite à son mémoire. C'est pourquoi elle a été insérée dans le journal des séances (3).

Les phénomènes de l'électricité avaient déjà occupé l'attention de plus d'un savant. M. de Witry, voulant les examiner dans leurs rapports avec l'utilité publique, et tirer ainsi cette science (ce sont ses expressions) de la classe des choses dangereuses ou inutiles, s'attacha a la considérer *relativement à sa qualité de fluide moteur dans les végétaux et le corps humain* (4). C'est dans la même vue qu'il présenta à l'Académie un résumé général des observations qu'il avait faites *sur l'électricité médicale*, *depuis* 1784 *jusqu'à* 1788, *par le moyen de la machine électrique simplifiée à l'usage de la médecine.*

---

faites en 1778 à Franeker, en Frise, par M. le professeur Van Swinden, élu membre étranger de cette Académie le 14 octobre 1779.

On doit également plusieurs de ces observations à MM. de Poederlé, Du Rondeau, de Witry et de Fraula.

L'abbé Mann, qui, en 1783, avait été chargé de correspondre avec l'Académie de Manheim, pour faire des observations météorologiques harmoniques et correspondantes dans les différens pays de l'Europe, donna l'histoire météorologique des années 1784, 1785, 1786 et 1787. Mém., tome 5, p. 437.

(1) Élu membre étranger le 21 octobre 1785.

(2) Mém., tome 5, p. 22, part. des sciences.

(3) Tome 5, journ. des séances, p. XLIX.

(4) Ibid., tome 1, p. 181. Son résumé ou précis est inséré au tome 5, journ. des séances, p. LXXVIII.

Francklin et Nollet avaient expliqué d'une manière différente le phénomène de la commotion électrique. Le docteur Godart (1) examina les deux explications et rechercha d'après ses propres observations les causes de la commotion et la vertu des contacts électriques. Il en fit l'objet d'un mémoire dont il donna lecture à l'Académie le jour de sa réception (2).

Un académicien, aussi estimable qu'infatigable, l'abbé Mann (3), embrassa, pour ainsi dire, dans ses vastes travaux, ce qu'on appelait les quatre élémens. Il avait entrepris l'histoire naturelle des Pays-Bas maritimes. Avant d'être admis à l'Académie, il lui avait adressé un mémoire, très-étendu (4), divisé en deux parties. Après avoir donné une théorie générale de la terre, il fait l'application des principes qu'il a établis, à l'ancien état de la Flandre et à ses changemens successifs. Pour donner plus d'évidence à son système, il examine et rassemble ce que les auteurs anciens et modernes ont dit de plus vraisemblable sur la nation des Cimbres et le déluge cimbrique, ainsi que sur les inondations postérieures à cette grande catastrophe.

La seconde partie contient les considérations de l'auteur sur le climat et le sol de la Flandre maritime, sur les phénomènes des marées sur cette côte, les marées extraordinaires, etc.

Dans un autre mémoire, qui est le développement et la suite du précédent (5), il traite du sol et des produits de la Flandre maritime; du génie, des mœurs, des coutumes de ses habitans; de la nature de l'atmosphère, de son influence sur la santé des habitans.

Dans le premier mémoire, l'auteur n'avait fait qu'indiquer très-succintement ses idées sur le sol de la Flandre et les moyens d'y perfection-

---

(1) Élu membre étranger le 25 mai 1773.

(2) L'analyse de ce mémoire est consigné dans le journal des séances, tome 1, p. LXVIII.

(3) Élu le 4 février 1774.

(4) Mém., tome 1, p. 61.

(5) Ibid., tome 4, p. 121. Il est intitulé: *Mémoire contenant le précis de l'histoire naturelle des Pays-Bas maritimes.*

ner la culture. Dans un mémoire particulier, qui est comme une seconde suite du premier, il donne un grand développement à cette partie de son sujet (1).

Dans un troisième mémoire, il entreprend l'histoire naturelle de la mer du nord ; il en détermine les bornes, la forme, le climat, la profondeur, les marées, les courans, les bancs, les productions végétales et animales, et il termine ce mémoire, ou plutôt ce traité, par l'examen de l'état où était alors la pêche dans cette mer, des causes de la diminution de cette pêche et des moyens de l'améliorer (2).

Pour donner une juste idée de tout ce travail, je dirai que chacun de ces mémoires peut être considéré comme faisant un traité particulier sur une branche distincte du sujet général. Ainsi, pris séparément, ce sont des ouvrages complets ; et d'un autre côté, par la liaison naturelle des matières, ils peuvent si bien se rattacher l'un à l'autre, que, réunis, ils forment un tout.

L'auteur voulait épuiser la matière. Dans le premier mémoire, il avait parlé du déluge cimbrique et des autres inondations. Mais il consacra une dissertation particulière à rechercher l'histoire des *divers déluges dont les anciens ont fait mention*, ou plutôt à recueillir les traditions qui nous en sont parvenues (3). On en compte six ou sept. Il termine cette dissertation, qui est très-curieuse, par des *Considérations physiques et mathématiques sur les causes de ces terribles catastrophes.*

Les longues recherches qu'il avait faites sur les *marées*, lui ont fourni la matière d'une *Dissertation sur les syrtes et les marées de la mer méditerranée*, dans laquelle il tâche d'éclaircir les obcurités et les difficultés qu'on rencontre dans les auteurs anciens et modernes sur cet objet (4).

---

(1) Mém., tome 4, p. 161. *Mémoire sur les moyens d'augmenter la population et de perfectionner la culture dans les Pays-Bas Autrichiens.*

(2) Ibid., tome 2, p. 157. *Mémoire sur l'histoire naturelle du nord et sur la pêche qu'il s'y fait.*

(3) Ibid., tome 5, p. 49.

(4) Ibid., p. 61.

L'examen des causes, des phénomènes et des variations des marées de l'océan ont servi de base et de fondement au laborieux auteur pour en déduire ce qui règle les marées de l'atmosphère terrestre, lesquelles, selon lui, proviennent des mêmes causes que celles de l'océan. C'est la matière d'un mémoire particulier sur ce qu'il appelle *les marées aériennes* (1), dans lequel il *examine l'effet produit dans l'atmosphère terrestre par l'action du soleil et de la lune.*

L'abbé Mann ne regardait pas l'étude de la nature comme un objet de simple curiosité ou de pur amusement : il cherchait toujours à la rapporter au bien général de l'humanité. C'est vers ce but qu'il voulait qu'on dirigeât les observations météorologiques, afin d'en obtenir des résultats qui conduisissent peu à peu à une théorie générale des causes et des effets de ces phénomènes, et c'est dans cette intention qu'il rédigea un *Mémoire sur les moyens de parvenir à une théorie météorologique complète* (2).

Le monde philosophique, au temps où l'abbé Mann écrivait, en 1774, était encore incertain et partagé sur la nature du feu, et l'on n'avait encore osé former une théorie sur ce sujet. Il ne craignit pas de le traiter. Dans son *Mémoire sur le feu élémentaire* (3), il le considère comme le principe de la lumière, de la chaleur et du fluide électrique : il l'examine ensuite, sous ce dernier rapport, dans les grands phénomènes de la nature, en premier lieu, dans les corps terrestres, et en second lieu, dans les espaces et grands phénomènes célestes. Ses opinions ou ses assertions trouveraient sans doute aujourd'hui bien des contradicteurs. Mais, je le dis encore, pour être juste, qu'on se reporte au temps où il écrivait (4).

---

(1) Ibid., tome 4, p. 89.

(2) Ibid., tome 1, p. 265.

(3) Ibid., tome 2, p. 1.

(4) Auguste-Théodore Mann, né en Angleterre en 1734, et élevé dans la religion anglicane, quitta fort jeune sa patrie, vint en France et passa en Espagne, où il embrassa la religion catholique. S'étant rendu aux Pays-Bas, il entra dans l'ordre des chartreux, et devint prieur de la chartreuse de Nieuport. Ses infirmités (il était surtout tourmenté des douleurs de la goutte) l'obligèrent à demander sa sécularisation qu'il obtint : le gouvernement des Pays-Bas, lui conféra un canonicat de Courtrai. Élu membre de l'Académie de Bruxelles en 1774, il en fut nommé secrétaire perpétuel le 23 mai 1787, et en 1792, membre de la commission royale des études. A l'entrée des troupes françaises dans la Belgique, il se retira en Allemagne et se fixa à Prague.

Depuis son institution, l'Académie avait, dans la classe des sciences, borné à peu près ses travaux à l'histoire naturelle dans ses principales parties. Les sciences exactes l'avaient peu occupée. Ce n'est qu'en 1777 qu'on commença à les cultiver. M. Bournons (1) lut à la séance du 8 janvier de cette année un *Mémoire contenant la formation d'une formule générale pour l'intégralité*, dont la Compagnie ordonna l'impression dans son recueil (2).

Mais c'est l'entrée de M. le commandeur de Nieuport (3) à l'Académie qui est comme l'époque où les mathématiques ont commencé à être cultivées avec succès. Les deux mémoires qu'il avait présentés avant d'être élu académicien, l'un *sur les courbes que décrit un corps qui s'approche ou s'éloigne en raison donnée d'un point qui parcourt une ligne droite* (4); l'autre *sur la manière de trouver le facteur qui rendra une équation différentielle complète, lorsque ce facteur doit être le produit de deux fonctions qui contiennent chacune une seule variable* (5), enrichirent le recueil académique. Ces deux ouvrages furent bientôt suivis de son *Essai analytique sur la mécanique des voûtes* (6). Ses mémoires *sur les codéveloppées des courbes* (7); *sur la propriété prétendue des voûtes en chaînettes* (8); *sur une nouvelle machine propre à élever des fardeaux considérables* (9), dont il présenta le modèle et montra l'usage aux yeux, parurent deux ans après et tinrent une place distinguée dans le recueil.

M. Van Swinden, professeur distingué de l'Université de Franeker, qui avait présenté à l'Académie un mémoire météorologique, contenant les

---

(1) Élu le 14 octobre 1776.

(2) Mém., tome 1, p. 323. Il lut dans la suite quelques autres mémoires qui étaient également destinés à entrer dans le recueil; mais après sa mort on n'a pu les retrouver. Sa notice est insérée au tome 5, p. LXXVI.

(3) Élu le 14 octobre 1777.

(4) Mém., tome 2, p. 141.

(5) Ibid., p. 152.

(6) Ibid., p. 41.

(7) Ibid., tome 4, p. 3.

(8) Ibid., p. 19.

(9) Ibid., p. 30. Le journal des séances du 11 mars 1779, p. XLI, tome 3, donne l'explication de cette machine.

résultats des observations qu'il avait faites en 1778 à Franeker, fut admis dans ce temps comme membre étranger (1). Ce savant était déjà honorablement connu par les ouvrages qu'il avait publiés sur la philosophie en général (2) et sur la philosophie neutonienne en particulier (3), et son excellent mémoire intitulé : *Recherches sur les aiguilles aimantées et sur leurs variations régulières*, avait partagé le prix proposé pour l'an 1777 par l'Académie des sciences de Paris.

Les différens mémoires des membres, tant de la classe des sciences que de celle d'histoire, avaient, à la date du 18 juillet 1788, fourni cinq volumes imprimés à Bruxelles.

Les mémoires couronnés ont également été publiés jusqu'à cette époque. Les circonstances malheureuses dans lesquelles le pays s'est alors trouvé, ont empêché l'Académie de publier les uns et les autres ; mais elle n'a pas moins continué ses travaux, sinon avec la même activité, parce que ces circonstances y mettaient un obstacle, du moins dans le même esprit.

C'est dans ce temps (4) que fut élu M. Lesbroussart, connu très-avantageusement, non-seulement par ses importans services dans l'instruction publique, mais encore par ses ouvrages relatifs à l'histoire du pays. Il venait de publier son excellent commentaire sur les annales d'Oudegherst (5), dans lequel, réunissant une critique éclairée à une profonde érudition, il a rectifié d'une manière lumineuse les inexactitudes et les erreurs de l'historien, et a suppléé les lacunes qui s'y rencontrent, par des notes historiques très-étendues. Ce commentaire a encore un autre mérite; c'est que l'estimable et savant auteur a su, quand la matière l'exigeait, élever son style à la majesté de l'histoire.

---

(1) Il fut élu le 14 octobre 1779.

(2) *Cogitationes de variis philosophiæ capitibus ;* Franeker, 1767, in-4.
Oratio de causis errorum in philosophia ; Franeker, 1767, in-fol.

(3) *Oratio de philosophia neutoniana ;* Franeker, 1779, in-4.
Son mémoire *météorologique* est inséré au tome 3 du recueil de l'Académie, p. 401.

(4) Il fut élu le 14 mai 1790, et confirmé le 27 janvier 1791.

(5) Voyez p. VII, note 3.

La Compagnie continua à proposer des questions de science et d'histoire pour les prix à distribuer au concours de chaque année, et elle procéda dans ses différentes séances à l'examen et au triage des mémoires, qui, y ayant été lus, étaient destinés à former le sixième volume. Mais les mêmes obstacles en empêchèrent la publication, de même que celle des mémoires couronnés. Dans le nombre de ceux-ci, il en était cependant quelques-uns qui méritaient bien cette distinction, et la Compagnie l'avait même ainsi résolu. Je citerai entr'autres trois mémoires de notre respectable confrère M. Thys, le premier *sur les différens que Marguerite, comtesse de Flandre et de Hainaut, eut avec ses fils Jean et Baudouin* (1); l'autre, *sur l'état de la Lotharingie ou Lorraine au temps du duc Gislebert ;* le troisième, *sur Régnier I, comte de Hainaut* (2). Je rappellerai encore les trois mémoires qui ont remporté les prix et les deux accessits sur la question proposée pour le concours de 1792 : *Quels étaient les cantons de l'ancienne Flandre dont Baudouin, surnommé* Bras-de-Fer, *fut comte ? Combien d'années l'a-t-il été ? et quel était son gouvernement ?* Le prix fut adjugé à M. Van Dyck, bollandiste, religieux de Tongerloo; le premier accessit, à M. Van Hulthem, notre confrère actuel, et le second à M. Thys, que je viens de nommer, déjà si avantageusement connu par les prix qu'il avait remportés. S'il s'agissait de mémoires en matière de sciences, on pourrait dire qu'après les immenses progrès qu'elles ont faits depuis ce temps, la publication de ces ouvrages serait à peu près superflue. Mais ces questions ayant rapport à des points d'histoire du moyen-âge, peuvent aussi bien être traitées en 1822 qu'en 1792. Pourquoi donc ces mémoires ne seraient-ils pas publiés ? C'est, ce me semble, une lacune à remplir; c'est même peut-être une espèce de devoir; car comme nous avons adopté pour le premier volume des nouveaux mémoires ceux que nos prédéces-

(1) M. Amand, sous-principal du collége d'Ath, qui obtint l'accessit, fit imprimer son mémoire à ses frais.

(2) L'Académie, dans sa séance du 8 novembre 1791, avait proposé pour le concours de 1793 et pour sujet d'un prix extraordinaire, la meilleure dissertation sur un point quelconque de l'histoire belgique. La matière était donc laissée au choix des concurrens, et M. Thys traita les deux sujets que je rapporte dans le texte, l'un sur l'état de la Lorraine, etc., l'autre sur le comte Régnier, et il se trouva qu'il obtint le prix sur le premier, et l'accessit sur le second.

seurs avaient destinés à faire partie du sixième, qui n'a pu être publié, ne devrions-nous pas, pour être conséquens, faire le même honneur aux mémoires couronnés qui en ont été jugés dignes ? Ce n'est au reste qu'une observation que j'ai l'honneur de soumettre à la Compagnie, et je finis ici cette partie de mon rapport.

L'Académie avait tenu sa dernière séance le 21 mai 1794, et le nouvel ordre des choses amena sa dissolution.

SECONDE PARTIE,

COMPRENANT LE TABLEAU DES OPÉRATIONS DE L'ACADÉMIE,

Depuis sa restauration en 1816 *jusqu'en* 1822.

Les travaux de l'Académie avaient cessé. Ses membres dispersés, fuyant les agitations révolutionnaires, ou s'étaient réfugiés dans les pays étrangers, espérant y trouver un asyle plus sûr, ou s'étaient retirés dans leurs foyers, y attendant un temps plus tranquille. Mais ils durent, au milieu du fracas des bouleversemens politiques, renoncer à leurs études chéries, et cette époque fut fatale à la science : les esprits troublés par la succession rapide des événemens et des catastrophes dont la France et la Belgique étaient devenues le théâtre, avaient perdu ce calme et cette tranquillité, si nécessaires à la culture des sciences et des lettres. M. le commandeur de Nieuport ne cessa pas cependant, au milieu de la tourmente révolutionnaire, de se livrer à ses profondes méditations. C'est alors que se renfermant, pour ainsi dire, en lui-même, il publia ses *Mélanges mathématiques*, en deux recueils, et le *Supplément, ou Mémoire sur l'intégralité médiate des équations différentielles d'un ordre quelconque, et entre un nombre quelconque de variables* (1).

Entraîné par son goût dominant pour la géométrie, il avait conçu le projet d'examiner jusqu'à quel point on peut appliquer aux sciences en général la méthode géométrique. C'est alors que s'occupant de la logique de Condillac, et n'ayant d'abord que le dessein d'accompagner ce traité de

(1) Le premier recueil parut en 1794; le second, en 1799, et le supplément, en 1802.

notes, il vit insensiblement la matière se développer sous sa plume, et se détermina enfin à rédiger un *Essai sur la théorie du raisonnement.* C'est sous ce titre modeste qu'il publia un ouvrage qu'on peut regarder (je ne craindrai pas de l'avancer) comme peut-être le traité le plus profond et le plus méthodique à la fois sur cette matière. Il le fit précéder de la logique de Condillac avec des observations. Ce n'est point ici un ouvrage fait, comme tant d'autres, sur le modèle de semblables livres. Le judicieux auteur n'a pas, comme on le voit trop souvent, suivi péniblement et servilement l'ornière tracée par ceux qui l'avaient précédé dans la carrière. Il n'a interrogé que lui-même, et c'est de son propre fonds qu'il a tiré cet ouvrage ; c'est absolument le résultat de ses réflexions (1).

Deux mémoires, l'un *contenant la solution d'un problème de mécanique proposé par d'Alembert*, l'autre *sur l'équation générale des polygones réguliers et la division d'un arc quelconque en parties égales*, présentés à l'Institut de France et lus dans ses séances, ont été insérés dans le premier tome des *Mémoires présentés à l'Institut des sciences, lettres et arts, par divers savans et lus dans ses assemblées* (2).

Au milieu de ces graves occupations, M. de Nieuport, mettant à profit tout son temps, confiait au papier ses pensées et ses réflexions sur différens objets de philosophie et de littérature, fruit de ses continuelles méditations (3), et il les fit successivement insérer dans l'*Esprit des Journaux* depuis 1807 jusqu'à 1816. Depuis, il les réunit en un volume, qu'il donna au public, comme un petit souvenir, dit-il, qu'il voulut laisser à ses amis (4).

Je rappelle encore ici avec plaisir le nom de M. Van Swinden. Sans parler des différens ouvrages qu'il a publiés séparément dans cet intervalle ; qu'il a insérés dans les journaux ou adressés aux sociétés savantes,

---

(1) Bruxelles, 1805.

(2) Paris, 1806.

(3) *Ille velut fidis arcana sodalibus olim*
Credebat libris. HORAT., sat. 1, lib. 1.

(4) Ce recueil parut à Bruxelles en 1818, sous le titre : *Un peu de tout, ou Amusemens d'un sexagénaire, depuis* 1807 *jusqu'en* 1816.

je distinguerai surtout 1° le *Recueil de mémoires sur l'analogie de l'électricité et du magnétisme, couronnés et publiés par l'Académie de Bavière, traduits du latin et de l'allemand*, et enrichis de notes et de dissertations nouvelles (1); 2° le *Rapport fait à l'Institut de France le 29 prairial an VII, au nom de la classe des sciences mathématiques et physiques sur la mesure de la méridienne de France et les résultats qui en ont été déduits pour déterminer les bases du nouveau système métrique;* 3° le *Précis des opérations qui ont fait déterminer les bases du nouveau système métrique, à la séance publique de l'Institut de France, classe des sciences physiques et mathématiques, le* 15 *messidor an VII.*

D'autres savans, étrangers à l'Académie, s'occupèrent également dans l'intervalle où elle fut fermée, d'ouvrages importans relatifs à l'objet de leurs études. M. Van Mons, qui était déjà connu parmi les savans par son *Essai sur les principes de la chimie antiphlogistique* (2), a publié dans ces années orageuses des ouvrages sur les sciences chimiques et physiques, dont la réputation s'est étendue sur l'Europe savante, la *Pharmacopée manuelle* (3); la *Synonymie des nomenclatures chimiques modernes*, ouvrage traduit de l'italien de Brugnatelli (4); les *Principes de l'électricité* (5); la *Théorie de la combustion* (6).

Guidé par un penchant irrésistible vers l'étude des sciences naturelles, M. d'Omalius de Halloi, s'appliqua spécialement à l'étude de la minéralogie. Le pays où il est né (la province de Namur) lui en fournit d'abord les moyens, et il s'y livra avec d'autant plus d'ardeur, que cette branche d'histoire naturelle était trop négligée dans cette province, où cependant la nature en a déposé tous les élémens. L'amour de la science lui inspira

---

(1) La Haye, 1784, 3 vol. in-8. La *Dissertation sur les mouvemens irréguliers de l'aiguille* remplit le 3e volume.

(2) Bruxelles, 1785.

(3) Bruxelles, an IX.

(4) 1802.

(5) An XI.

(6) An X.

Il a de plus donné pendant ces années plusieurs articles très-intéressans au *Journal de chimie et de physique*, dont il était un des collaborateurs.

le dessein d'étendre ses connaissances par des excursions scientifiques : il employa dans cette vue les années 1806 et 1807 à parcourir les contrées situées entre le Rhin et la mer du nord, et il publia le résultat de ses observations dans le *Journal des Mines* (1). Cet heureux essai (car c'est aussi le titre modeste que l'auteur donna à son ouvrage) fut accueilli avec distinction par d'estimables savans, qui engagèrent l'auteur à entreprendre un travail analogue pour la vaste réunion de pays qui forma l'empire français. Il y consacra donc tous ses momens, et dans l'intervalle de 1809 à 1814, il rassembla une grande quantité de matériaux, dont il n'a publié que quelques notes isolées qui se rattachent à des faits sur lesquels l'attention des savans se trouvait plus particulièrement fixée pendant cette époque. Telle a été entr'autres la *Notice sur le gisement du calcaire d'eau douce* dans différens départemens, inséré dans le *Journal des Mines* (2). Tel est encore le mémoire *sur l'étude géographique du terrain des environs de Paris*, composé en 1813, et dont depuis l'auteur a fait hommage à l'Académie.

M. d'Omalius se disposait à réunir tous les élémens de son travail pour en former un ensemble et en fixer la publication, quand appelé à servir son pays dans la magistrature administrative (3), il dut renoncer à ce projet pour se livrer tout entier à ses fonctions. On ne peut s'empêcher de regretter que si son temps est utilement et honorablement employé pour les affaires publiques, il soit perdu pour les sciences.

Des hommes également amis de leur pays et de l'histoire nationale (car quand on aime sa patrie, on en aime l'histoire, ou si l'on veut, l'étude de l'histoire nationale fortifie l'amour de la patrie), des hommes de lettres citoyens, comme les qualifie un académicien célèbre (4), se sont particulièrement attachés à l'étude de l'histoire dans ces années. M. Raepsaet

---

(1) Année 1808, n° 140 et suivans. Cet ouvrage a été imprimé séparément sous ce titre : *Essai sur la géologie du nord de la France*. Paris, 1809.

(2) Cette notice a également été insérée dans le même journal, année 1812, n° 187, et imprimée séparément. M. d'Omalius a encore donné une *note sur l'existence du calcaire d'eau douce dans les départemens de Rome et de l'Ombrone*.

(3) M. d'Omalius est actuellement gouverneur de la province de Namur.

(4) Thomas, Discours de réception à l'Académie française.

s'occupa de la recherche de différentes origines qui se perdent dans la nuit des temps, et qu'on ne peut retrouver qu'en les saisissant dans les vieux monumens historiques où on ne les rencontre qu'au moyen de l'étude la plus pénible et la plus opiniâtre. Telles sont ses *Recherches sur l'origine des dîmes et des paroisses* (1), sur celle *des Belges* (2), *des inaugurations* (3). Tous ces sujets particuliers présentent un grand intérêt. Mais M. Raepsaet a donné à ses études un plan bien plus étendu. L'*Origine et les progrès des droits civils et politiques des Belges* a été l'objet de ses immenses recherches et de ses profondes méditations (4).

Le respectable chanoine de Bast, de Gand, s'attacha à une partie d'autant plus intéressante de notre histoire ancienne, qu'elle est extrêmement propre à dissiper les ténèbres qui l'enveloppent : ce sont les *Antiquités romaines et gauloises*, dont il a donné deux recueils, suivi de deux supplémens. Il ne borna pas ses recherches aux antiquités proprement dites, comme médailles et autres monumens; il les étendit aux langues, et il publia ses savantes *Recherches historiques et littéraires sur la langne celtique, gauloise et tudesque* (5).

M. Cornelissen, ami zélé des sciences, des lettres et des arts, et dont le nom se trouve honorablement lié soit à la direction, soit à la fondation des institutions qui leur sont consacrées à Gand, s'est occupé dans plusieurs écrits particuliers à éclaircir, à développer ou à rectifier des faits historiques ou négligés ou défigurés par les historiens nationaux et étrangers.

(1) Gand, 1806.

(2) Gand, 1811.

(3) Bruxelles, 1814.

(4) Ce grand ouvrage est encore en porte-feuille. M. Raepsaet m'a informé qu'il se propose de donner une *Analyse raisonnée de cet ouvrage, précédée du précis topographique de l'ancienne Belgique, et suivie d'un mémoire spécial sur l'origine et les progrès des communes*. Cet ouvrage formera 2 volumes in-8. Ce précieux porte-feuille renferme encore des mémoires manuscrits sur plusieurs points importans de notre histoire.

(5) Le premier recueil d'*antiquités* parut en 1804, in-8. Il fut suivi d'une nouvelle édition augmentée de deux tiers, etc., in-4. Les supplémens parurent successivement.

Les *Recherches sur la langue* comprennent 2 vol. in-4.

Telles sont les époques des deux Artevelde et de Jean van Hembyse. Dans un mémoire assez étendu avec des notes, il s'est chargé de venger la mémoire de Jacques Artevelde, que la plupart des écrivains, d'après Froissart, avaient peint sous de fausses couleurs. Je m'en étais moi-même ainsi formé une fausse idée, et c'est le mémoire de M. Cornelissen qui a redressé mes erreurs sur ce point historique. C'est là qu'il a entrepris de prouver que la plupart de nos institutions politiques et civiles, littéraires et scientifiques, ont été transmises à nos ancêtres par les communications fréquentes que le commerce avait ouvertes entres les Flamands et les villes d'Italie.

M. le baron de Geer, jeune encore, avait donné une haute idée de son érudition et de ses talens littéraires par une dissertation aussi profondément pensée, que méthodiquement divisée et élégamment écrite (1) sur la doctrine de Platon concernant la philosophie ou l'enseignement de la morale, et la politique ou le gouvernement des états. La philosophie, selon Platon, était corrompue par les opinions erronées des sophistes de son temps, comme la politique par la téméraire licence des démagogues. C'est l'objet d'un premier chapitre divisé en deux sections, subdivisées en autant de paragraphes que la matière le comporte. Dans le second chapitre, l'auteur développe les principes fondamentaux de la doctrine de Platon sur ces deux grands objets, et il le partage également en deux sections, dans lesquels il examine point par point les principes et les moyens par lesquels ce philosophe tâche de poser les bases de la vraie philosophie et de la saine politique. Afin de donner à ce beau sujet tout le développement dont il est susceptible, M. de Geer consacre un troisième chapitre à l'examen de quelques idées paradoxales de Platon sur les chefs des nations, la communauté des biens et la condition des femmes. On comprend sans doute d'après cet aperçu l'importance du sujet. C'était déjà beaucoup d'en avoir conçu l'idée; qu'est-ce donc de l'avoir si bien exécutée?

Ce n'est pas seulement à ces matières graves que M. de Geer a consacré ses talens; il s'est livré avec le même succès à l'agréable étude de la botanique, et il a publié en 1814 une nouvelle *Flore* des provinces septentrio-

---

(1) *Cui lecta potenter erit res*
Nec facundia deseret hunc, nec lucidus ordo.
HORAT.

nales (1). La charmante épître dédicatoire qui se trouve à la tête de cet ouvrage présente une description de ses excursions botaniques, écrite dans un style si plein de grâces, qu'après l'avoir lue, on se sent comme entraîné par un attrait irrésistible à l'amour et au goût d'une science dont il parle avec cet intérêt qui n'est inspiré que par la conviction.

M. Kesteloot publia en 1809 à Amsterdam, les discours sur les progrès des sciences, lettres et arts, depuis 1789 jusqu'en 1808, rédigés par les présidens et secrétaires perpétuels des quatre classes de l'Institut de France, avec des notes sur les savans cités dans ces rapports, et la notice raisonnée de leurs travaux. Ces notes ont surtout pour objet de développer les propositions susceptibles d'exécution ou d'explication par l'indication d'un ou de plusieurs bons ouvrages, et il en prend l'occasion de faire ainsi connaître ceux qui ont été publiés sur les mêmes matières en Hollande dans le même intervalle. Il s'est surtout étendu sur les nouvelles découvertes dans les sciences exactes. Ainsi il a rendu commun aux autres pays un ouvrage qui concernait exclusivement la France, et il a atteint son but, qui était d'indiquer les bonnes sources (j'emprunte ici les expressions de l'auteur) et de contribuer à rendre publics les secrets de l'art de savoir.

M. Kesteloot acquit en 1813 un nouveau titre à sa réputation littéraire par l'éloge historique de Boerhave, écrit en hollandais, et qui lui a valu le prix d'éloquence dans une des sociétés littéraires les plus distinguées des provinces septentrionales (2).

L'histoire du pays de Liége fut long-temps l'objet des recherches et des études de M. le baron de Villenfagne. Déjà, en 1788, il avait publié ses *Mélanges de littérature et d'histoire*. L'*Histoire de Spa*, qui a paru en 1803, contient des détails très-curieux sur toutes les sources minérales du pays de Liége. Ses *Essais critiques sur différens points d'histoire civile et littéraire de la principauté de Liége*, publiés en 1808, sont bien plutôt des discussions très-profondes sur plusieurs points obscurs de l'histoire de Liége, que l'auteur a débrouillés et éclaircis avec autant d'érudition que de sagacité. L'auteur

---

(1) *Plantarum Belgii confœderati indigenarum spicilegium alterum, quo* GORTERI *Flora VII provinciarum amplificatur et illustratur*, etc.; Trajecti, ap. Johannem Altheer, 1814.

(2) *Hollandsche maatschappij van fraaye kunsten en wetenschappen.*

a pris pour épigraphe ce passage de Pasquier : *Encore que le fruit soit petit de cette recherche, si est-ce que le labeur n'en est pas moindre.* Le fruit de ces recherches ne paraîtra petit qu'à ces esprits frivoles qui ne cherchent que la distraction et l'amusement dans la lecture, qu'ils ne regardent que comme un passe-temps ; mais les hommes solides en retireront des fruits très-substantiels ; et tous conviennent que le *labeur*, pour me servir du mot du vieux Pasquier, a certainement exigé une grande assiduité et une infatigable persévérance ; c'est bien le *labor improbus.* Je me fais un devoir de dire que pour ma part j'ai beaucoup profité des recherches de M. de Villenfagne. Les *Mélanges pour servir à l'histoire civile, politique et littéraire du pays de Liége*, imprimés en 1810, peuvent être considérés comme la suite de ses premiers mélanges.

Après des noms si distingués, oserais-je dire un mot de moi ? Car, et moi aussi, j'ai osé écrire. L'amour de mon pays m'avait inspiré dès ma première jeunesse le désir d'en étudier l'histoire ; et consultant bien plutôt mon zèle que mes faibles moyens, j'ai entrepris de l'écrire. Cette histoire manquait ; si mon entreprise a été téméraire, parce qu'elle excédait mes forces, j'oserai dire du moins que si je n'ai pas fait preuve de talent comme écrivain, j'ai, comme citoyen, fait preuve de zèle patriotique ; et si je suis loin d'avoir atteint le but, j'ai peut-être l'honneur d'avoir montré la route qui y conduit. Au reste, je me crois bien amplement dédommagé et bien honorablement récompensé de mes longs et pénibles travaux par l'inappréciable avantage d'être associé aux hommes distingués qui composent cette respectable Compagnie, à laquelle la main régénératrice de l'auguste monarque qui nous gouverne a rendu l'existence. C'est à Guillaume I^er^ que cette gloire était réservée. Il ne restait après un si long intervalle qu'un petit nombre des anciens membres (1) : il les rappela, et leur commit le soin de choisir les hommes qu'ils croiraient dignes de leur être associés : le prince les admit à cet honneur, et il choisit dans les deux parties du royaume des hommes de lettres connus par leurs ouvrages ou leur science, des professeurs recommandables par leurs services, et des membres de l'Institut royal et des Académies des provinces septentrionales du royaume distingués par leurs travaux scientifiques et littéraires. Il recréa ainsi l'Acadé-

(1) C'étaient MM. Caels, Burtin, Lesbroussart, le baron de Feltz, Te Water, morts depuis ; M. De Nieuport, MM. Van Wyn et Van Swinden.

mie (1), en nomma les membres et le président (2), et lui donna un réglement qui la rétablit sur les mêmes bases que l'ancienne avec les seuls changemens que les circonstances exigeaient : il fixa le nombre des membres à 60, dont 12 honoraires et 48 ordinaires (3).

La Compagnie tint sa première séance le 18 novembre 1816 (4), et reprit ses travaux au point où l'ancienne Académie les avait laissés. Il faut donc se reporter un moment en 1794. Elle avait cette année proposé pour le prix d'histoire de *déterminer les endroits des 17 provinces des Pays-Bas et du pays de Liége qui, du 7e au 12e siècle, pouvaient être considérés comme villes.* C'était la suite de celle qui avait été proposée en 1769, ayant pour objet *d'indiquer les endroits qui pouvaient passer pour villes avant le 7e siècle.*

Elle avait également proposé pour question de la classe des sciences de *faire connaître les défauts qu'on reproche à plusieurs espèces de nos briques*, etc.

Deux mémoires sur la première question, et quatre sur la seconde avaient dans le temps été envoyés au concours. Il fut arrêté dans cette première séance que la question d'histoire serait proposée de nouveau, et que les deux mémoires déjà envoyés concourraient avec ceux qui pourraient lui être adressés. Des deux mémoires anciens, l'un obtint le prix, et l'autre l'accessit.

La question relative aux *briques* fut réservée pour le concours de 1818 (5).

L'Académie, adoptant le plan anciennement suivi, choisit pour les questions d'histoire, des sujets propres à éclaircir de plus en plus les points relatifs à l'ordre moral ou politique. L'état de la *servitude aux Pays-Bas*

---

(1) L'Académie a été rétablie par l'arrêté royal du 7 mai 1816.

(2) Les membres et le président, qui fut M. le baron De Feltz, ancien membre, ont été nommés par celui du 3 juin suivant.

(3) Le réglement a été approuvé par celui du 3 juillet.

(4) Voyez le journal des séances, p. 1 et suiv.

(5) Aucun des mémoires sur cette question, qui, d'ailleurs, paraissait plutôt appartenir strictement à la science économique, qu'à la science proprement dite, n'a mérité le prix ni la mention honorable, et elle a été abandonnée.

depuis les temps les plus reculés jusqu'à la fin du 13e siècle (1); *l'état de la population, des fabriques et des manufactures pendant les 15e et 16e siècles* (2), *et depuis le commencement du 17e siècle jusqu'à l'érection du royaume des Pays-Bas* (3); *l'état de la législation et des tribunaux dans les provinces méridionales de ce royaume, avant l'invasion des armées françaises, etc.* (4).

Conformément à son institution, l'Académie étendit ses questions à l'histoire littéraire du pays. Elle proposa en 1818 pour le concours de 1820, *la notice historique et littéraire par ordre chronologique des poètes latins des Pays-Bas, avec l'examen critique de leurs ouvrages.* L'Académie a eu la satisfaction de décerner le prix à un mémoire plein d'intérêt, et qui annonce dans l'auteur (ce qui ne se trouve pas toujours réuni) autant d'érudition que de goût. Cet auteur est M. Hofman Peerlkamp, recteur de l'école latine de Harlem (5).

La réputation de Juste-Lipse, et l'espèce de révolution qu'il a opérée dans la littérature, ont inspiré à l'Académie l'idée de proposer une question sur le mérite littéraire de cet homme célèbre. L'Académie l'a adoptée pour le concours de 1821. On demanda qu'on fît connaître dans une revue littéraire de ses productions, leurs qualités et leurs défauts, et surtout quelle a été l'influence de ces ouvrages sur la littérature et les sciences

(1) Concours de 1818. Le prix a été adjugé à M. Hoverlant, de Tournai. Voyez le *Journal des séances*, p. XXIV et XXV.

(2) Cette question a été proposée trois fois, savoir : en 1817, 1818 et 1819. Le prix a été remporté au concours de 1820, par M. le baron de Reiffenberg, professeur à l'Athénée de Bruxelles.

(3) Cette question est proposée pour la troisième fois.

(4) L'Académie, en 1819, avait proposé une question d'une beaucoup plus grande étendue; elle embrassait toutes les institutions politiques, civiles, judiciaires, la législation, les institutions religieuses, les établissemens d'instruction publique, le commerce, les fabriques, la culture des lettres, les mœurs, le costume, etc. L'Académie a senti que cette question exigeait des connaissances trop variées pour être traitée par un même homme, et elle a résolu de la simplifier en la proposant par parties. Elle l'a donc bornée à la législation et aux tribunaux; et au concours de 1822, M. Pycke, avocat à Courtrai, a remporté la palme.

(5) M. Hofman Peerlkamp est maintenant professeur à l'Université de Leyde.

critiques, archéologiques, historiques et littéraires. C'est ce dernier point qui faisait le grand intérêt de cette question. Ce n'est point une simple notice littéraire qu'on voulait; c'est un jugement raisonné dans lequel l'auteur, s'élevant à des considérations philosophiques, étendît ses observations non-seulement au caractère des ouvrages du célèbre professeur, mais surtout à l'influence qu'il a exercée sur la littérature. C'était là, si l'on peut dire ainsi, comme la partie morale de la question. M. le baron de Reiffenberg, déjà couronné en 1820, a rempli l'intention de l'Académie dans un mémoire latin très-détaillé, qui lui a valu une nouvelle palme.

C'est dans le même esprit que l'Académie a proposé pour le concours de 1821, une question sur un homme, bien autrement célèbre que Juste-Lipse : c'est cet Érasme de Rotterdam, aussi spirituel que savant, à qui la saine critique dut sa renaissance. On a donc proposé pour le concours de 1822, de *faire connaître les rapports littéraires d'Érasme avec les habitans des Pays-Bas* (1).

Dans les questions de sciences, on s'attacha d'abord à des objets qui pussent réunir le double avantage d'être utiles en théorie et en pratique. On proposa pour le concours de 1817, deux questions, l'une sur *les applications qu'on pouvait faire dans nos fabriques et dans l'économie domestique de la vapeur d'eau, employée comme moyen d'échauffement ;* l'autre sur *les moyens de détruire la plante parasite qu'on appelle orobanche ;* et l'Académie a eu la satisfaction de couronner un des mémoires qui lui ont été adressés sur la première (2). Mais l'orabanche, vigoureusement attaquée par onze concurrens, ne fut cependant pas encore extirpée. Aucun des mémoires n'a complètement rempli les vues de l'Académie. Elle en a cependant distingué un, auquel elle a accordé une médaille d'encouragement.

Les différentes espèces de *minéraux* qui appartiennent au sol du

---

(1) Un seul mémoire a concouru pour cette question. L'Académie n'a cru pouvoir lui accorder qu'une médaille d'encouragement, et a proposé le sujet de nouveau pour le concours de 1823.

(2) L'auteur de ce mémoire est M. de Hemptinne, pharmacien, à Bruxelles.

royaume (1), la composition chimique des *sulfures* (2), l'état ancien des *vignobles* dans ce pays (3), la vraie composition du *bleu de Prusse* (4), ont fourni le sujet d'autant de questions. Dans le nombre des réponses que l'Académie a reçues, un des mémoires qui ont traité le sujet relatif aux *sulfures*, a atteint le but, et la palme a été décernée à son auteur, M. Marée, pharmacien à Louvain. Si les mémoires sur les deux questions suivantes n'ont pas également rempli les intentions de l'Académie, les efforts et le travail que ces ouvrages supposent nécessairement, la science même qu'ils anonncent, lui ont cependant paru dignes d'encouragement, et elle a décerné la médaille d'argent à leurs auteurs.

Depuis vingt ans que l'Académie était dissoute, les sciences naturelles, comme les sciences exactes, avaient fait d'immenses progrès : aussi dès le principe de sa restauration, l'Académie proposa sur la chimie, la botanique, la géologie et la géométrie, des questions d'une haute spéculation, et elle a eu la satisfaction de couronner quelques mémoires qui, à la profondeur de la science, réunissent la clarté dans l'analyse, la précision et la méthode dans la rédaction. Tels sont le mémoire de M. Vène, officier du génie en France (5); tel est celui de M. Pirard, ingénieur du Waterstaat, à Namur (6); tel est encore celui de M. Drapiez, sur la question relative à la constitution géologique du Hainaut (7), qui ont valu la palme à leurs auteurs.

---

(1) Concours de 1819. La médaille d'encouragement a été accordée à M. Behr, commis d'état. La même question a été proposée pour 1820. Mais l'Académie, jugeant qu'elle était trop étendue, a résolu de la simplifier et de la restreindre d'abord à la province de *Hainaut*.

(2) Concours de 1820 et 1821.

(3) Concours de 1820.

(4) Concours de 1821. Les concurrens qui ont obtenu les médailles d'encouragement, sont M. Audoor, greffier de la Cour supérieure de justice à Bruxelles, sur les *Vignobles*, et M. Coulier, fabricant de bleu de Prusse à Paris, sur le *Bleu de Prusse*.

(5) Concours de 1820. Journ. des séances, classe des sciences, première question, p. XLI.

(6) Concours de 1820. Journ. des séances, même classe, deuxième question, p. XLII.

(7) Concours de 1821.

L'Académie avait également distingué un mémoire de M. le colonel Huguenin, directeur de la fonderie de canons, à Liége; mémoire dans lequel, si l'auteur n'a pas complètement satisfait à la question (1), l'Académie a cependant reconnu un savant géomètre, et lui a offert la médaille d'argent.

Les mathématiques prirent un nouvel essor. M. le commandeur de Nieuport, qui, déjà sous l'ancienne Académie, avait été presque le seul qui les eût cultivées, s'y attacha avec une nouvelle ardeur après la restauration de la Compagnie. Dans un mémoire présenté à l'Institut de France, et imprimé parmi ceux des savans étrangers (2), il avait résolu le problème proposé par d'Alembert, savoir : *Assigner la loi d'équilibre d'un corps fixe, soutenu sur un fil lâche, qui le traversant par une rainure quelconque de figure régulière ou irrégulière, est fixé par chacune de ses extrémités à un point d'attache.* Sa solution est à la vérité fondée sur le principe connu que *dans tout système de corps en équilibre, et uniquement soumis à la force de la pesanteur, le centre de gravité est placé le plus bas qu'il est possible.* Mais il termina ce mémoire par en donner une démonstration très-simple de pur raisonnement, la rendant ainsi propre à être enseignée dans les livres élémentaires, où ce point important de mécanique n'a jamais été abordé. Il a fait depuis une nouvelle application de ce principe à un cas plus compliqué, et c'est l'objet de son mémoire *sur l'équilibre des corps qui se balancent librement sur un fil flexible et sur celui des corps flottans* (3). Ce mémoire est précédé de deux autres, dont le premier présente l'*Esquisse d'une méthode inverse des formules intégrales définies* (4). L'auteur se borne à faire l'application de cette méthode à des exemples, ou déjà connus, ou dont la solution pouvait facilement se prévoir, afin de montrer évidemment, par chacun des rétultats, combien sa marche est assurée. Quant au second, il présente une *propriété générale des ellipses et des hy-*

---

(1) Concours de 1821.

(2) Tome 1, an 1806, p. 649.

(3) Tome 1er des nouveaux Mémoires de l'Académie, p. 67.

(4) Ibid., p. 3.

perboles semblables, ainsi que sur la propriété analogue des paraboles et sur celle de l'angle plan et du cone (1).

Ces trois mémoires sont suivis d'un quatrième, intitulé : *Sur un cas de la théorie des probabilités en général.* Dans celui-ci l'auteur s'est attaché à redresser et à compléter la solution qu'il avait donnée de la même question, dans un ouvrage précédent (2).

Tous ces mémoires sont imprimés dans le premier volume, qui est terminé par un dernier mémoire du même auteur, inséré par forme d'addition aux mémoires des sciences, et dont le but est de démontrer d'une manière évidente que la méthode usitée des quadratures n'exige aucunement la supposition de quantités tellement petites qu'on puisse sans erreur les négliger; principe qui serait peu en harmonie avec la rigueur des sciences exactes, et qui est tout à fait inutile, parce qu'en effet on ne néglige rien (3).

La littérature ancienne, qui, dans le réglement royal, est désignée comme un des objets des recherches et des travaux de l'Académie, a aussi occupé M. de Nieuport. C'est à la littérature grecque surtout qu'il s'est appliqué, et l'étude approfondie qu'il a faite de Platon, lui suggéra l'idée de rassembler dans un mémoire toutes les observations que la lecture assidue du philosophe grec lui avait fait naître, et d'en rétablir dans sa pureté primitive le texte original, corrompu dans plusieurs endroits par la négligence ou l'ignorance des copistes, afin d'éclaircir ainsi les passages que ces altérations avaient rendus plus ou moins obscurs. C'est ce qu'il a entrepris et exécuté avec le plus grand succès dans un mémoire latin, inséré dans le premier volume des nouveaux mémoires (4).

A la tête du second volume paraît un mémoire *sur la pression qu'un même corps exerce sur plusieurs appuis à la fois*, par le même auteur. Le but qu'il se propose ici est de prouver que la théorie d'Euler, consignée

---

(1) Tome 1er, des nouveaux Mémoires de l'Académie, p. 39.

(2) *Un peu de tout, ou les Amusemens d'un sexagénaire.*

(3) *Réflexions sur les notions fondamentales en géométrie, tant élémentaires que transcendantes.*

(1) *In Platonis opera et ficinianam interpretationem animadversiones*, p. 141.

dans le tome 18 des mémoires de l'Académie de Pétersbourg, sur cette importante matière, quelqu'ingénieuse, quelque digne qu'elle soit d'un aussi rare génie, ne peut cependant être regardée que comme arbitraire et hypothétique, et peu en harmonie avec l'observation. C'était aussi le sentiment de d'Alembert. L'auteur, après avoir essayé de répandre quelque jour sur ce point épineux de la mécanique, finit par montrer que jusqu'ici la difficulté reste en son entier.

Ce premier mémoire est immédiatement suivi d'un second *sur la métaphysique du principe de la différentiation.* C'est une généralisation du principe énoncé dans un des mémoires précédens qu'on applique à la différentiation de toute équation, de quelque ordre de différentiation qu'elle soit, et quel que soit le nombre des variables qu'elle contient. Un plus long détail serait inutile : les géomètres n'en n'ont pas besoin, et il serait inintelligible pour les autres.

Des savans, déjà distingués par leurs écrits, viennent siéger à côté de M. de Nieuport, et donnent un nouveau lustre à cette classe. M. Garnier, ancien professeur aux écoles polytechnique et militaire de France, et professeur actuel à l'Université de Gand (1); M. Van Utenhove, membre de l'Institut des Pays-Bas (2); M. Quetelet, professeur de mathémati-

---

(1) M. Garnier est auteur des ouvrages suivans :

1° Traité d'Arithmétique.

2° Géométrie comprenant les deux trigonométries, les élémens de la géométrie descriptive et les réciproques de la géométrie.

3° Algèbre en deux sections.

4° Traité de la géométrie analytique.

5° Leçons de calcul différentiel.

6° Leçons de statique, etc.

7° Analyse algébrique, faisant suite à la première section de l'algèbre; Paris, 1814.

8° Leçons de calcul intégral.

Des notes avec La Grange sur l'algèbre d'Euler; sur celle de Clairaut; sur la mécanique de Bezout; sur la trisection de l'angle.

(2) M. Van Utenhove a présenté à l'Académie un mémoire *sur la division de la circonférence du cercle en parties égales*, et une édition des *Lettres cosmologiques sur l'organisation de l'univers*, écrites en 1761, par S. H. Lambert.

ques à l'Athénée de Bruxelles (1), successivement admis à l'Académie, se sont de concert avec M. Thiry, livrés avec autant de zèle que de succès aux travaux de la classe, soit dans les rapports sur les objets dont l'examen leur a été confié, soit dans les mémoires de leur composition.

M. Garnier a rassemblé dans un mémoire *sur les machines* les matériaux épars dans les différens ouvrages qui traitent de cette matière, et il a cherché à fondre et à coordonner en corps de doctrine ceux de ces matériaux qu'il a jugés dignes d'être recueillis, en les accompagnant de ses réflexions (2).

M. Quetelet a traité deux sujets également intéressans, dont l'un est *une formule générale pour déterminer l'air d'un polygone formé à la surface d'une sphère par des arcs de grands ou de petits cercles, disposés entre eux d'une manière quelconque ;* l'autre, *une nouvelle théorie des sections coniques, considérées dans le solide,* et il en a fait l'objet de deux mémoires, que la Compagnie a jugés très-digne de figurer dans son recueil imprimé (3).

La même classe a fait une acquisition importante dans la personne de M. Kickx, auteur de la *Flore de Bruxelles* et du *Tentamen mineralogicum, etc.*, également versé dans la botanique, la géologie et la chimie. C'est lui qui, conformément aux désirs de S. M., s'est chargé de la rédaction du précis *sur l'extraction et la purification du salpêtre, sur l'établissement de salpêtrières artificielles et les moyens de perfectionner nos poudres.* Ce travail a été non-seulement adopté par la Compagnie, mais accueilli par le gouvernement comme remplissant parfaitement le but qu'on s'est proposé. Sa dissertation *sur les traps stratiformes*, ainsi que ses *Observations météorologiques*, ont, au jugement de l'Académie, présenté un intérêt qui les rend dignes des honneurs de l'impression.

---

(1) Il a présenté un mémoire *sur quelques nouvelles propriétés de la focale et sur quelques autres courbes.* Ce mémoire faisait suite à un autre sur la même courbe focale. Voyez le journ. des séances, p. XLV.

(2) Tome 1 des nouveaux Mém., p. 103.

(3) Ils sont l'un et l'autre insérés au tome 2, le premier, p. 103, et le second, p. 121.

Un savant naturaliste, connu par un ouvrage *sur les familles des plantes*, M. Cassel, professeur à l'Université de Gand, unanimement élu membre de l'Académie, fut enlevé trop tôt aux sciences, emportant l'estime et les regrets du public et de ses confrères.

Pour l'histoire, la Compagnie avait admis un homme déjà avantageusement connu par plusieurs ouvrages très-estimables, qui, sans être proprement et spécialement historiques, annoncent cependant des connaissances très-étendues dans l'histoire nationale. C'est M. Meyer, avocat à Amsterdam, membre de l'Institut, qui a depuis amplement justifié par la publication de son histoire *des institutions judiciaires anciennes et modernes des principaux pays de l'Europe*, la haute opinion que l'Académie avait conçue de son mérite.

Les élémens étaient préparés pour former le premier volume des nouveaux mémoires. M. de Nieuport et M. Garnier fournirent d'amples et solides matériaux pour la classe des sciences.

Pour celle d'histoire, les mémoires de M. Lesbroussart, qui avaient été destinés par l'ancienne Académie à entrer dans le 6e volume, ont été insérés dans le nouveau recueil, et ont, avec une savante dissertation de M. Raepsaet *sur la législation des Gaules*, formé la partie historique.

Ce savant académicien, continuant ses utiles et profondes recherches sur le même objet, présenta un second mémoire sur cette importante partie de l'histoire. Ce mémoire est intitulé *Lex ecclesiastica*, parce que c'est la législation en matière ecclésiastique qui en fait l'objet.

Je me suis, de mon côté, occupé d'un point historique, qui, s'il était traité par une main plus habile, offrirait un véritable intérêt. Je désirais découvrir *quelle peut être la situation des principaux endroits de l'ancienne Belgique, devenus célèbres dans les commentaires de César par les événemens mémorables qui s'y sont passés*, et c'est dans cette intention que j'ai entrepris un mémoire divisé par sections sur ces différens emplacemens, comme le champ de la bataille contre les *Nerviens*, la situation du *camp de Cicéron* (1), la place que César désigne sous la dénomination

(1) M. Kickx a judicieusement traité ce point dans une dissertation qui se trouve

d'*Opidum Atuaticorum*, l'endroit indiqué dans la plupart des éditions des Commentaires sous celle d'*Atuatuca*.

J'ai aussi présenté deux autres dissertations, l'une *sur l'époque où les comtes et les ducs sont devenus héréditaires dans la Belgique*, l'autre *sur Baudouin*, *surnommé* Bras-de-Fer, *premier comte de Flandre*, dans laquelle j'examine à quel titre il a gouverné cette province.

Les différens morceaux que M. le baron de Villenfagne avait adressés à la Compagnie, sur l'histoire de Liége, ont été refondues dans ses *Recherches*, qu'il a publiées en deux volumes. Ce laborieux écrivain a depuis envoyé une dissertation, qui, si l'on ne jugeait ces sortes d'ouvrage que par le volume, paraîtrait peu importante, mais qui, si on l'apprécie, comme on le doit, par la nature de l'objet, traite un point historique propre à piquer la curiosité de ceux qui aiment à connaître l'origine des découvertes utiles; ce sont ses *Recherches sur la découverte du charbon de terre dans la principauté de Liége, vers quel temps et par qui elle fut faite.*

Tous ces ouvrages sont destinés à l'impression, et formeront avec les mémoires de MM. de Nieuport, Quetelet, Kickx et ceux qui pourraient encore être adoptés, le second volume des nouveaux mémoires.

Les membres de l'Académie n'ont pas borné leurs travaux aux points particuliers de sciences ou d'histoire nationale dont ils ont fait la matière des mémoires présentés à l'Académie : il en est plusieurs qui, dans les derniers temps, ont donné au public, les uns, des ouvrages scientifiques qui forment des traités complets ; les autres, des compositions historiques qui embrassent des périodes entières. Ainsi, dans la classe des sciences, M. Garnier a donné une seconde édition de ses *Elémens de géométrie contenant les trigonométries rectilignes et sphériques, les élémens de géomé-*

---

insérée au journ. des séances, p. LV. Je ne suis pas de l'opinion de mon honorable confrère ; mais je suis loin de dire ou de croire que c'est moi qui ai raison. Au reste, nous n'avons eu d'autre intention l'un et l'autre que de chercher la vérité, et nous pouvons dire avec Cicéron : *Neque disputationes nostræ quidquam aliud agunt, nisi ut in utramque partem dicendo et audiendo eliciant et tamquam exprimant aliquid quod aut verum sit, aut ad id quàm proximè accedat.*

trie descriptive et les réciproques ou inverse de la géométrie (1); M. Kesteloot son édition de *Quarin*, enrichie de notes et de l'éloge historique de ce médecin célèbre (2); M. Kickx, son *Traité de minéralogie* (3); M. Van Hulthem, son beau *Discours sur l'état ancien et moderne de l'agriculture et de la botanique dans les Pays-Bas* (4). Cet ouvrage n'est point, comme tant d'autres, un discours de pure cérémonie ou de simple apparat. C'est un vaste tableau enrichi de notes non moins intéressantes que savantes; c'est un des plus utiles traités qui ait été écrit sur l'introduction de la culture des plantes dans la Belgique, sur les progrès continuels et l'état actuel de la science; c'est enfin, j'oserai le dire, l'histoire de l'agriculture et de la botanique dans ce pays.

Dans la classe d'histoire, M. le baron de Villenfagne a donné ses *Recherches sur l'histoire de Liége* (5); M. Raepsaet, son *Histoire de l'origine, de l'organisation et des pouvoirs des états généraux et provinciaux des Gaules, particulièrement des Pays-Bas, depuis les Germains jusqu'aux 16e siècle* (6); M. Meyer, son grand ouvrage *sur l'Esprit, l'origine et les progrès des institutions judiciaires des principaux pays de l'Europe* (7); ouvrage qui a obtenu (je crois pouvoir le dire sans exagération) une réputation presque européenne.

---

(1) Gand, 1818, in-8.

(2) *Josephi L. B. de Quarin animadversiones practicæ in diversos morbos, editio Viennensis auctior et emendatior. Curavit præfationemque adjecit J. L. Kesteloot; Gandavi, typis de Goesin-Verhaeghe*, 1820, *in-fol.* M. Kesteloot, qui déjà s'était fait un nom dans la littérature par ses ouvrages précédens, est maintenant professeur de médecine à l'Université de Gand.

(3) *Tentamen mineralogicum, seu mineralium nova distributio in classes, ordines, genera, species, cum varietatibus et synonymis auctorum; Bruxellis, typis Delemer*, 1820, in-8.

(4) Ce discours a été prononcé le 29 juin 1817, jour de la distribution des prix, à la salle ordinaire des séances de la Société, et imprimé à Gand, en 1807.

(5) Liége 1817, 2 vol. in-8.

(6) Gand, 1819, in-8.

(7) Cet ouvrage a successivement paru en 5 volumes, depuis 1818 jusqu'en 1820.

J'ai aussi dans le même intervalle publié mon *Abrégé de l'histoire Belgique* (1); mon *Histoire particulière des provinces belgiques sous le gouvernement des ducs et des comtes* (2), et mon *Dictionnaire géographique du royaume des Pays-Bas* (3).

D'autres membres ont annoncé dans le temps, qu'ils s'occupaient de différens ouvrages qu'ils se proposaient ou de présenter à l'Académie ou de donner au public.

(1) Bruxelles, 1819, seconde édition; chez Ad. Stapleaux.

(2) Bruxelles, 1816; chez le même.

(3) Bruxelles, 1819; chez le même.

MÉMOIRE

SUR

LA PRESSION QU'UN MÊME CORPS EXERCE SUR PLUSIEURS APPUIS A LA FOIS.

PAR LE COMMANDEUR

C. F. DE NIEUPORT,

PRÉSENTÉ A LA SÉANCE DU 11 OCTOBRE 1819.

MÉMOIRE

SUR LA PRESSION QU'UN MÊME CORPS EXERCE SUR PLUSIEURS APPUIS A LA FOIS.

1. D'ALEMBERT, dans le 8eme tome de ses *opuscules mathématiques,* page 36, Paris 1780, se propose de déterminer la pression qu'un corps de figure quelconque, soutenu par trois points d'appui placés en ligne droite, exerce sur chacun d'eux. Après avoir montré toute la difficulté de ce problême, il termine ses recherches infructueuses par conclure que *la théorie connue jusqu'ici est insuffisante pour résoudre ce problême* (page 38, § 7). Il cite ensuite une solution de ce même problême, *digne*, ajoute-t-il, *d'exercer les géomètres,* donnée par *Euler* dans le tome XVIII des *Mém. de Pétersbourg :* Solution qu'il trouve encore *incertaine et hypothétique*, et sur laquelle je vais revenir assez au long. Il termine enfin son travail sur cette question d'une manière qui prouve de nouveau combien il la jugeait importante et difficile : *ce serait beaucoup*, dit-il (§ 14), *que d'avoir une solution satisfaisante du cas où les trois appuis sont en ligne droite : peut-être viendrait-on alors à bout de résoudre les autres cas plus compliqués.*

2. J'en viens maintenant au mémoire d'*Euler :* voici ce qu'en dit *Bossut* dans sa *Mécanique* à la fin de la sect. 5

du chap. 3 de la 1[re] part., page 206 : Euler *pour le* (ce problême) *rendre déterminé en général*, *regarde le plan sur lequel portent les appuis*, *comme formé de terre glaise*, *et suppose que les pressions des appuis sont proportionnelles aux quantités dont les pieds du corps s'enfoncent dans la glaise.* C'est en effet à peu-près ainsi que cet illustre géomètre considère les circonstances de la pression; sinon qu'au lieu de glaise, il suppose (*voyez son mém.* § 4) : *Planum sive solum cui pondus incumbit, non adeò esse durum ut nullam planè impressionem recipere possit*, *sed quasì panno esse obductum, cui pedes illi aliquantillum se immergere queant.*

En toute autre matière il pourrait paraître téméraire, à moi d'oser être d'un avis contraire à celui d'un homme comme *Euler.* Mais en mathématiques rien ne doit paraître tel, dès qu'on motive son opinion, et un aussi grand nom est un avertissement suffisant de ne rien hasarder qu'avec la plus grande réserve, et après le plus sévère examen.

3. C'est dans ce même art. 4 qu'*Euler* consigne le principe de sa solution en ces termes, immédiatement à la suite du passage que je viens de citer : *ubi quidem tutò assumere licet impressionem cujusque pedis proportionalem esse vi quâ solo innititur; atque* hoc principio concesso *totum hoc negotium facilè expediri poterit. Neminem autem pannus ille pressioni cedens offendat; etsi enim illi mollitiem quamdam tribuimus, eam tamen quousquè libuerit, diminuere licebit; ità ut tandem indolem soli illius cui pondus reverà insistit, adipiscatur.* La grande, ou plutôt la seule difficulté tombe en effet ici sur la concession à faire de ce

principe, et je remarque en passant que cette manière de s'exprimer de la part d'un homme, aussi grand physicien que profond mathématicien, semble prouver suffisamment qu'il n'a jamais regardé lui-même ce principe comme une hypothèse réellement *physique*, mais seulement comme une de ces hypothèses purement *mathématiques*, sur lesquelles les géomètres se permettent quelquefois d'établir une théorie, dans laquelle ils se plaisent à développer toute la fécondité de leur génie, laissant à leurs successeurs le soin d'en discuter la validité. Et certes ce mémoire, quel que soit le sort du principe sur lequel il est fondé, sera toujours un monument digne de son auteur : passons maintenant à l'examen de ce principe.

4. Voici donc comme *Euler* considère la pression d'un corps sur un plan solide, soit qu'elle se fasse sur des points distincts, soit qu'elle provienne d'une surface plane continue; mais pour plus de clarté, bornons-nous à la première de ces deux hypothèses, et supposons, par exemple, une table portant par ses quatre pieds sur un plan solide; la table elle-même et les pieds n'ayant aucune pesanteur, mais la première étant chargée d'un poids en un point quelconque, il s'agit de déterminer la pression qu'exerce chacun de ces pieds.

Pour cela, *Euler* imagine que l'extrême superficie supérieure du plan pressé devient subitement perméable ; et ayant fait observer qu'il en résultera un enfoncement infiniment petit des quatre pieds, dont le système s'inclinera simultanément autour d'un axe déterminé par la situation du poids sur la table, il établit pour principe, que le pe-

tit enfoncement de chacun de ces pieds est exactement proportionnel à la pression antérieure qu'il exerçait individuellement sur le plan solide et imperméable. De plus, comme ces quatre pieds, partant perpendiculairement d'un même plan, sont aussi d'une même longueur, il s'ensuit que quelque direction que prenne leur inclinaison simultanée, le lieu des extrémités inférieures de ces quatre pieds ne peut manquer d'être toujours un plan. De là il tire cette couclusion générale, qu'en nomment x et y les deux *co-abscisses* du plan pressé, et z l'ordonnée qui représente la pression en ce point; et α, β, γ, étant des constantes à déterminer par les conditions du problême, la valeur z de cette pression sera toujours donnée par une équation du 1^er^ degré $z=\alpha+\beta x+\gamma y$ *(voyez le mém. en question* § 8*)*; et en partant de cette théorie, il résout les cas les plus compliqués avec un adresse merveilleuse.

5. Pour bien comprendre l'usage de ce principe il suffira de suivre le procédé entier de l'auteur, lequel est développé dans les articles 9 et 10. On y voit que des trois principes qu'il emploie, deux sont les principes ordinaires de statique; savoir, 1° l'égalité de la somme des pressions particulières au poids total; et 2° celle de la somme des momens particuliers de chaque pression prise relativement à deux axes qui s'entre-coupent sous un angle quelconque, au moment du poids total pris aussi par rapport à ces deux mêmes axes. Ces conditions suffisent, comme on sait, pour résoudre le cas de trois appuis placés d'une manière quelconque, autre qu'en ligne droite. Mais lorsque le nombre des appuis est plus considérable, les *données* manquent jusqu'ici pour rendre le problême déterminé.

Au reste la raison pour laquelle, dans le cas que nous venons de citer, le problème l'est complètement, tandis que dans tous les autres il cesse de l'être, est facile à saisir. Elle consiste en ce que ces deux principes ne spécifient aucunement si les forces dont il s'agit, sont *actives* ou seulement *réactives;* et que dans le cas de trois appuis, cette particularité est parfaitement indifférente, parce qu'alors le problême n'admet qu'une seule solution, qui est la même pour l'hypothèse des forces *actives* et *réactives.* Il n'en est pas de même lorsque le nombre, soit des appuis, soit des poids suspendus qui soutiennent le poids total en équilibre au moyen de poulies de renvoi, est plus considérable. En effet, lorsque ce sont des poids suspendus, et conséquemment des forces *actives,* il est clair que le problême présente une infinité de solutions, toutes également possibles; c'est-à-dire, qu'on peut diviser le poids total d'une infinité de manières différentes telles, que dans chacune l'ensemble des parties le maintienne en équilibre. Mais dans le cas des appuis, et conséquemment des forces simplement *réactives,* il n'existe qu'une manière dont la distribution des différentes pressions doit s'opérer. Car s'il en existait plusieurs également possibles, il est évident qu'aucune n'aurait lieu de préférence aux autres, et qu'ainsi l'équilibre ne pourrait s'établir. Il s'agit donc alors de régler, par quelque nouveau principe général cette distribution; et c'est là en effet l'objet du problême qui nous occupe.

C'est aussi dans la vue d'atteindre à ce but, qu'*Euler* a adopté celui en question, qui fournit en effet précisément le nombre d'équations nécessaires pour déterminer la pression qu'exerce chaque appui ; et qui en dernière analyse, se réduit à supposer que les pressions sont toujours entre

elles comme les ordonnées au plan ou à la ligne droite : supposition qui jusqu'ici pourra paraître très-arbitraire.

6. Il ne s'agit donc plus que de savoir jusqu'à quel point ce troisième principe est conforme aux lois de la nature; et pour cela, nous commencerons par en faire l'application au cas le plus simple, à celui d'une barre sans pesanteur chargée d'un poids en un point quelconque et portant sur trois appuis.

Soit donc une ligne non pesante et parfaitement rigide
Figure. I. BE, reposant sur les trois appuis B, C, E, et chargée en D d'un poids G; et nommons $BC=a$, $BE=b$, $BD=\lambda$. Dans cette hypothèse la formule d'*Euler* se réduit évidemment à $z=\alpha+\beta x$, x appartenant indistinctement aux trois points B, C, E. Or z désignant successivement la pression particulière relative à chacun de ces points, lorsqu'on substitue dans sa valeur l'expression de x convenable à ce point, on verra qu'au point B, $x=0$; en C, $x=a$; et enfin en E, $x=b$. On aura donc en chacun de ces points, et dans le même ordre; savoir, en B, $z=\alpha$; en C, $z=\alpha+\beta a$; et en E, $z=\alpha+\beta b$. La somme de ces trois pressions donnera donc $3\alpha+\beta a+\beta b=G$, 1^{ere} équation; et on en aura une 2^{de} au moyen du 2^d principe; savoir, celui de l'égalité des momens particuliers de chaque pression, au moment du poids total, ce qui donne $a(\alpha+\beta a)+b(\alpha+\beta b)=\lambda G$, puisque le moment de la pression en $B=0$. Et de ces deux équations résultent les valeurs de α et de β; savoir,

$$\alpha=\frac{b^2+a^2-(b+a)\lambda}{2(b^2+a^2-ba)}G\ ;\ \beta=\frac{3\lambda-b-a}{2(b^2+a^2-ba)}G\,.$$

Ainsi au point B la pression sera,

$$=\alpha=\frac{b^2+a^2-(b+a)\lambda}{2(b^2+a^2-ba)}G\,;$$

au point C elle sera

$$=\alpha+6a=\frac{b^2-ab+2a\lambda-b\lambda}{2(b^2+a^2-ba)}G\,;$$

et enfin on aura pour celle au point E,

$$\alpha+6b=\frac{a^2+2b\lambda-ab-a\lambda}{2(b^2+a^2-ba)}G\,.$$

Quant à la distance BA du centre A autour duquel doit être censé tourner le levier BE dans notre cas particulier, distance qu'*Euler* désigne par la lettre f, (*mém.* § 7), on trouvera (par l'article subséquent 8),

$$f=\frac{\alpha}{6}=\frac{b(b-\lambda)+a(a-\lambda)}{3\lambda-b-a}$$

7. Le but de l'exemple très-simple auquel je viens de faire l'application de la solution générale d'*Euler*, étant uniquement de nous mettre à même d'examiner si dans le petit nombre de cas particuliers de ce même exemple, sur lesquels la statique ordinaire jette quelque lumière, les résultats seront conformes à ceux que donne cette dernière, je me servirai, afin de rendre cet examen plus facile, d'une autre question parfaitement analogue, dont les résultats se-

ront, à la verité, exactement les mêmes; mais comme ils seront représentés graphiquement par des lignes, ils seront plus faciles à saisir : voici donc le nouveau problême que je me propose.

8. Étant donnée une ligne BE avec les deux points C, D,
Figure. II. déterminer la longueur BA telle que la somme des perpendiculaires Bb, Cc, Ee, élevées sur les trois points B, C, E, et qui sont toujours entr'elles comme AB : AC : AE, soit égale à la ligne donnée $ST = G$; et que de plus, la somme des aires des deux triangles BCc, BEe, soit égale à l'aire du triangle BDR, DR, étant $= ST = G = Bb + Cc + Ee$.

On voit tout de suite qu'ici la ligne $ST = G$ remplace le poids G (§ 6); que les trois lignes Bb, Cc, Ee, remplacent de même les pressions sur les points B, C, D; et enfin que la somme des aires des deux triangles BCc, BEe, (puisque le troisième qui devrait se former sur Bb, se réduit à zéro) d'un côté, et l'aire du triangle BDR de l'autre, représentent également le rapport d'égalité entre la somme des momens $BC(\alpha + 6a) + BE(\alpha + 6b)$ et le moment total λG. Ayant donc fait $BC = a$, $BE = b$, $BD = \lambda$, $BA = f$, d'où $CD = \lambda - a$, $CE = b - a$, $DE = b - \lambda$; et de plus, nommant $Bb = s$, $Cc = t$, $Ee = u$, on aura par les conditions du problême, les quatre équations suivantes,

$$1^o.\ s + t + u = G,$$
$$2^o.\ at + bu = \lambda G,$$
$$3^o.\ (f + a)\, s = ft\ ,$$
$$4^o.\ (f + b)\, s = fu\ .$$

On tire des deux 1eres, $\lambda s (\lambda - a) t + (\lambda - b) u = 0$; et en

combinant celle-ci avec les deux dernières, on conclut après réduction,

$$f=\frac{b(b-\lambda)+a(a-\lambda)}{3\lambda-b-a};$$

et cette détermination fait aussitôt connaître s, t et u; et on a enfin les quatre équations parfaitement conformes à celles que nous a fournies la formule d'*Euler* ci-dessus; savoir,

$$(\mathrm{A})\left\{\begin{array}{l} s=\dfrac{b(b-\lambda)+a(a-\lambda)}{2(bb+aa-ab)}G, \\ t=\dfrac{b(b-a)-\lambda(b-2a)}{2(bb+aa-ab)}G, \\ u=\dfrac{\lambda(2b-a)-a(b-a)}{2(bb+aa-ab)}G, \\ f=\dfrac{b(b-\lambda)+a(a-\lambda)}{3\lambda-b-a}. \end{array}\right.$$

9. Examinons maintenant les divers cas, malheureusement en très-petit nombre, sur lesquels la théorie, connue peut nous éclairer. Pour cela, nous ferons mouvoir le point D le long de la ligne BE. Soit donc d'abord BD $=\lambda=a=\frac{1}{2}b$, ce qui se rapporte au cas où le poids porte sur l'appui en C lui-même, placé au milieu de BE. On trouve dans cette hypothèse $s=t=u=\frac{1}{3}G$, et $f=\infty$; c'est-à-dire que les trois points d'appui éprouvent la même pression, égale chacune au tiers du poids G; ou que la ligne Ae est parallèle à celle AE, chacune des ordonnées Bb, Cc, Ee étant $=\frac{1}{3}$DR $=\frac{1}{3}$ ST.

Figures I et II.

Figure I.

Figure II.

Quant au problême qui se rapporte à cette seconde figure, il est exactement résolu par ces valeurs ; mais en dirons-nous autant du problême de statique? Est-il conforme à
Figure I. ses lois que les trois appuis B, C, E, éprouvent dans notre hypothèse une même pression, tandis qu'elle nous apprend (*ci-après* § 20) que si on vient à supprimer l'un des deux appuis extrêmes, par exemple celui B, la pression sur celui E sera nulle? Et on ne peut pas dire ici que cette pression antérieure qu'éprouvait l'appui E avant cette suppression, était occasionnée par une action quelconque de celui en B lorsqu'il existait encore. Car il n'y aurait même eu alors aucune action en ce point, qui donnât au levier la moindre propension à tourner autour de l'appui du milieu C comme *hypomochlion;* puisque la réaction qui seule aurait pu agir dans ce sens, devait nécessairement être aussitôt entièrement détruite par l'action contraire et égale de la pression qui l'aurait provoquée. Voilà donc un premier cas où la formule d'*Euler* paraît être fautive.

10. Soit maintenant $\lambda=0$ et $b=ma$, on trouve

$$s=\frac{1+m^2}{2(1-m+m^2)}G;\; t=\frac{m^2-m}{2(1-m+m^2)}G;\; u=\frac{1-m}{2(1-m+m^2)}G;$$

$$\text{et } f=-\frac{1+m^2}{1+m}a=-\frac{1+m^2}{m+m^2}b;$$

ou en faisant, afin de particulariser l'exemple, $m=2$, on aura $s=\frac{5}{6}G$, $t=\frac{1}{3}G$, $u=-\frac{1}{6}G$, et $f=-\frac{5}{6}b$. Il arrive donc ici
Figure III. que la ligne DR se trouve au point B; le point C au milieu de BE, Ee conservant sa place; et la figure 2 prend alors la forme de la figure 3.

Cette solution satisfait encore pleinement au problême relatif à cette figure, puisque l'aire du triangle BDR$=0$, aussi bien que la somme des deux aires BCc+BEe$=\frac{1}{6}aG-\frac{2}{12}aG$; et que Bb+Cc+Ee$=(\frac{5}{6}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6})G=G$ =DR.

Mais si nous considérons ces résultats par rapport au problême statique, ils sont tout-à-fait inadmissibles. En effet, il est évident que le poids ne portant que sur l'appui B, il est impossible que celui en C éprouve une pression positive $=\frac{1}{3}G$, et de plus celui en E une négative$=\frac{1}{6}G$; c'est-à-dire, que la pression qui agit uniquement en B, en occasionne une sur C, qui tende à faire remonter le point E autour du point A où il n'y a point d'appui. Voilà un second exemple qui me paraît encore plus évidemment déposer contre le principe en question.

11. Soit encore $\lambda=-\frac{1}{3}a$, $b=2a$; on trouve par les formules A ci-dessus (§ 8) $s=G$, $t=\frac{1}{3}G$, $u=-\frac{1}{3}G$, $f=-\frac{3}{2}a$; et ce problême considéré comme géométrique, se rapporte à la figure 4, et satisfait parfaitement à toutes les conditions; puisque $s+t+u=G+\frac{1}{3}G-\frac{1}{3}G=G=$DR, et que le triangle BDR$=-\frac{1}{6}aG$ (à cause de BD$=\lambda=-\frac{1}{3}a$)$=$BCc+BEe$=\frac{1}{6}aG-\frac{2}{6}aG$. Figure IV.

Mais si nous adoptions ces mêmes résultats sous le point de vue statique, nous nous trouverions obligés d'admettre comme vérité, qu'un poids G suspendu en D, occasionne sur l'appui placé en B une pression exprimée aussi par G, et en même-temps une autre pression sur l'appui C$=\frac{1}{3}G$, et enfin en E une pression négative $=-\frac{1}{3}G$; de manière que le levier tende à tourner autour du point A où il n'y

a pas d'appui, en vertu des deux pressions Bb, Cc, et conséquemment en vertu du poids G agissant à l'extrémité D au-delà de tous les appuis; comme s'il n'était point évident qu'une force appliquée en cet endroit ne peut que produire un mouvement général de rotation dans ce levier autour de l'appui le plus voisin B. Au reste, je ne mets ici cet exemple, que pour y revenir plus tard, et montrer la véritable source de l'absurdité de son résultat.

12. Nous prendrons encore un dernier exemple qui nous conduira à quelques réflexions importantes : c'est celui où la distance BC s'annulant, le point C se confond avec celui
Figures I et II. B; c'est-à-dire que $a=0$; et où BD est égale à la moitié de BE, d'où $\lambda=\frac{1}{2}b$. Dans cette nouvelle hypothèse on trouve $s=\frac{1}{4}G$, $t=\frac{1}{4}G$, $u=\frac{1}{2}G$, $f=b$; c'est-à-dire qu'il ne reste que deux appuis effectifs, l'un en B, et l'autre en E, au milieu desquels se trouve suspendu le poids G; mais de manière que le premier réunissant en lui seul les deux appuis B et C, il éprouvera une pression composée des deux pressions qui appartiennent à ces appuis; d'où il résulte que chacun des appuis B et E supporte réellement une pression $=\frac{1}{2}G$, ce qui est parfaitement d'accord avec les lois ordinaires de la statique, lorsqu'un poids porte librement sur deux appuis également éloignés de lui. Ainsi ce dernier exemple satisfait complètement, tant sous le point de vue de la géométrie, que sous celui de la statique. Car, $AB=f$ étant $=b$, on a

1°. Bb : Cc (=Bb) : Ee :: AB : AB : AE;

2°. Bb + Cc + Ee ou 2Bb + Ee $= G$; et enfin

3°. *Triang.* BDR = *triang.* BCc + *triang.* BEe;
c'est-à-dire $\frac{1}{4}bG = 0 + \frac{1}{4}bG$.

13. Ce dernier exemple vient enfin de nous donner un résultat de la théorie d'*Euler* conforme aux lois de la statique ordinaire. Il en donne lui-même un second dans son mémoire (§ 13), où il examine le cas de trois appuis placés d'une manière quelconque, mais autre qu'en ligne droite. Et enfin on trouve une troisième classe très-nombreuse de pareils exemples dans ceux où les appuis éprouvent tous une même pression : tels sont ceux où ils sont placés aux angles d'un polygone régulier quelconque, la circonférence du cercle y comprise (*mém.* § 26), le poids étant au centre. On peut encore y ajouter les parallélogrammes rectangles, la théorie de l'équilibre dans toute cette troisième classe, n'étant cependant fondée que sur le principe évident : *que partout où il y a parfaite égalité de causes efficientes, les effets sont aussi nécessairement égaux.*

L'exemple du parallélogramme est un de ceux qu'*Euler* examine (*mém.* § 15); mais il ne le restreint pas au cas unique du rectangulisme : la solution est générale; la figure est comme ici la figure 5, et les quatre pressions sont exprimées de la manière suivante : Figure V.

$$\textit{Pression en } \mathrm{A} = \tfrac{1}{4}\, G \left(\frac{2\,\mathrm{BP}}{\mathrm{BA}} + \frac{2\,\mathrm{DQ}}{\mathrm{DA}} - 1\right),$$

$$\textit{en } \mathrm{B} = \tfrac{1}{4}\, G \left(\frac{2\,\mathrm{AP}}{\mathrm{AB}} + \frac{2\,\mathrm{CS}}{\mathrm{CB}} - 1\right),$$

$$\textit{en } \mathrm{C} = \tfrac{1}{4}\, G \left(\frac{2\,\mathrm{BS}}{\mathrm{BC}} + \frac{2\,\mathrm{DR}}{\mathrm{DC}} - 1\right),$$

$$\textit{en } \mathrm{D} = \tfrac{1}{4}\, G \left(\frac{2\,\mathrm{CR}}{\mathrm{CD}} + \frac{2\,\mathrm{AQ}}{\mathrm{AD}} - 1\right).$$

D'où il suit que si le point O, où est placé le poids tombe sur celui d'intersection des deux diagonales ; c'est-à-dire, si $2BP = BA$, et $2DQ = DA$, ces quatre pressions seront chacune $= \frac{1}{4} G$. Or, il paraît difficile d'admettre une pareille égalité entre la pression qu'éprouvent les appuis en A et C, et celle qui se fait sur ceux en B et D; différence qui n'existe plus lorsque le parallélogramme est rectangle, mais qui devient de plus en plus sensible à mesure que l'inclinaison augmente.

14. Supposons, par exemple, que ce parallélogramme Figure VI. soit d'abord un quarré ADCB, le point O étant au centre. Dans cet état de choses, les pressions seront nécessairement égales entr'elles. Maintenant puisque selon *Euler* l'inclinaison des côtés AD, BC, sur celui AB n'est point un des élémens qui entrent dans la composition des valeurs des quatre pressions, il s'ensuit qu'en inclinant de plus en plus ces deux côtés, ces pressions doivent rester égales entr'elles, lors même que les quatre appuis tomberont sur une même ligne droite AM. Dans cette dernière supposition, l'appui A conserve sa place, ainsi que celui B auquel vient s'unir celui D en D'; et enfin celui C arrive en C'. Quant au poids G, il passe de O en B où il pose sur l'appui placé au point O', le même que celui B ou D'. Il résulte de là que ce poids ainsi posé au milieu de la ligne, imprimera aux deux appuis confondus en B et D' une pression $= \frac{1}{2} G$, et à chacun de ceux A, C', celle $\frac{1}{4} G$; ce qui rentre absolument dans l'exemple de l'art. 9 ci-dessus, puisque d'une part comme de l'autre, on voit le poids G reposant sur l'appui mitoyen en B, à égale distance des deux appuis extrêmes en A et C'. Or, dans ce

même exemple (§ 9) le calcul nous a donné $\frac{1}{3}G$ pour chacune des trois pressions, tandis qu'il nous donne ici, dans un cas parfaitement semblable, $\frac{2}{4}G$ ou $\frac{1}{2}G$ pour la pression sur l'appui du milieu, et $\frac{1}{4}G$ pour celle sur chacun des deux appuis extrêmes. L'un ou l'autre de ces deux résultats est donc fautif; ou pour mieux dire, ils le sont tous deux, comme on verra plus bas (§ 24). Mais revenons aux cas où les résultats de la théorie d'*Euler* sont parfaitement d'accord avec ceux que fournit la statique ordinaire, et aux réflexions que j'ai annoncées ci-dessus (§ 12).

15. Ces réflexions portent sur ce que, de ces cas particuliers, où les résultats sont justes, on ne peut rien conclure pour le cas général dont ils dérivent. Car on a voulu faire valoir ce motif pour étayer la théorie d'*Euler*. Ces cas se bornent, comme on vient de voir, à celui de deux appuis seulement, ou de trois placés en triangle, ou enfin à la classe des cas où la pression sur tous les points d'appui est la même. Or, dans le premier, quelles que soient les deux pressions, si on exprime leur rapport par des ordonnées perpendiculaires, on pourra toujours évidemment faire passer une ligne droite par leurs extrémités; comme dans le second, on peut toujours faire passer un plan par celles des trois pressions également représentées par des perpendiculaires aux points d'appui; et enfin dans le troisième, toutes les pressions étant égales entr'elles, il passera nécessairement un plan, parallèle à celui qui sert de base, par leurs extrémités. Ainsi tous ces cas rentrent manifestement dans l'hypothèse d'*Euler* : *que le lieu des extrémités des pressions est la ligne droite ou le plan.* Mais ce serait s'exposer à tomber souvent dans l'erreur, que de prétendre

conclure ainsi, de la justesse d'un principe dans quelques applications particulières, à celle du même principe dans le cas général; tandis au contraire, qu'un seul résultat particulier qui se trouve être absurde, est un motif suffisant de rejet du principe général dont il dérive, considéré comme tel.

Pour en donner une preuve bien palpable, je vais tirer une pareille conclusion, d'un principe notoirement faux. Je mets donc en avant la proposition suivante : *la superficie du cône en général, soit régulier, soit scalène, est égale au produit fait de la circonférence du cercle de sa base par le quart de la somme de deux lignes obliques opposées, menées du sommet à cette même base; savoir, dans le second cas, la plus grande et la plus petite.*

La fausseté de cette proposition générale n'est pas douteuse, et cependant si on la met en équation, fausse comme elle est dans sa généralité, elle deviendra vraie étant limitée au cas du cône régulier. Voilà l'image de ce qui arrive ici par rapport à la formule d'*Euler*, également fausse dans sa généralité elle devient vraie dans les cas particuliers mentionnés ci-dessus.

16. Mais il y a encore d'autres raisons non moins fortes à opposer à ce principe. Il est certain, d'après le principe fondamental de statique (§ 5); savoir, l'égalité de la somme des momens particuliers de chaque pression prise relativement à deux axes qui s'entrecoupent sous un angle quelconque, au moment du poids total, censé réuni au centre de gravité, pris aussi par rapport à ces deux mêmes axes; il est certain, dis-je, que lorsqu'un corps quelconque

pose tout entier sur un plan solide, la résultante de toutes les pressions qu'éprouve ce plan, passe par le centre de gravité de ce corps, aussi bien que celle des réactions qu'elles provoquent, et qui nécessairement leur sont directement opposées et égales chacune à chacune.

D'où naîtrait donc alors cette tendance à un mouvement angulaire autour d'un point ou d'un axe quelconque? Maintenant si le plan devient perméable, il arrive de deux choses l'une; ou 1° il sera tel sans opposer la moindre résistance à l'enfoncement des pieds, et dans ce cas le corps ne fera que se placer un peu plus bas, dans son premier état de pression, sans s'incliner aucunement, comme si le plan avait baissé d'autant parallélement à lui-même; ou 2° ce *pannus permeabilis* (§ 2) offrira en chaque point une certaine résistance uniforme, et dans le premier instant la résultante de l'ensemble de ces résistances ne passant plus par le centre de gravité du corps, celui-ci dans son enfoncement, prendra aussi-tôt un petit mouvement gyratoire autour d'un certain axe. Mais il est clair que dès-lors une force étrangère; savoir, l'effet de cette résistance, s'est jointe aux pressions antérieures, pour produire cette diversité d'enfoncemens; et que conséquemment ces mêmes enfoncemens ne sont pas proportionnels à ces mêmes pressions.

17. D'après toutes les raisons exposées ci-dessus, je crois pouvoir conclure, en me résumant, que le principe d'*Euler*, énoncé (§ 4); savoir que la valeur de z ou de la pression en chaque point, peut toujours être exprimée par l'équation $z = \alpha + 6x + \gamma y$; ou en d'autres termes, ce qui revient au même, que le lieu de toutes ces pressions est une

ligne droite ou un plan, que ce principe, dis-je, n'a été adopté, ainsi que je l'ai insinué au commencement de ce mémoire, par cet homme éminent, que comme une hypothèse mathématique, sur laquelle il s'est plu à développer, avec une élégance remarquable, toute l'étendue de son rare génie.

18. Mais après avoir détruit, il faut essayer de reconstruire, du moins en partie, et c'est à quoi je vais travailler avec toute la circonspection que commandent, tant la difficulté du sujet que les noms des deux grands mathématiciens que j'ai cités ci-dessus comme n'ayant pas réussi dans cette recherche. Mais je préviens le lecteur qu'il ne doit pas s'attendre à me voir attaquer, comme a pu faire un *Euler*, ce problême dans toute sa généralité. Une pareille entreprise est trop au-dessus de mes forces, et je me borne au cas le plus simple; à celui seul que d'*Alembert* lui-même a osé se proposer, le trouvant déjà assez difficile; à celui enfin de trois appuis en ligne droite.

L'unique considération sur laquelle la statique ordinaire nous éclaire complètement, est celle de deux appuis seulement. C'est delà que nous partirons pour tâcher de parvenir à des cas plus compliqués. Soit donc un levier sans pesanteur et parfaitement rigide AF, chargé en C d'un poids P, et portant sur les deux appuis B,D. Soit $BC = x$, $BD = a$; nous aurons, comme on sait,

Figure VII.

$$\textit{pression en } B = \frac{a - x}{a} P \,; \quad \textit{pression en } D = \frac{x}{a} P,$$

dans toute l'étendue de l'intervalle BD.

19. Nous placerons ici, en passant, une réflexion que je me suis engagé (§ 11) à faire sur le résultat du problême qui fait le sujet de cet article : la voici; c'est que si on vient à excéder ici les limites B ou D, en faisant, soit $x = -\mathrm{BH} = -b$, soit $x = \mathrm{BG} = a + b$, on trouvera, dans le premier cas,

$$\textit{pression en } \mathrm{B} = \frac{a+b}{a}\mathrm{P}\,; \quad \textit{pression en } \mathrm{D} = -\frac{b}{a}\mathrm{P}\,,$$

et dans le second,

$$\textit{pression en } \mathrm{B} = -\frac{b}{a}\mathrm{P}\,; \quad \textit{pression en } \mathrm{D} = \frac{a+b}{a}\mathrm{P}\,;$$

résultats évidemment absurdes, comme celui que nous a donné l'exemple de l'art. 11, que je viens de citer. Et on peut en conclure que, là comme ici, la véritable source de cette absurdité est la supposition qu'on y a maintenue, des deux conditions qui établissent l'équilibre; supposition absolument incompatible avec la position du poids hors des limites des appuis extrêmes, tant qu'on ne regardera pas le levier comme fixé par une charnière au point d'appui le plus éloigné du poids, et ne pouvant s'en séparer.

20. Je reviens aux cas où l'équilibre peut réellement avoir lieu. Nous remarquerons particulièrement ici ceux de $x = 0$, et de $x = a$, dont le résultat est le même; savoir, que la pression totale s'exerce sur celui des appuis qui est chargé du poids, l'autre n'en éprouvant aucune.

Ce dernier résultat joint à celui de l'art. 18, nous ap-

prend qu'il ne se fait de pression sur les deux appuis B, D, qu'autant que le poids P, considéré comme réuni en un seul point, se trouve dans l'impossibilité de se maintenir dans sa position actuelle, si on vient à supprimer l'un ou l'autre des deux appuis; et que dans le cas contraire, qui est celui du présent article, l'effort du poids est uniquement concentré sur son appui.

21. Maintenant avant de passer à l'examen du cas de trois appuis en ligne droite, commençons par établir le principe fondamental : *que si un mobile a un mouvement quelconque, il ne peut en prendre un en sens contraire, sans passer par l'état intermédiaire de non-mouvement.* C'est là un axiôme reconnu par tous les physiciens : *nil fit in naturâ per saltum;* et il est évident qu'il en est de même de la simple tendance au mouvement. Il faut donc considérer le *mouvement*, le *non-mouvement*, et le *mouvement rétrograde*, comme remplissant, dans le même ordre, l'espace de trois instans consécutifs distincts. Donc si à un certain instant, un corps va commencer à se mouvoir dans un certain sens, il n'a pu l'instant immédiatement précédent, avoir un mouvement en sens contraire : il n'a pu être que dans l'état de *non-mouvement.* Donc tout mobile qui, dès le premier instant, ne peut se mouvoir que dans une certaine direction, n'a pu l'instant précédent, avoir même une tendance au mouvement en sens contraire. Or une tendance au mouvement est précisément ce qui occasionne la pression sur l'obstacle qui s'oppose au développement de cette tendance. Donc tout mobile qui dès le premier instant ne peut se mouvoir que dans une certaine direction, n'a pu l'instant précédent exercer même une pression en sens contraire.

22. Cela posé considérons le levier AF toujours sans pesanteur, couché sur les deux appuis D, E, et soutenu au point B par le poids R qui pose sur le plan horizontal LM; et imaginons qu'un autre poids P agit au point C. Il est évident que si ce second poids est plus grand que $\frac{DB.R}{CD}$, il soulevera aussitôt celui R en abaissant l'extrémité A du levier, tandis que celle F, par la raison contraire, s'élevera autour du point D; et personne, je pense, ne prétendra qu'il en résulte la moindre pression contre l'appui E; puisque dès le premier instant de son mouvement, la portion DF ne pouvant agir que de bas en haut, il est impossible, ainsi que je viens de le démontrer, que dans le dernier instant qui précède ce mouvement, ni conséquemment ici dans aucun autre instant antérieur, elle ait exercé une pression en sens contraire. Figure VIII.

23. Maintenant si le poids P diminue jusqu'à devenir égal, ou même inférieur à $\frac{DB.R}{CD}$ (ce qui est la même chose, puisque le poids R, étant posé sur un plan horizontal, n'a qu'une action de résistance) imaginera-t-on que dans cette seconde hypothèse il se fasse la moindre pression sur E? Mais je le répète : une pression est l'effet d'un mouvement détruit par l'obstacle pressé. Or il n'existe plus évidemment ici aucune cause de mouvement, ni vers le haut, comme dans la première hypothèse, ni vers le bas (§ 9). Donc il n'y a ici lieu à aucune pression sur l'appui E.

24. Mais allons plus loin, et faisons parcourir au poids P la longueur du levier AF. Quelque près qu'il arrive du

point D, tant qu'il restera en deçà de ce point la pression s'exercera toujours exclusivement sur l'appui D et sur celui du même côté en B, ou son remplaçant le poids R. Si au contraire il vient à dépasser ce même point D, dès-lors, par la même raison, ce seront uniquement les deux appuis D et E qui le supporteront. Donc si ce même poids P s'arrête précisément sur l'appui D, le levier sans pesanteur AF restera parfaitement en équilibre sur ce seul appui; et les deux autres en B et E n'éprouveront aucune pression. Nous conclurons donc en général de là, que lorsqu'un levier sans pesanteur portant sur trois appuis, ou même sur un plus grand nombre, est chargé d'un poids P placé directement sur l'un de ces appuis, c'est sur lui seul que s'exerce toute la pression. (*Voyez* § 14 à la fin).

25. Je viens de prouver qu'il n'y a aucune pression sur l'appui E résultante d'une tendance au mouvement autour de l'appui D. Mais, dira-t-on peut être, cette pression provient, au contraire, d'une tendance au mouvement autour de l'appui le plus éloigné B : examinons donc ce nouveau cas.

Figure IX. Considérons, pour cela, le levier AF; et imaginons que le poids parcourt successivement tous les points C compris dans l'intervalle BD. Il est clair que plus il s'éloignera de B, et moins cet appui devra se trouver chargé, le fort de l'action se portant alors vers les deux autres dont il se rapproche; de sorte que s'il existe réellement de ce chef une pression sur le point E, elle doit aller de plus en plus en croissant. Mais d'un autre côté, il n'est pas moins évident, par ce que nous avons dit ci-dessus, que lorsque le

point C tombera sur les deux points d'appui B et D, cette même pression sera nécessairement nulle. Ainsi sa valeur, quelle qu'elle soit, ne pourra être exprimée en général que par l'ordonnée correspondante au point C d'une des courbes concaves BQD, qui passent par les deux points B, D; et ayant conséquemment, en quelque point Q un *maximum*. Voilà donc deux choses contradictoires qu'il faut concilier; savoir, une valeur qui augmente toujours, en certaine raison, depuis B jusqu'à D; et de plus, cette même valeur qui se trouverait avoir un *maximum* placé entre ces deux points B et D. Or le seul moyen d'y réussir est d'établir que cette courbe BQD se réduit ici à la ligne horizontale même BD, qui donne zéro pour valeur constante de la pression sur l'appui extérieur E, en quelque point que se trouve le poids P. Et cette solution satisfait pleinement aux deux conditions mentionnées; puisque 1° zéro est aussi bien exprimé par $m \times 0$, que par 0 sans facteur; et 2° que le caractère distinctif du point de *maximum* étant d'avoir la tangente parallèle à l'axe des abscisses, cette condition est également remplie par la ligne droite horizontale AD, dont toutes les tangentes ont cette même propriété.

Ainsi, puisqu'il ne se fait sur l'appui E aucune pression provenant d'une tendance au mouvement, soit autour de l'appui D, soit autour de celui C, nous pourrons conclure définitivement que ce troisième appui E, situé au-delà des deux appuis entre lesquels est placé le poids P, n'éprouve aucune pression de la part de ce poids.

26. Ceci s'applique évidemment de même au cas d'un nombre quelconque d'appuis en ligne droite. Et en effet

les deux appuis les plus voisins du poids P ne font que tenir lieu de l'appui unique qui serait placé sous ce même poids; supposition dans laquelle nous avons vu (§ 24) que la pression totale se concentrerait entièrement sur cet unique appui : et il suffit d'imaginer que les deux appuis B, D, se rapprochent de plus en plus, pour voir le second cas retomber dans le premier.

Mais ne perdons pas de vue que le levier AF ne représente point ici, comme dans le passage cité de d'*Alembert* (§ 1), un corps de figure quelconque réduit à son centre de gravité. Nous considérons ici un véritable levier matériel, mais sans pesanteur, auquel on imprime une force quelconque ; ce qui revient à supposer que ce levier est placé sur un plan horizontal ; et que d'une part il reçoit cette impression parallèlement à ce plan, tandis que de l'autre il rencontre les appuis dans des directions opposées.

Nous établirons donc, comme un principe général, qu'un pareil levier posé sur un nombre quelconque d'appui, tant qu'on ne lui applique des forces, ou qu'on n'y suspend des poids, que dans un seul des intervalles compris entre deux points d'appui B, D, n'agira que sur ces deux mêmes appuis, et qu'il les pressera de la même manière que lorsqu'il n'y en a en effet que deux.

27. Ce que je viens de dire des deux appuis B, D, s'applique évidemment à deux autres quelconques D, E, si on suppose que dans cet intervalle on suspend un second poids Q. Donc en général, quel que soit le nombre des appuis, on doit estimer la charge de chacun d'eux de la même manière que si chaque poids étoit supporté par une por-

Figure X.

tion du levier qui posât seulement sur les deux appuis les plus voisins.

Il est même facile de montrer, que dans le cas où les lois ordinaires de la statique peuvent atteindre ce problême, savoir, celui où les appuis étant au nombre de trois seulement B, D, E, les deux poids P et Q sont placés de manière à se faire équilibre autour de l'appui mitoyen D, le résultat se trouvera parfaitement conforme à celui que donne cette dernière théorie. En effet, dans cette hypothèse, si les deux autres appuis n'existaient pas, les momens de P et de Q, étant opposés, se détruiraient mutuellement eux-mêmes autour de celui D. Mais ici ces deux appuis latéraux absorbent subitement chacun une partie de l'action que la pesanteur communique au poids qui est du même côté que lui ; et cela par la raison que cette absorption devance la lutte qui à défaut de ces deux appuis, s'établirait entre ces deux momens. L'action imprimée à l'appui B sera donc à l'ordinaire exprimée par $\frac{CD.P}{BD}$; et celle imprimée à celui E, par $\frac{DG.Q}{DE}$. Et comme la réaction qui résulte de ces deux actions, doit se communiquer, au même instant, au point D qui est leur centre de gravité, la pression P+Q qu'il aurait éprouvée dans la première hypothèse, se trouvera maintenant diminuée de la somme de ces deux réactions. Elle deviendra donc

$$P+Q-\frac{DC.P}{BD}-\frac{DG.Q}{DE}=\frac{BC.P}{BD}+\frac{EG.Q}{DE},$$

qui est précisément la valeur à laquelle on parviendrait par ma méthode.

4.

Quant au cas où les deux poids P et Q ne seraient pas en équilibre, et où il y aurait un excédant du côté du poids P, par exemple, on voit par la même raison, que cet excédant n'agissant que sur les deux appuis B et D, tout se passerait à cet égard, selon les lois ordinaires de la statique des corps posés sur deux appuis.

28. La même chose aurait encore lieu, si à ces appuis inébranlables on substituait des forces, dont chacune fût supérieure à l'effort que son appui correspondant a à supporter; comme si, par exemple, le levier AF était suspendu par les points B, D, E, à trois cordes qui passant chacune sur une poulie de renvoi, fussent fixées aux trois poids M, N, R, posés sur un plan horizontal GH. Mais si le poids voisin N était trop faible pour résister à la pression totale, que P exerce sur le point D, l'excédant s'en transmettrait nécessairement au point suivant E, et ainsi de suite; c'est-à-dire, que le poids P porterait alors sur les deux points B, E, mais qu'il faudrait retrancher de la pression qu'il exerce, l'effort contraire qu'il éprouve au point D.

Figure XI.

Soit par exemple (1), $BC = 2^p$, $CD = 3^p$, $DE = 3^p$; le poids $P = 3^{lb}$, $N = 1^{lb}$, M et R étant nécessairement assez forts, puisque nous supposons que le levier se maintient dans sa position horizontale. On aura ici la pression en $D = \frac{BC.P}{BD} = \frac{6^{lb}}{5}$; donc le poids $N = 1^{lb}$ sera surmonté par cette pression, dont l'excédant se transmettra au point suivant E. Je dirai donc alors : la pression en

(1) Ici et dans toute la suite de ce mémoire, les signes p et ℔ indiquent, l'un une unité de mesure, et l'autre une unité de poids quelconques.

$$E = \frac{BC.P - BD.N}{BE} = \left(\frac{6-5}{8}\right)^{lb} = \frac{1^{lb}}{8};$$

et celle sur le point

$$B = \frac{EC.P - ED.N}{BE} = \left(\frac{18-3}{8}\right)^{lb} = \frac{15^{lb}}{8}.$$

Ainsi, la totalité du poids supporté par les points

$$B, D, E, \text{ est } \left(\frac{15}{8} + \frac{1}{8} + 1\right)^{lb} = 3^{lb} = P.$$

29. Cette nouvelle réflexion va nous servir à donner un dernier degré de généralité à notre solution précédente (§ 27), en y comprenant les cas où au-delà des deux appuis extrêmes, on suspendrait, de chaque côté, des poids M, N. En effet, il s'agit alors de connaître le changement que chacun des momens de ces deux poids extérieurs ainsi suspendus, opère sur les poids intérieurs. Or, il suit de ce que nous venons de dire, que l'effet ne s'en transmet que jusqu'à celui inclusivement, qui avec les précédens suffit à faire équilibre à ce moment. Figure X.

Supposons, par exemple,

$HB = 2^p$, $BC = 1^p$, $CD = 5^p$, $DG = 2^p$, $GE = 3^p$, $EJ = 1^p$;
$M = 3^{lb}$, $P = 4^{lb}$, $Q = 1^{lb}$, $N = 4^{lb}$. Nous aurons $EJ.N = 4$, $EG.Q = 3$;

donc Q ne suffit pas pour absorber le moment du poids extérieur N; ainsi son effort se transmettra jusqu'en C. Là son effet pour diminuer le poids P sera

$$= \frac{EJ.N - EG.Q}{EC} = \frac{4-3}{10} = \frac{1^{lb}}{10}$$

dont ce poids se trouvera diminué, celui Q n'entrant plus en considération ; et l'équilibre se trouvant établi autour du point d'appui E, qui devient le centre de gravité de l'ensemble des poids $N+Q+\frac{1}{10}^{\text{lb}}$. Nous pouvons donc désormais regarder ce levier comme supportant, au lieu des deux poids Q, N, un seul poids placé au point E lui-même, et $=N+Q+\frac{1}{10}=5\,\frac{1}{10}^{\text{lb}}$. Mais nous avons encore le poids M, dont le moment $M\times HB=6$, tandis que celui de

$$P-\frac{1}{10}^{\text{lb}}=3\,\frac{9}{10}^{\text{lb}}, \text{ est } =3\,\frac{9}{10}\cdot 1=3\,\frac{9}{10}$$

seulement. Donc son effet influera aussi sur le poids que nous avons supposé en E. Or, il faut à ce point, pour établir l'équilibre avec le moment de M, un poids,

$$=\frac{M.HB-\left(P-\frac{1}{10}\right)^{\text{lb}}BC}{BE}=\frac{\left(6-3\,\frac{9}{10}\right)^{\text{lb}}}{11}=\frac{2\,\frac{1}{10}^{\text{lb}}}{11}=\frac{21^{\text{lb}}}{110},$$

dont conséquemment le poids en E se trouvera diminué. Ainsi ce même point d'appui E portera un poids

$$=5\,\frac{1}{10}-\frac{21}{110}=\frac{54^{\text{lb}}}{11}=4\,\frac{10^{\text{lb}}}{11};$$

et celui B portera

$$M+P-\frac{1}{10}^{\text{lb}}+\frac{21}{110}^{\text{lb}}=\left(3+3\,\frac{9}{10}+\frac{21}{110}\right)^{\text{lb}}=\frac{78^{\text{lb}}}{11}=7\,\frac{1}{11}^{\text{lb}},$$

dont la somme fait 12lb, qui est précisément

$$= M + P + Q + N = 3 + 4 + 1 + 4.$$

Quant à l'appui D, on voit évidemment qu'il ne doit rien porter.

30. On sent que tout cela serait également vrai si à chacun de ces poids M, P, Q, N, on substituait un système quelconque d'autres poids tels que le point C, par exemple, fût le centre de gravité du système contenu dans la portion BD, et que P fût la somme de tous les poids qui le composent, etc. Et comme rien ne limite le nombre ni la petitesse de ces poids, on peut, sans affaiblir en rien la solidité de nos raisonnemens, regarder le levier AF comme un corps quelconque pesant, placé sur un nombre aussi quelconque d'appuis; par exemple, comme une poutre parfaitement rigide ou inflexible, posée à plat sur les arrêtes d'un certain nombre de prismes triangulaires, placés parallèlement entr'eux, et perpendiculairement à la longueur de cette poutre.

Quant à la restriction que j'ai mise, que ces différens corps doivent être parfaitement rigides, elle est le principal fondement de cette théorie, qui sans elle exigerait des considérations particulières pour chaque espèce de corps, et chaque diverse combinaison des appuis; tant à cause de la différente élasticité des premiers, qu'à cause de la courbure, tantôt concave, tantôt convexe, qu'affecterait, par exemple, une poutre, en raison de la situation et de la distance des appuis.

31. Voilà donc la solution complète du cas spécialement désigné par d'*Alembert;* savoir, celui où les trois appuis sont en ligne droite. Et on voit qu'il ne suffirait pas d'avoir égard, comme a fait cet illustre géomètre, au centre de gravité du corps entier seulement, mais qu'il faut considérer séparément ceux de chacune des diverses portions, soit contenues entre deux points d'appui immédiatement voisins, soit extérieures aux points d'appui extrêmes.

Mais faisons passer ces résultats au creuset du calcul, en l'appliquant à un autre exemple, dont la statique ordinaire nous donne la solution complète. Le plan de la planche étant considéré comme horizontal, supposons les trois
Figure XII. appuis A, E, B, que nous joindrons entr'eux par les lignes idéales AE, EB, AB. Soit en C suspendu le poids P, au moyen des trois bras sans pesanteur CA, CB, CE; et nommons $AE = a$, $EB = b$, l'angle $BEH = \gamma$, $AG = m \times AE = ma$, m étant un nombre quelconque fractionnaire ou entier; et que le point C soit déterminé par la rencontre de la perpendiculaire GF au point quelconque G, avec la ligne AD dont l'extrémité D parcourt librement toute la longueur de la ligne EB, ED étant $= nb$, et n une fraction quelconque. On voit que de cette manière le poids P peut occuper successivement toute la capacité du triangle ABE. D'après les dénominations précédentes, nous aurons ici $BM = b \sin. \gamma$; $EM = b \cos. \gamma$; $OD = nb \sin. \gamma$; $EO = nb \cos. \gamma$. Soit de plus la pression qui se fait en $A = x$, celle en $B = y$, et celle en $E = z$. Les conditions de l'équilibre sont, comme on sait, ... (D)

1°. $MB.y = CG.P$, d'où $y = \frac{CG.P}{MB}$;

2°. $AM.y + AE.z = AG.P$; et enfin

3°. $x + z + y = P$.

Or, $CG = \frac{OD.AG}{AO} = \frac{mnab \sin.\gamma}{a + nb \cos.\gamma}$; donc

$y = \frac{mnaP}{a + nb \cos.\gamma}$; et substituant cette valeur dans la seconde

équation, $z = \frac{m(1-n)aP}{a + nb \cos.\gamma}$; et enfin en vertu de la troi-

sième, $x = \frac{((1-m)a + nb \cos.\gamma)P}{a + nb \cos.\gamma}$.

Maintenant il est clair que si on suppose que l'angle γ vient à diminuer de plus en plus, la ligne BE tombera enfin sur celle EH; ainsi que celle AD sur AE, puisque son extrémité D occupe nécessairement un des points compris entre E et B. Les trois appuis A, E, B, seront donc sur une même ligne avec le poids P qui se trouvera en G. Or, on a alors *sin.* $\gamma = 0$, *cos.* $\gamma = 1$. Donc

$$x = \frac{((1-m)a + nb)P}{a + nb}; \; y = \frac{mnaP}{a + nb}; \; z = \frac{m(1-n)aP}{a + nb}.$$

32. Nous avons donc ici une solution complète pour l'hypothèse des trois appuis en ligne droite. Mais il faut observer que les seules positions du poids P qui soient communes à ce cas particulier et au cas général, sont celles

sur les deux lignes AE, EB. Ainsi quand ce poids se trouvera entre A et E, m étant <1, on fera $n=0$; mais quand on le supposera placé au-delà du point E, ma deviendra $=AE+ED=a+nb$, nb étant alors la distance du poids au point E dans la direction EH.

Parcourons maintenant les différentes hypothèses dans lesquelles nous avons pris une conclusion générale définitive. Ce sont celles 1° du levier portant sur trois appuis, et chargé d'un seul poids placé entre deux d'entr'eux. Nous avons dit (§ 25 *à la fin*) que dans ce cas ces deux appuis étaient les seuls sur lesquels il se fit une pression; 2° du poids placé sur un seul des trois appuis; et dans celle-là nous avons établi (§ 24) que cet appui éprouve alors lui seul toute la pression. Examinons donc si ces assertions sont confirmées par le calcul.

33. Soit, 1° le poids placé en G, entre l'appui A et celui E : nous avons alors (§ 32) $n=0$, et $m<1$. Donc $x=(1-m)P$, $y=0$, $z=mP$; ce qui prouve que la pression en H; savoir, celle y, est nulle; et que $x:z=1-m:m=(1-m)a:ma=GE:AG$; ce qui désigne l'état d'équilibre lorsqu'il n'y a que les deux appuis A, E.

Que le point G passe maintenant au-delà du point E, par exemple en O. En faisant (§ 32) pour cette supposition, $ma=a+nb$, on obtient les trois nouvelles équations $x=0$, $y=nP$, $z=(1-n)P$; ce qui est également conforme à ce qu'enseigne pour le cas de deux seuls appuis E, H, la statique ordinaire.

Soit 2° le poids placé sur un seul des trois appuis. Si c'est sur celui A, on a $AG = ma = 0$, et $n = 0$, donc $x = P$, $y = 0$, $z = 0$; si c'est sur celui E, $m = 1$, $n = 0$, d'où $x = 0$, $y = 0$, $z = P$; enfin si c'est sur celui H, on a $ma = a + b$, $n = 1$, donc $x = 0$, $y = P$, $z = 0$.

34. Ces divers résultats sont donc parfaitement d'accord avec la théorie établie ci-dessus; et cette conformité semble très-propre à la confirmer. Au reste, il n'était pas difficile de prévoir qu'elle aurait nécessairement lieu, puisque dans quelque position qu'on suppose l'appui B, dès que le poids P, suspendu au point C, se trouve transporté sur la ligne AE, l'appui B ne peut évidemment éprouver aucune pression; et que si ce même point C est situé sur la ligne EB, par la même raison le point A n'en éprouvera aucune. En effet les expressions *sin.* γ, *cos.* γ, ne paraissant dans les équations D ci-dessus (§ 31) qu'accompagnées du facteur n, elles disparaissent indépendamment de la valeur de l'angle γ, dès qu'on fait $n = \frac{ED}{EB} = 0$, pour le premier cas; et dans le second, lorsque le point C se trouve, par exemple, en D, EO étant $= nb \cos.\gamma$, quel que soit cet angle γ, on a $ma = AE + EO = a + nb \cos.\gamma$, ou $(1 - m)a + nb \cos.\gamma = 0$ (§ 31 *vers la fin*). Tout doit donc encore rester dans le même état, lorsque cet angle devient nul. On pourra faire des raisonnemens analogues pour le cas où le poids porte sur un seul des trois appuis.

Quant à l'argument de d'*Alembert* (*tome* 8, *page* 38, § 8), il ne peut s'appliquer ici. Car ce grand géomètre ne con-

5.

sidère pas, comme je fais ici, un véritable levier sans pesanteur, chargé d'un véritable poids; mais un corps quelconque dont tout le poids est concentré dans son centre de gravité. Or, il est certain, ainsi que je l'ai dit ci-dessus (§ 28), que si la partie EH représente celle d'un corps pesant, le point H supportera nécessairement une portion de ce poids, quoique son centre de gravité se trouve en G.

35. Le véritable fondement de cette théorie relativement à un nombre quelconque d'appuis en ligne droite, est (§§ 21, 22) la considération que, dans la supposition que le poids P vînt à obéir subitement à la pesanteur, tout point, du levier sur lequel il repose, lequel par l'introduction de cette nouvelle circonstance, prendrait dans le même instant un mouvement en sens inverse de sa direction, ne peut l'instant immédiatement précédent, avoir exercé la moindre pression sur son appui. Cette considération a également lieu dans le cas d'un nombre quelconque d'appuis dans une position aussi quelconque.

Figure XIII. Supposons, par exemple, le plan de la planche étant horizontal, les quatre appuis A, B, D, E, et le poids P agissant verticalement en C. Il est clair que chacun des leviers posera librement sur son appui, et y exercera une certaine pression. Mais si nous imaginons que les trois leviers ou les trois bras CB, CD, CE, sont unis inséparablement ensemble par la barre aussi sans pesanteur BD, on sent que cette nouvelle circonstance ne pourra pas manquer d'influer sur cette répartition; et que, comme dans le cas des trois appuis en ligne droite, l'effort du poids P

ne se transmettra point au-delà de cette barre ; de sorte que l'appui E n'éprouvera plus aucune pression. En effet, pour peu que le poids placé en C obéisse à la pesanteur, il est évident qu'alors toute la portion FE du bras CE décrira, de bas en haut, de petits arcs de cercle, qui auront leur centre dans la barre BD. L'appui E cesse donc dans cette hypothèse d'éprouver aucune pression. Mais comme au lieu de la barre BD, on pourrait également imaginer celle AE qui, unissant les trois bras CD, CE, CA, neutralise au contraire entièrement l'appui D, et rétablit celui E dans toute son activité primitive, on voit combien, à mesure que le nombre des appuis augmentera, celui de ces différentes barres qu'on peut imaginer, se multipliera. Et vu que chacune de ces suppositions diversifie la division et la distribution de la pression totale qu'exerce le poids P, on peut juger combien cette seule considération est propre à *rendre* ce problême indéterminé. Que sera-ce donc, lorsqu'au lieu de ces bras de levier isolés, on supposera un plan sans pesanteur chargé de même du poids P au point C, et portant sur un nombre quelconque d'appuis ? Car alors on n'a plus la liberté d'imaginer, ou de ne point imaginer ces diverses barres : elles existent toutes nécessairement, et il faudrait avoir également égard à chacune d'elles.

Il semblerait même assez naturel de penser que ce sont précisément ces différentes conditions accessoires qu'il faudrait exprimer afin de compléter, dans chaque cas, la détermination du problême. Nous voyons du moins qu'elle est complète dans celui de trois appuis seulement, parce qu'il n'existe aucune hypothèse qui puisse y gêner ainsi le mou

vement des bras de levier ; mais c'est aussi le seul. Celui de quatre nous présente déjà trois manières de l'entraver ; savoir, la barre BD seule ; celle AE seule ; et enfin les deux ensemble. Et il est aisé de prévoir avec quelle rapidité ce nombre croîtra, en observant que lorsque celui des appuis sera plus considérable, il faudra combiner ces barres deux à deux, trois à trois, etc. Car chacune de ces combinaisons constitue réellement un problême différent, dont la condition caractéristique doit être exprimée dans le calcul, pour le rendre complètement déterminé. Mais dans le cas mentionné un peu plus haut, du plan continu, toutes ces barres existant nécessairement, il faudrait en embrasser tout l'ensemble ; ce qui est impraticable.

Une nouvelle considération qui vient à l'appui de cette conjecture ; c'est que dans la supposition d'un plan sans pesanteur chargé d'un poids et portant sur un nombre quelconque d'appuis formant un polygone régulier, cette même régularité dans les effets produits, n'est nullement altérée par l'existence supposée de toutes les barres qu'on peut mener d'un point d'appui à l'autre, lorsque le poids se trouve au centre, comme il est facile de s'en assurer. Et cette considération suffit à rendre raison de l'exception qui a lieu dans cette classe particulière de dispositions des appuis, relativement à l'égalité invariable des pressions qui s'exercent sur chacun des appuis.

36. Nous conviendrons donc franchement que tout ce qui précède ne peut aucunement nous mener à la solution du cas général des appuis en nombre quelconque et dans une position quelconque. Cette solution tient, comme l'a

dit d'*Alembert*, à un principe encore inconnu en mécanique. Et ce principe est vraisemblablement, de même que dans presque toutes les opérations de la nature, un *maximum* ou un *minimum* de quelque fonction des différens élémens qui constituent les *données* de ce problème. Une distribution de forces, dirigée mécaniquement par un seul et même moteur, tend nécessairement vers un but constant, toujours déterminé par la plus sage économie dans l'emploi des moyens, et par la plus entière plénitude des effets qui en résultent.

37. D'ailleurs un pareil principe s'adapterait parfaitement à tous les cas possibles. En effet, il doit d'abord se trouver réalisé de lui-même dans la solution du cas général des trois appuis, qui donnant trois équations entre trois inconnues z, x, y, est complètement déterminé. Dans le cas de quatre inconnues z, x, y, u; le principe en question nous fournirait une équation différentielle de la forme $M\,dz + N\,dx + P\,dy + Q\,du = 0$, dont les quatre différentielles dz, dx, dy, du, se réduiraient à une seule au moyen des trois équations fondamentales de l'équilibre. Il ne faudrait donc plus qu'égaler à zéro le coéfficient de cette dernière, pour avoir la valeur de la quatrième inconnue ou de la quatrième variable u; puisqu'au moyen des trois équations fondamentales de l'équilibre, on a déjà pu (§ 31) obtenir les valeurs linéaires des trois premières x, y, z, exprimées en fonctions linéaires de la quatrième inconnue et de constantes connues.

Si le nombre des appuis était cinq, l'équation du *maximum* ou du *minimum* contiendrait cinq différentielles; et on n'en

pourrait éliminer que trois. Il en resterait donc deux; ce qui en égalant à zéro chacun de ces deux coéfficiens, puisque les différentielles elles-mêmes doivent toujours rester quelconques, et sans aucun rapport déterminé entr'elles, donnerait deux équations, qui conjointement avec les trois équations fondamentales, détermineront complétement les cinq inconnues; et ainsi de suite, quel que soit le nombre des appuis. L'inspection de la figure 14 suffit pour jeter sur cet aperçu toute la clarté nécessaire, les appuis étant indiqués par les lettres x, y, z, u, t, etc., qui représentent en même-temps les pressions respectives, et la situation du poids P l'étant par celle C. Quant aux lignes, AK FH, elles désignent les deux axes pris à volonté, d'où s'estiment les momens, tant des différentes pressions, que du poids total P.

38. Dans ce qui précède (§§ 36, 37) je n'ai considéré que le cas d'un nombre fini d'appuis isolés entr'eux. S'il s'agissait d'examiner sous le même point de vue, ceux où la base par laquelle le corps repose sur un plan, est elle-même un plan continu terminé par une courbe quelconque donnée, cette considération exigerait des recherches assez compliquées, dont on ne retirerait d'utilité que dans la supposition qu'on fût d'avance en possession du principe en question. Nous abandonnerons donc, en attendant, le problême général, pour nous attacher uniquement à déduire du cas particulier des appuis en ligne droite, les conséquences qu'il nous présente. Nous en conclurons d'abord, comme nous l'avons déjà insinué ci-dessus (§ 30)
Figure XV. que quelle que soit l'aire ABGH qui repose sur la base continue AB, chaque élément CD de ce plan sera pressé

par le petit parallélogramme CDFE, comme si ce parallélogramme était isolé.

En effet, le nombre et la proximité mutuelle des appuis ne changeant rien à notre principe général (§ 27), et le point physique CD (1), si petit qu'on le suppose, étant toujours composé de trois parties indispensables et réellement existantes, savoir, les deux extrémités et le milieu, on peut toujours considérer l'élément de l'aire, comme portant sur l'ensemble de ces trois parties, qui est précisément le moindre petit accroissement CD, que puisse recevoir la base regardée comme abscisse de cette aire ; c'est-à-dire qu'il est le véritable élément dx de cette base. On peut donc, dans toute la rigueur géométrique, considérer chacun de ces élémens de la base, comme chargé isolément de l'élément de l'aire qui lui correspond.

39. Au reste, la difficulté qui se présente ici, se réduit à savoir si, en supposant cette aire réellement partagée en une infinité de petits parallélogrammes élémentaires, la pression sur la base totale serait constamment la même qu'avant ce partage; ou, en d'autres termes, si dans le cas où un axe sans pesanteur viendrait subitement à les traverser tous perpendiculairement à leurs plans de division, et à les unir ainsi indissolublement, la pression resterait encore la même. Or, l'affirmative me paraît ici seule admissible; puisqu'elle est parfaitement d'accord avec les lois connues de la mécanique.

---

(1) *Voyez* dans le 1er vol. des nouveaux mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles : *Réflexions sur les notions fondamentales en Géométrie*, etc. § 4.

En effet, en supposant que P est le centre de gravité de cette aire, et prolongeant la base AB jusqu'au point M, où elle se joint au bras de levier MN chargé du poids Q, dont le moment équivaut à celui de l'aire, pour former une espèce de *peson* autour de ce même point, on sait que cette aire ainsi placée doit contrebalancer ce poids, de la même manière que si elle était suspendue au point R; ce qui a nécessairement et uniquement lieu, lorsqu'il se fait à chaque point du plan pressé une pression en raison de l'élément qu'il supporte; puisque la résultante de toutes ces pressions passe évidemment alors par le centre de gravité de l'aire.

40. Si une partie de cette aire, sur un des côtés, ou sur tous deux, ne portait pas sur la base, comme il arriverait Figure XVI. dans le premier cas, si la figure en question était un quadrilatère quelconque à diagonale perpendiculaire, il est clair, d'après ce que nous avons vu (§ 29) qu'il faudrait déterminer le point M tel que DBNM fît équilibre à DBC autour du point D. Et alors la partie DM de la base ne porterait rien; mais celle AM supporterait à l'ordinaire l'aire AMN. On conclura aisément de là ce qui aurait lieu si les deux angles à la base étaient obtus.

Tout ce que nous venons de dire de l'aire continuerait encore évidemment d'être vrai, si par un mouvement dans une direction constamment perpendiculaire à leurs propres plans, ces aires toujours parallèles à elles-mêmes, venaient à former des solides. Et en général cela s'applique à tout solide reposant sur un plan par une base qui est elle-même un plan continu.

COROLLAIRE RÉCAPITULATIF.

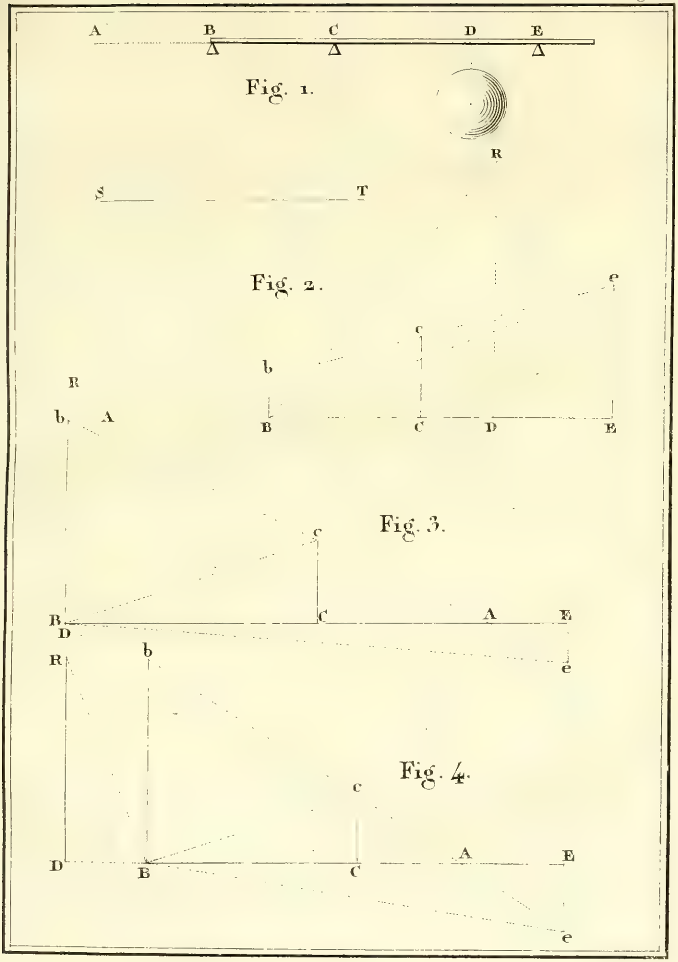
Dans le commencement de ce mémoire je me suis attaché à établir qu'un homme aussi éminent que *L. Euler* n'a jamais regardé comme réellement physique, le principe sur lequel est fondée sa solution du problême de la pression qu'un même corps exerce sur plusieurs appuis à la fois : et je crois l'avoir prouvé assez clairement. De là j'ai passé à l'examen du cas particulier de ce problême, le seul que *d'Alembert* ait osé aborder, celui des trois appuis en ligne droite. Mais tel que je l'ai résolu, satisfait-il adéquatement à tout son enoncé? Il me semble, au contraire, qu'il n'y satisfait aucunement ; et ce mémoire servira du moins à indiquer le véritable point de vue sous lequel il faudrait le considérer. Cet énoncé est : *un levier sans pesanteur, portant sur trois appuis, et étant chargé d'un poids unique placé entre deux d'entr'eux, déterminer la pression qu'en éprouve chacun de ces appuis.*

Un pareil énoncé suppose, avant tout, que ces trois appuis peuvent en effet en supporter chacun une certaine portion. Or, il arrive que ma solution n'atteint que les cas où je démontre que le troisième appui ; savoir, celui qui est extérieur à l'intervalle dans lequel est placé le poids unique, est nécessairement étranger à son action. Ainsi cette solution tombe précisément et uniquement sur les cas qui ne sont pas compris dans cet énoncé. Le véritable point de vue sous lequel il faudrait considérer ce problême, est celui que présente la figure 17, où l'on voit Figure XVII.

qu'en effet les trois appuis A, E, B, supportent chacun une portion du poids total unique P, et cela parce que dans le cas où le point C viendrait à fléchir un peu en vertu de l'action de ce poids, chacun des bras de levier CA, CE, CB, s'inclinerait librement dans toute sa longueur, sans se gêner mutuellement les uns les autres.

Voilà donc le problême qui reste à résoudre, présenté sous son point de vue le plus complet et en même-temps le plus simple; et dont la solution me semble exiger ce principe de *maximum* ou de *minimum* mentionné ci-dessus (§§ 36, 37).

FIN.


A B C D E
Fig. 1.
R
S T
Fig. 2.
e
c
b
B C D E
R
b A
Fig. 3.
c
B C A E
D
b
R
e
Fig. 4.
c
D B C A E
e

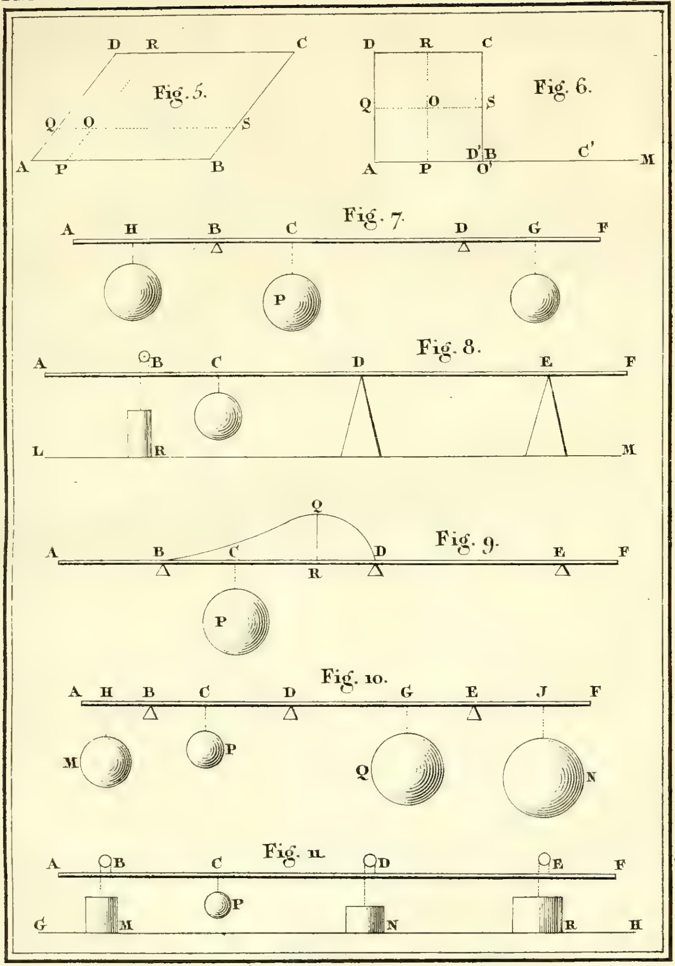


Fig. 5. Fig. 6. Fig. 7. Fig. 8. Fig. 9. Fig. 10. Fig. 11.

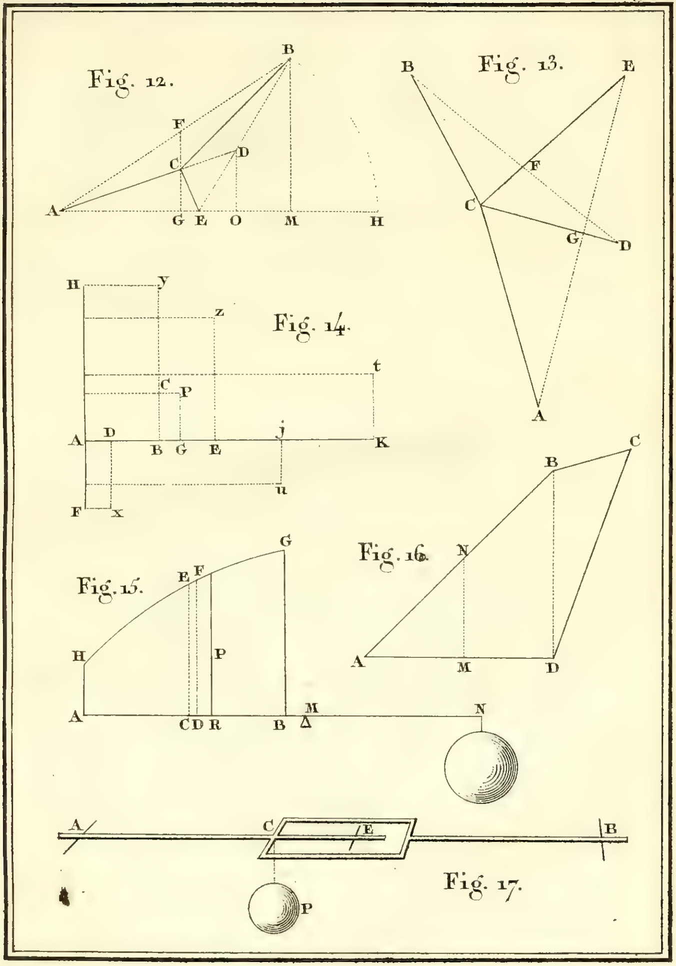


Fig. 12.
B
F
D
C
A
G E O M H
Fig. 13.
B E
F
C
G D
A
H y
z
Fig. 14.
t
C
P
A D j K
B G E
u
F x
Fig. 15.
G
E F
H
P
A C D R B
Fig. 16.
C
B
N
A M D
M N
A B
C E
Fig. 17.
P

MÉMOIRE

SUR

LA MÉTAPHYSIQUE DU PRINCIPE

DE

LA DIFFÉRENTIATION,

PAR LE COMMANDEUR

C. F. DE NIEUPORT,

PRÉSENTÉ A LA SÉANCE DU 14 OCTOBRE 1820.

MÉMOIRE

SUR

LA MÉTAPHYSIQUE DU PRINCIPE

DE

LA DIFFÉRENTIATION.

1. Dans un mémoire qui a précédé celui-ci, et qui fait partie du premier volume des *nouveaux Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles*, page 435 (1), je me suis attaché à démontrer que la méthode usitée pour la quadrature des courbes est entièrement conforme aux règles de la plus stricte logique; et cela, d'après le principe que la formule intégrale qui en est le résultat, contient réellement et formellement en elle, non-seulement le petit triangle élémentaire qu'on semble négliger, mais encore, tous les petits incrémens successifs à l'infini, que présente le développement du théorême

(1) Mémoire contenant quelques réflexions sur des notions fondamentales en géométrie, tant élémentaire que transcendante.

de *Taylor*, lorsqu'on veut donner une aussi grande extension à cette considération, de sorte qu'il y a pleine compensation de cette omission apparente.

2. On pourrait cependant en toute rigueur la borner à celle du seule petit triangle, puisque j'ai également démontré dans ce même mémoire, que ce qu'on nomme le point de contact d'une courbe avec sa tangente est non un point mathématique, mais une véritable ligne droite, quelque petite qu'on veuille l'imaginer; et conséquemment que l'élément de toute courbe n'est qu'une pareille ligne. Et en effet, le cercle a toujours été considéré et ne peut l'être autrement, que comme la limite dans laquelle viennent se confondre le polygone régulier circonscrit, et le polygone régulier inscrit, ayant entr'eux leurs côtés homologues réciproquement parallèles. Or, puisque par la bissection continuelle le premier de ces polygones ne peut jamais pénétrer dans l'intérieur du cercle, ni le second le dépasser, n'est-il pas évident que leur fusion mutuelle ne peut s'opérer que dans la circonférence même? Et de plus, deux lignes droites qui viennent ainsi se confondre en une seule et s'identifier, ne pouvant jamais changer de nature, ni cesser d'être des lignes droites, il s'ensuit conséquemment qu'elles resteront telles, même au terme le plus avancé de leur décroissement; à ce terme où l'imagination seule parvient à les apercevoir déjà confondues et identifiées dans et avec le cercle qui leur servait de limite.

3. Lorsqu'on embrasse toute l'étendue du théorême de *Taylor*, il est certain que l'incrément de l'abscisse qu'on

considère en cet instant, quelque petit qu'on le suppose, est loin d'être le plus petit possible, puisqu'on sait que ce développement, en prenant successivement ses deux premiers termes, puis les trois, puis quatre, puis, etc. désigne à chaque fois une nouvelle parabole d'un ordre de plus en plus élevé ; et conséquemment toujours un petit arc réel de courbe, dont l'osculation avec la courbe en question devient de plus en plus intime ; c'est-à-dire, un petit arc dont les trois premiers points ne peuvent jamais être en ligne droite. Ainsi, si de l'extrémité de la petite ligne formée par les deux premiers de ces trois points dans l'étendue de l'osculation, ou du sommet de l'angle que doivent toujours être censés former deux élémens consécutifs de courbe, on abaisse une perpendiculaire sur l'élément $\mathrm{d}x$ qui correspond à cet arc, on en retranchera vers l'origine une petite partie ou un nouveau $\mathrm{d}x$ encore plus petit, qui répondra au véritable premier élément de la courbe ; c'est-à-dire, à celui qui forme son premier incrément, lequel est précisément celui qui se confond avec la tangente menée à l'origine même de cet arc, et qui avec ce dernier incrément $\mathrm{d}x$ de l'abcisse et celui correspondant $\mathrm{d}y$ de l'ordonnée, constitue le petit triangle rectangle dont on semble négliger l'aire $\frac{1}{2}\,\mathrm{d}y\mathrm{d}x$. Il suffirait donc, en toute rigueur, comme je l'ai dit ci-dessus, d'appliquer aux deux premiers termes $y\,\mathrm{d}x + \frac{1}{2}\mathrm{d}y\,\mathrm{d}x$ de la série M (*mém. cité, page* 449) les mêmes raisonnemens dont nous nous sommes servis pour la série entière, afin d'avoir de la méthode des quadratures une démonstration aussi complète qu'on puisse l'exiger. Après ces réflexions, dont quelques-unes nous seront utiles plus tard, je passe

à une difficulté non moins importante, et qui a également besoin d'être éclaircie.

4. Je veux parler de celle qu'on rencontre lorsqu'on entreprend de démontrer les règles de la différentiation : difficulté qui consiste en ce que l'on demande une raison bien satisfaisante, qui justifie la suppression qu'elles prescrivent des différentielles élevées à des degrés supérieurs. Ainsi dans l'équation au cercle $y^2 = 2ax - xx$, lorsqu'on substitue $x + \mathrm{d}x$ et $y + \mathrm{d}y$ à x et y, on trouve

$$y^2 + 2y\mathrm{d}y + \mathrm{d}y^2 = 2ax + 2a\mathrm{d}x - x^2 - 2x\mathrm{d}x - \mathrm{d}x^2,$$

ou réduisant en vertu de l'équation primitive,..... (A)

$$2y\mathrm{d}y + \mathrm{d}y^2 = 2a\mathrm{d}x - 2x\mathrm{d}x - \mathrm{d}x^2.$$

Or la règle prescrit de supprimer les deux termes $\mathrm{d}y^2$ et $\mathrm{d}x^2$: il s'agit donc de donner un motif de cette suppression, qui soit à l'abri de toute objection, et qui ne soit pas seulement fondé sur la considération de quantités moindres que toute quantité assignable. Car un argument qui peut paraître sans réplique, c'est que, ou ces quantités qu'on néglige sont en effet absolument nulles, ou les solutions que donne le calcul infinitésimal, ne sont qu'approximatives. L'objet de ce mémoire est donc de prouver qu'on doit considérer ces quantités comme réellement existantes, et conséquemment, comme ayant une certaine longueur, dont on ne peut mieux se former une idée bien juste, qu'en la comparant à celle de l'élément de contact, c'est-à-dire, de l'élément qui dans le contact, est commun à la courbe et à sa tangente : c'est sur ces premières notions que jusqu'ici les géomètres sont fort loin d'être d'accord.

quoique tous soient bien convaincus de la bonté de la règle en elle-même.

5. Commençons par considérer deux lignes droites *mathématiques* AB, AD, (1), qui se coupent au point A; ce point sera un point également *mathématique;* c'est-à-dire, la nullité ou le zéro d'étendue en tout sens. Nommons la longueur constante $AB = a$, celle $BD = b$, l'abscisse variable $AM = x$, son ordonnée $MN = y$, et l'équation à la ligne droite AD; savoir, $ay = bx$, ou $\frac{y}{x} = \frac{b}{a}$ exprimera, pour chacun des points M, le rapport de l'ordonnée à l'abscisse. Ainsi quelque longueur qu'on donne à l'abscisse AM, soit positive, soit négative, ce rapport $\frac{b}{a}$ restera constamment et invariablement celui de MN à AM, ou de $-mn$ à $-Am$. Et conséquemment aussi à l'origine ou point d'intersection A, où l'abscisse et l'ordonnée deviennent en même-temps $= 0$, on continuera d'avoir $\frac{0}{0} = \frac{b}{a}$: je reviendrai plus bas sur cette conclusion. Figure 1.

6. Il résulte de là que si on connaît une fois le rapport $\frac{b}{a}$, on aura dès-lors également celui des coordonnées à tous les points de la ligne droite AD, et même à l'origine A où elles se réduisent toutes deux à zéro; et que réciproquement, si on connaît, par quelque considération que ce soit, la valeur $\frac{0}{0}$ en ce point, on pourra en conclure im-

(1) Voyez le mém. cité art. 1er ci-dessus.

médiatement le rapport des coordonnées dans toute l'étendue de cette même ligne.

7. Pour montrer l'utilité qu'on peut tirer de cette observation, qui au premier aspect paraîtra peut-être peu importante, nous en ferons l'application à l'exemple du cercle déjà employé ci-dessus. L'équation A résultante de la substitution de $x + \mathrm{d}x$ et $y + \mathrm{d}y$ à x et y, après la suppression des termes qui se détruisent en vertu de l'équation même du cercle, était, comme on a vu (§ 4),

$$2y\,\mathrm{d}y + \mathrm{d}y^2 = 2a\,\mathrm{d}x - 2x\,\mathrm{d}x - \mathrm{d}x^2,$$

d'où $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{2a - 2x - \mathrm{d}x}{2y + \mathrm{d}y}$. Or il est évident que ce second membre ne peut jamais exprimer le rapport de l'ordonnée à l'abscisse d'une ligne droite (car dans le petit triangle EHG que nous avons à considérer cette ordonnée est $\mathrm{d}y$, et l'abscisse est $\mathrm{d}x$) puisque ce rapport, qui doit rester invariablement le même dans toute l'étendue de cette ligne, se trouve au contraire varier ici à chaque point, d'après la variation de $EG = \mathrm{d}x$, et de $GH = \mathrm{d}y$, qui compliquent tant le numérateur que le dénominateur.

Figure II.

8. Il est même facile de voir que dans son état actuel, l'équation A (§ 4) au lieu d'être à la ligne droite, est restée une équation au cercle, mais prise de la nouvelle origine E, AD étant $= x$ et $DE = y$. Mais ne perdons pas de vue que ces deux variables indiquent pour ce moment des grandeurs déterminées : nous nommerons la nouvelle abscisse $EG = z$ et son ordonnée $GH = u$. Nous aurons donc $AF = x + z$ et $FH = y + u$; et substituant ces valeurs dans l'équation du cercle ci-dessus, elle se change en...(B)

$$y^2+2uy+u^2=2ax+2az-x^2-2zx-z^2.$$

Mais comme l'équation au cercle $y^2=2ax-xx$ ne cesse point d'avoir lieu, quoique pour ce moment nous regardions x et y comme déterminées, nous réduirons par son moyen celle B à $2uy+u^2=2az-2zx-z^2$, qui est l'équation même au cercle, prise de l'origine E, le nouvel axe des abscisse étant EL. Or z est ici $=$EG$=\mathrm{d}x$, u est GH$=\mathrm{d}y$; donc cette équation se changera en

$$2y\,\mathrm{d}y+\mathrm{d}y^2=2a\,\mathrm{d}x-2x\,\mathrm{d}x-\mathrm{d}x^2$$

qui est précisément la même que celle A ci-dessus (§ 4) et d'où nous conclurons également...... (C)

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{2a-2x-\mathrm{d}x}{2y+\mathrm{d}y}.$$

Mais jusqu'ici tant que EG ne se détermine pas par quelque condition accessoire, $\mathrm{d}x$ et $\mathrm{d}y$ restent variables, et peuvent s'approprier à tous les points de l'arc EML.

9. Il s'agit donc d'opérer dans cette expression du rapport $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ un certain changement, qui la circonscrive et la borne à représenter, non plus l'arc entier EHL, ou une portion quelconque de cet arc comprise entre les deux points E et L, mais uniquement le premier petit incrément EH de l'arc au point E; ou cet incrément même qui se confond exactement et s'identifie avec le premier élément de la tangente EK; c'est-à-dire qu'il faut réduire cette même fraction à l'état de *constante* dans toute l'étendue EG$=\mathrm{d}x$; ce qui est le caractère distinctif de l'équation à la ligne droite. Or, il est évident que pour cela il suffira de pren-

dre la valeur de $\frac{dy}{dx}$ dans la supposition de dy et $dx = 0$; puisque par-là on aura celle qui convient au point E, qui est en même temps le point d'intersection de la courbe avec l'axe EL, et de la tangente EK avec le même axe; d'où il suit que la valeur qu'on obtiendra, conviendra également à la courbe et à la tangente. De plus, nous avons vu que la valeur constante, que donne la considération du point d'intersection de cette dernière, convient également à chacun des points du petit élément rectiligne qui lui est commun avec la courbe. Or par-là notre équation C se change en $\frac{0}{0} = \frac{2a - 2x}{2y} = \frac{a - x}{y}$; nous pouvons donc en toute sûreté conclure que généralement $\frac{dy}{dx} = \frac{GH}{EG} = \frac{a - x}{y}$; comme le donne la règle ordinaire; d'où résulte l'équation différentielle connue $y\,dy = (a - x)\,dx$, lorsqu'on fixe l'origine des abscisses du cercle à une des extrémités A du diamètre.

10. Le symbole $\frac{0}{0}$ dont nous venons de faire usage, désigne à la vérité réellement une valeur indéterminée; et il est facile d'en assigner la raison, puisqu'il doit se plier à représenter toutes les variations que peut éprouver l'angle
Figure I. BAD, ou le rapport $\frac{b}{a}$, si l'on fait tourner la ligne AD autour du point A. Mais dès l'instant que ce rapport est fixé, cette indétermination cesse d'avoir lieu; et dans tous les cas, quel qu'il soit, la connaissance de la valeur que prend la fraction $\frac{0}{0}$; c'est-à-dire, celle $\frac{y}{x}$ au sommet même

de l'angle, suffit à établir celle que cette même fraction aura à tous les autres points de la ligne AB. Voilà pourquoi dans notre exemple du cercle, ayant la formule C ci-dessus (§ 8), qui appartient en général à tout l'arc EHL, pour la restreindre au petit élément du même arc, Figure II. qui se confond avec la tangente en E, nous avons dit : au point E sommet de l'angle KEG, on a $\mathrm{d}x$ et $\mathrm{d}y = 0$; donc alors la fraction $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ devient $= \frac{0}{0}$. Mais comme en même-temps $\mathrm{d}x$ et $\mathrm{d}y$ deviennent également zéro dans l'expression de sa valeur générale, qui se réduit par-là à $\frac{2(a-x)}{2y} = \frac{a-x}{y}$; et que nous savons que cette valeur reste nécessairement la même dans toute l'étendue de la petite abscisse $\mathrm{d}x$, il en résulte que la valeur de la fraction $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ est en effet $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{a-x}{y}$.

On peut donc considérer ce symbole $\frac{0}{0}$ comme le type préexistant de la valeur future que prendra le rapport des coordonnées dans leur développement, lorsque le point A Figure I. s'avancera le long de l'abscisse AB. Quant à son expression $\frac{a-x}{y}$, elle est évidemment constante, quoique renfermant les deux variables x et y; puisque ces variables cessent d'être telles dans toute l'étendue du petit élément EH (§ 8).

11. Nous venons de démontrer par l'exemple de l'équation au cercle; et l'application de cette démonstration à tous les cas possibles est trop évidente pour nous y arrêter,

nous venons, dis-je, de démontrer que la valeur du rapport $\frac{dy}{dx}$ ne peut jamais être qu'une fonction de x et y et de constantes, sans aucun mélange des différentielles dy ou dx. Il suit clairement de là que toute équation différentielle du premier ordre et du premier degré à deux variables se réduit à la forme $A dy + B dx = 0$, ou faisant $dy = p dx$, à celle $Ap + B = 0$, A et B ne contenant que x, y, et des constantes.

Nous allons maintenant examiner comment de ce premier ordre on passe au second. Mais nous commencerons par établir ici une vérité qui, toute simple qu'elle est, nous sera d'une grande utilité dans ce qui suit; savoir, que *lorsqu'une grandeur quelconque croît ou décroît selon une loi quelconque, la variation qu'elle a éprouvée pendant le premier instant a nécessairement été opérée par une marche uniforme.*

En effet, dans le cas contraire, il existerait une certaine inégalité entre deux parties consécutives de cette variation. Or une pareille inégalité n'aurait pu s'y introduire que successivement, puisque l'existence d'une partie inégale suppose toujours la préexistence d'une partie antérieure à elle, dont elle vient à différer, soit en *plus*, soit en *moins.* Ainsi l'introduction de la moindre inégalité exige au moins deux instans consécutifs; et elle ne peut conséquemment avoir lieu dans l'hypothèse d'un premier instant unique.

Mais afin de faire bien saisir le sens de ce principe, je crois devoir ajouter ici quelques réflexions ultérieures. Il est certain que quelque petits qu'on suppose un *instant,*

une *ligne*, un *espace*, ou enfin une grandeur quelconque, on pourra toujours les subdiviser de nouveau, et recommencer la même opération sur chacune de ces subdivisions à l'infini. Que faut-il donc entendre ici par ce que je nomme un *instant*, un *élément*, etc.? rien de plus ni de moins que cette dernière subdivision, qu'on ne peut ni atteindre, ni même assigner; mais que l'esprit seul entrevoit à l'extrême horizon de la possibilité; et dont le géomètre voit clairement que l'usage subsidiaire ne peut aucunement infirmer ici la validité de nos conclusions. Au reste, nous reviendrons plus bas (§§ 33 et 34) sur ce même principe, et nous ferons voir qu'il n'est que celui des articles 5, 6, etc. présenté sous un point de vue plus général. Cela posé nous allons passer à l'examen de la formation des équations différentielles du second ordre.

12. Soit celle du premier ordre....(D)

$$a^3 p - x^2 y - y^3 = 0$$

où $p = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$. En mettant dans cette équation $p + \mathrm{d}p$, $y + \mathrm{d}y$, et $x + \mathrm{d}x$ pour p, y et x, nous aurons

$$a^3(p + \mathrm{d}p) - (y + \mathrm{d}y)(x + \mathrm{d}x)^2 - (y + \mathrm{d}y)^3 = 0;$$

ou effectuant les opérations indiquées, réduisant en vertu de l'équation D, mettant partout $p\,\mathrm{d}x$ pour $\mathrm{d}y$, et prenant la valeur qui en résulte pour $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}$, ... (E)

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = \frac{2xy + px^2 + 3py^2 + y\mathrm{d}x + 2px\mathrm{d}x + 3p^2y\,\mathrm{d}x + p\,\mathrm{d}x^2 + p^3\mathrm{d}x^2}{a^3}.$$

Remarquons maintenant dans cette équation E;

1°. Que x et y sont toujours les coordonnées primitives

Figure III. PA, AE, à la vérité quelconques, mais supposées pour le moment déterminées comme constantes;

2°. Que p est le rapport $\frac{dy}{dx} = \frac{FI}{EI}$ également déterminé et constant;

3°. Que $dp = d\left(\frac{dy}{dx}\right)$ désigne l'incrément indéterminé que prend ce rapport $p = \frac{dy}{dx}$, incrément qui est ici figuré par $\frac{GL}{FK}$. Je dis l'incrément indéterminé, puisque rien jusqu'ici ne limite l'extension qu'il peut prendre le long du nouvel axe des abscisses FK dont il suit les progrès.

Donc puisque, 1°. nous voulons la borner à la durée d'un premier instant unique, et que par notre principe ci-dessus (§ 11), un pareil incrément a nécessairement dû être uniforme dans sa marche, aussi bien que celui de la petite abscisse correspondante dx, d'où il suit évidemment que le rapport $\frac{dp}{dx}$ est un rapport constant; 2°. que de plus, le lieu d'une grandeur quelconque qui croît ainsi uniformément est toujours une ligne droite, ou du moins, qu'une pareille grandeur peut toujours se rapporter à une pareille ligne, formant avec ses deux coordonnées un petit triangle rectangle, dont l'équation reste constamment, dans toute son étendue, la même qu'au point où les deux coordonnées se réduisent en même temps à zéro (§ 6), il s'ensuit qu'en ramenant cette équation E à l'origine F des coordonnéees de ce petit triangle, où dp, et $dx = FK$ sont en même-temps $= 0$, puisque ce n'est qu'au-delà de ce point que commence leur existence commune, il s'ensuit, dis-je, qu'on pourra en conclure la véritable valeur de

la fraction $\frac{dp}{dx}$. Or $\frac{0}{0}$ sera $\frac{2xy + px^2 + 3py^2}{a^3}$; on aura donc également

$$\frac{dp}{dx} = \frac{2xy + px^2 + 3py^2}{a^3};$$

d'où $a^3 dp - (2xy + px^2 + 3py^2) dx = 0$, qui est conforme au résultat ordinaire

13. C'est en suivant la même marche que nous passerons maintenant à la formation des équations différentielles du troisième ordre, après avoir fait remarquer qu'il suit évidemment de ce qui précède, que toute équation du second ordre est de la forme $A dp + B dx = 0$, ou en faisant de plus $dp = q dx$, de celle $Aq + B = 0$, A et B ne pouvant contenir que x, y et p. Nous prendrons pour exemple l'équation (F) $p^2 qy + px - x - a = 0$; et en y substituant

$x + dx$, $y + dy$, $p + dp$, et $q + dq$, à x, y, p et q,

nous aurons

$$(p+dp)^2(q+dq)(y+dy) + (p+dp)(x+dx) - (x+dx) - a = 0,$$

qui en faisant les opérations indiquées, réduisant par la considération de l'équation F, mettant par-tout $p dx$ pour dy, et $q dx$ pour dp, et prenant enfin la valeur du rapport $\frac{dq}{dx}$, se change en ..... (G)

$$\frac{dq}{dx} = \frac{1 - p - qx - p^3q - 2pq^2y - q^3y dx - 2p^2q^2 dx - q dx - q^3p dx^2}{p^2y + p^3 dx + 2pqy dx + q^2y dx^2 + 2p^2q dx^2 + pq^2 dx^3}.$$

14. Nous dirons donc ici de nouveau, 1°. que dans l'équation G, x et y sont toujours les mêmes coordonnées primitives PA, AE, que pour ce moment il faut traiter

8.

comme constantes ; 2°. que p est le rapport $\frac{dy}{dx} = \frac{FI}{EI}$, également déterminé et constant ; 3°. que q est celui $\frac{dp}{dx} = \frac{\frac{GL}{FK}}{FK}$, qu'il faut aussi pour le moment regarder comme tel, puisque sa valeur est entièrement exprimée dans l'équation F, par les grandeurs x, y, p, que nous venons de voir être elles-mêmes déterminées et constantes; et enfin 4°. que $dq = d\left(\frac{dp}{dx}\right)$ désigne l'incrément indéterminé que prend le rapport $\frac{dp}{dx} = q$, au-delà du point G, incrément qui est ici figuré par $\frac{HN - GL}{GM}$.

Nous conclurons donc de nouveau, par les motifs allégués ci-dessus (§ 12), qu'en ramenant cette équation G à l'origine G des coordonnées de son petit triangle rectangle respectif, on pourra, de l'expression qu'en faisant dq et $dx = 0$ on obtiendra pour le rapport $\frac{0}{0}$, savoir $\frac{1 - p - qx - p^3q - 2pq^2y}{p^2y}$, conclure que cette même fraction est également la valeur du rapport $\frac{dq}{dx}$; d'où résulte enfin l'équation différentielle du troisième ordre, conforme à celle que fournit la méthode ordinaire; savoir,

$$p^2y\,dq + (2pq^2y + p^3q + qx + p - 1)\,dx = 0.$$

Ce qui précède, quoique seulement appliqué à des exemples particuliers, suffit pour prouver que le même raison-

nement s'étendra avec le même succès à tout ordre quelconque d'équations différentielles à deux variables seulement; et me paraît propre à dissiper ce qui restait encore de nébuleux dans l'exposition du principe de la différentiation, quelque convaincus que fussent tous les géomètres de l'infaillibilité de cette méthode en elle-même.

15. Avant de quitter cette matière, je présenterai ici quelques réflexions sur ce qu'il faut entendre en géométrie par le mot *petit*. Rien n'est *grand* ni *petit* dans le sens *absolu*, mais seulement dans le sens *relatif;* c'est-à-dire qu'une chose n'est jamais ni grande ni petite, mais seulement plus grande ou plus petite qu'une autre chose. Cet *absolu* que, dans le langage ordinaire, nous nous permettons d'attribuer à ces deux termes, est lui-même *relatif* à l'étendue de nos facultés physiques; et tel objet qui par cette espèce de petitesse, échappe pour ainsi dire à notre vue, paraîtra peut-être comme nous paraît un éléphant, à cet insecte presqu'imperceptible, qui dans les nuits d'été se promène avec une rapidité étonnante sur le papier qu'éclaire une lampe ou une bougie. Et cependant ce petit être a des membres très-agiles, plus agiles que les animaux les plus légers à la course; dans ces membres, qu'on peut à peine distinguer, circule un fluide vivifiant, actif; et peut-être dans l'instant où je fais ces réflexions, ce même petit insecte en aperçoit-il un autre, qui échappe entièrement à ma vue, et auquel il pourrait appliquer le même raisonnement, que je viens de faire sur lui.

16. Mais un examen approfondi de l'essence des lignes courbes va nous présenter des détails bien plus merveil-

leux. Considérons d'abord la ligne droite *mathématique* rapportée comme une autre courbe à des coordonnées rectangulaires. Tous ses points sont dans une même direction; c'est-à-dire, que deux élémens consécutifs y forment entr'eux un angle exactement de 180 degrés; ou plutôt en d'autres termes, qu'il n'existe plus entr'eux le moindre vestige d'un angle : aussi toutes ses tangentes se confondent-elles et s'identifient-elles dans elle-même et avec elle-même. Si de cette considération nous passons à celle d'une courbe quelconque aussi *mathématique*, ou seulement à celle du cercle qui nous suffit ici, nous remarquerons que dans toute sa circonférence il n'y a pas un seul point sur lequel on ne puisse mener un rayon, et auquel conséquemment on ne puisse appliquer une tangente; qu'il paraît résulter de là qu'il n'existe aucun point dans toute cette circonférence qu'on doive regarder, plutôt qu'un autre, comme le sommet d'un angle, quelque grand, quelqu'approchant de deux droits qu'on veuille l'imaginer; que cependant nous avons vu (§ 2) que le cercle n'est que la limite où le polygone régulier circonscrit vient se confondre avec le polygone régulier inscrit; que chacun de ces polygones dans l'instant même de leur entière identification est un composé d'angles et de petits côtés adjacens. Comment après cela se refuser à croire que la courbe elle-même est un pareil composé, mais où les angles sont si grands, si près de former deux angles droits; c'est-à-dire, de ne plus former d'angles, et en même-temps les côtés si petits, qu'il est impossible, dans la courbe même *mathématique*; c'est-à-dire, n'ayant aucune épaisseur, d'assigner la moindre différence d'un point à un autre.

17. Au reste on pourrait demander où est la démonstration, où même est la nécessité : je dis plus, où est la possibilité que tous ces points soient si parfaitement, si mathématiquement de même nature? Certes à l'extrémité du contact, la courbe se détache de la tangente; son élément contigu y forme donc un angle avec cette même tangente; et conséquemment aussi avec l'élément précédent qui n'est qu'*un* avec celui de celle-ci formant le contact.

Je prends pour exemple la formule générale $2x$ de la sous-tangente de la parabole concave, dont l'équation est $y^2 = px$. Sans doute, quelque valeur que j'attribue à x, je trouverai une valeur réelle correspondante $2x$ pour la sous-tangente en ce point de la courbe. Voilà donc une preuve, me dira-t-on, que tous les points de cette courbe sont propres à former un point de contact. Je conviens qu'il paraît d'abord difficile de se refuser à cette preuve, et encore plus de la réfuter, tant elle est spécieuse. Mais ne craignons pas de la sonder profondément, et nous verrons bientôt qu'elle n'est que cela.

En effet, tant que cette courbe n'est donnée que par son équation, nous sommes loin de la connaître individuellement : nous savons seulement à quelle famille elle appartient. Ainsi si nous en décrivons une quelconque, par exemple celle ACE et que nous joignions les deux points A, E, par la ligne AE, cette même équation désignera également toutes celles AFD à l'infini qu'on peut décrire de la même origine A. Et comme toutes les paraboles sont semblables entr'elles, il sera vrai de dire que les différens arcs ACE, AFD, qui se terminent à la li- Figure IV.

gne AE, ne diffèrent entr'eux que par la grandeur de l'échelle qui leur sert de mesure, et dont le *module* n'est autre que le paramètre, qu'il est imposible de déterminer d'une manière précise, autrement qu'en le traçant lui-même, ou en l'assimilant à quelque longueur déjà connue.

Mais, dites-vous, je lui donne une valeur déterminée : ce sera cinq *centimètres :* soit. Nous décrirons donc cette parabole déterminée qui soit ici celle ACE. Mais cette détermination ne particularise aucunement son équation, ni même, lorsqu'on n'emploie que le seul raisonnement, l'énoncé de ses propriétés. Vous pourriez indistinctement substituer au mot *centimètre ,* toute autre mesure connue. Votre détermination n'a d'effet que sur la parabole même décrite. Mais quelle qu'elle soit, vous trouverez toujours, tant par l'algèbre que par le raisonnement, qu'à chaque abscisse AB répond un point dont la sous-tangente est double d'elle. Mais ce point sera aussi-bien celui F, ou celui, etc. à l'infini, que celui C. Et comme les arcs AC, AF, etc. ne sont pas semblables entr'eux, comme l'étaient ceux ACE, AFD, etc., il s'ensuit que cette abscisse pourra répondre dans l'une de ces courbes à un sommet d'angle, et dans l'autre au milieu ou à l'extrémité du petit côté adjacent qui concourt à le former.

Mais si on veut réfléchir à la différence que j'ai établie dans tous le cours du petit mémoire cité au commencement de celui-ci, entre la ligne et le point *physiques,* qui sont ceux qui existent réellement par eux-mêmes, et la ligne et le point *mathématiques* dont l'existence ne peut être conçue isolément de celle de premiers, mais qui co-exis-

tent toujours essentiellement avec eux, on verra que tout cela est parfaitement en harmonie avec le principe : *que chaque petit côté élémentaire d'une courbe est réellement un point* physique (*même mém.* § 13) *ayant autant d'étendue qu'il en faut strictement, pour être terminé par deux points* mathématiques, *séparés l'un de l'autre de manière seulement à ne pas être un seul et même point;* et que cela ne préjudicie en rien à la théorie généralement admise par tous les géomètres. En effet, que la tangente parte d'un sommet d'angle; ou du milieu, ou de l'extrémité d'un des petits côtés adjacens, il est certain que, puisque pour être réellement *tangente,* elle doit nécessairement suivre la direction de ce petit côté, (car il est évident qu'une tangente qui n'aurait de commun avec la courbe qu'un seul point mathématique, comme est celui du sommet de l'angle, n'aurait aucune direction déterminée) elle conservera également dans les trois cas, cette même direction.

18. Mais allons plus loin, et suivons la formation du cercle dès sa naissance : c'est en effet la courbe qui, par la facilité qu'on a à la décrire, se prête le mieux à cette dernière observation. Imaginons donc un compas terminé par deux pointes les plus aiguës, et se rapprochant le plus qu'il est possible du point mathématique lui-même. Ayant posé ces deux pointes sur un plan, chacune y marquera un point, puis faisant faire à l'une des jambes un petit mouvement élémentaire autour de l'autre, la pointe mobile aura décrit une petite ligne droite. Car je suppose que le second point auquel sera parvenue cette pointe, est précisément le premier auquel elle ait pu parvenir en quittant sa place antérieure; c'est-à-dire, que si par ces

deux points on mène une petite ligne élémentaire, il ne s'en trouvera aucun intermédiaire, ni au-dessus, ni au-dessous d'elle; car dans le cas contraire, ce serait ce même point intermédiaire qui devrait terminer notre première ligne élémentaire, et ainsi de suite.

Maintenant si de ce second point, on fait faire à la même pointe un second mouvement parfaitement semblable au premier, il est clair que la seconde petite ligne élémentaire, qui joindra le second et le troisième point, formera un angle avec la première. Sans cela il arriverait que ce petit arc de cercle aurait trois points communs avec une ligne droite ; ce qu'on sait être contraire à la nature de cette courbe.

Voilà ce qu'en géométrie on peut appeler un élément de courbe : et ce n'est qu'en franchissant ainsi les bornes qui circonscrivent les idées ordinaires, qu'on peut estimer combien, vu la grandeur de pareils angles existans dans la circonférence même d'une courbe, ces angles doivent se multiplier, et conséquemment les côtés adjacens être petits, pour produire sur la moindre portion de l'axe des abscisses, une pareille déviation de la ligne droite.

Concluons donc finalement que le cercle n'est strictement que la limite réelle, dans laquelle viennent se confondre le polygone circonscrit et le polygone inscrit; limite qui conserve essentiellement sa nature de polygone, mais tellement atténuée par la grandeur et la multiplicité des angles, et par la petitesse et le nombre des côtés, qu'elle semble entièrement effacée. Et ajoutons (§ 17) que cet

état de choses n'infirme en rien la doctrine reçue, tant sur cette courbe, que sur toutes les autres, qui, comme on sait, peuvent être considérées comme composées d'arcs de cercles variables, décrits chacun de son rayon de développée respectif.

19. Nous passerons maintenant à l'examen de la différentiation des équations à plus de deux variables. Car si notre principe ne résout pas la difficulté dans tous les cas, il perd dès-lors tout son mérite. Nous commencerons par les équations finies ou primitives à trois variables, d'abord parce qu'elles sont les plus simples après celles qui n'en contiennent que deux; et sur-tout parce que représentant des surfaces courbes, on peut toujours facilement se figurer en idée les diverses transformations que leur différentiation y opère. Prenons pour exemple l'équation de la sphère, prise depuis l'extrémité d'un quelconque de ses diamètres qui soit $=2r$. Nommons x les abscisses mesurées sur ce diamètre et y leurs co-abscisses qui leur sont perpendiculaires, toutes deux décrites sur le plan horizontal qui passe par le centre de cette sphère; et soit l'ordonnée verticale correspondante à ces deux co-abscisses $=z$. Par-là notre équation sera...... (H) $z^2+y^2=2rx-xx$.

Supposons maintenant que z, x, et y prennent respectivement leurs accroissemens $\mathrm{d}z$, $\mathrm{d}x$, et $\mathrm{d}y$; cette équation se changera en

$$(z+\mathrm{d}z)^2+(y+\mathrm{d}y)^2=2r(x+\mathrm{d}x)-(x+\mathrm{d}x)^2,$$

qui en vertu de l'équation primitive H, se réduit à (J)

$$2z\,\mathrm{d}z+\mathrm{d}z^2+2y\,\mathrm{d}y+\mathrm{d}y^2=2r\,\mathrm{d}x-2x\,\mathrm{d}x-\mathrm{d}x^2.$$

20. Remarquons maintenant que dans l'équation H, on peut considérer l'une ou l'autre des trois variables comme étant fonction des deux autres : nous choisirons ici pour cela l'ordonnée verticale z. Ainsi z est fonction des deux autres variables x et y; ou en d'autres termes, elle est une variable dépendante des deux autres, que je nommerai indépendantes ou *fonctionnantes*. Je puis donc imaginer que ces deux dernières ne varient que successivement. En effet, par cette supposition on établit seulement que le déplacement, ou la variation de l'ordonnée z, se fait sans quitter le plan des z et de la variable qui varie actuellement ; déplacement qui mène évidemment à un point qui se trouve également sur la même surface, et pour lequel l'équation primitive H, aussi bien que l'équation dérivée J continuent conséquemment d'avoir lieu.

Ainsi lorsque la seule variable x variera, il faudra dans l'équation J supprimer l'incrément de l'autre variable y, ou faire $\mathrm{d}y = 0$; ce qui la réduira à

$$2z\,\mathrm{d}z + \mathrm{d}z^2 = 2r\,\mathrm{d}x - 2x\,\mathrm{d}x - \mathrm{d}x^2,$$

où on se souviendra que par cette opération, l'ordonnée z n'a varié que par l'une x de ses variables fonctionnantes; c'est-à-dire, qu'elle n'a varié que dans le sens de cette variable, et conséquemment que l'incrément de z qui en résulte n'est que partiel. Or nous trouverons par ce résultat partiel,

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x} = \frac{2r - 2x - \mathrm{d}x}{2z + \mathrm{d}z},$$

équation qui étant ramenée, selon notre principe, à l'ori-

gine de $\mathrm{d}x$ et $\mathrm{d}z$, comme dans les équations à deux variables seulement (§ 11), nous donnera une valeur constante pour toute l'étendue de $\mathrm{d}x$. Ainsi en y faisant tant $\mathrm{d}x$ que $\mathrm{d}z=0$, nous aurons $\frac{0}{0}=\frac{2r-2x}{2z}=\frac{r-x}{z}$; et cette même valeur sera celle du rapport $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$, appropriée à l'hypothèse d'un premier instant unique. Si nous faisons ensuite la même opération sur z relativement à la seconde variable fonctionnante y, en annulant dans l'équation J l'incrément $\mathrm{d}x$, il nous restera d'abord

$$2z\,\mathrm{d}z+\mathrm{d}z^2+2y\,\mathrm{d}y+\mathrm{d}y^2=0,$$

où z n'a varié que relativement à cette seconde variable ; c'est-à-dire, dans le sens de cette variable. Il résultera de là, par les mêmes raisonnemens que ci-dessus,

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}=\frac{-2y}{2z}=\frac{-y}{z}.$$

21. Nous connaissons donc les rapports de chacun des deux incrémens partiels, dont l'ensemble constitue l'incrément total de z, à son abscisse respective ; savoir $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}=\frac{r-x}{z}$, et $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}=\frac{-y}{z}$. Or ces rapports sont précisément les coéfficiens différentiels de z du premier ordre. Multipliant donc le premier par $\mathrm{d}x$ et le second par $\mathrm{d}y$, nous aurons les deux différentielles partielles $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}\mathrm{d}x=\frac{r-x}{z}\mathrm{d}x$, $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}\mathrm{d}y=\frac{-y}{z}\mathrm{d}y$; ces deux expressions $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}\mathrm{d}x$ et $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}\mathrm{d}y$ ne désignant autre chose ;

la première, que la variation partielle de z par x; et la seconde celle par y; comme si on était convenu d'attribuer à la variation par x le signe d, et à celle par y celui δ. Donc la différentielle totale; c'est-à-dire, la variation totale de z, pendant un premier instant unique, sera l'agrégat de ces deux variations partielles; savoir

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}\,\mathrm{d}x + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}\,\mathrm{d}y = \mathrm{d}z = \frac{r-x}{z}\,\mathrm{d}x - \frac{y}{z}\,\mathrm{d}y$$

d'où $z\,\mathrm{d}z = (r-x)\,\mathrm{d}x - y\,\mathrm{d}y$, et enfin

$$z\,\mathrm{d}z - (r-x)\,\mathrm{d}x + y\,\mathrm{d}y = 0,$$

comme par la méthode ordinaire.

22. Tous les raisonnemens dont nous nous sommes servis dans cet exemple bien simple, pouvant évidemment s'appliquer à toute pareille équation finie, nous en concluons que notre même principe nous a également conduits ici avec sureté et facilité à la démonstration du théorême général : *que la différentielle première d'une équation finie à trois variables* z, x *et* y *ne peut être que de la forme* $A\,\mathrm{d}z + B\,\mathrm{d}x + C\,\mathrm{d}y = 0$; ou en d'autres termes qui donneront une idée parfaitement claire de ce mot *differentielle: que la différence survenue, dans une équation à trois variables* z, x *et* y, *par l'addition faite à chacune d'elles respectivement des quantités* dz, dx *et* dy, *entre son nouvel état et son état précédent, lorsqu'on a exprimé en toute rigueur dans celui-là, que ces* dz, dx *et* dy *sont des variations opérées dans un premier instant unique, que cette différence, dis-je, ne peut être rendue que par une équation de la forme ci-dessus, où* dz, dx *et* dy *ne sont jamais*

qu'au premier degré, les coëfficiens A, B et C étant d'ailleurs liés entr'eux par l'équation de condition connue.

23. Quant à la différentiation des équations entre un plus grand nombre quelconque m de variables, quoiqu'on ne puisse plus, comme dans celles à trois seulement, tracer dans l'espace les variations simultanées qu'éprouve chacune d'elles, il n'en est pas moins évident qu'on a toujours la liberté de considérer $m - 1$ de ces variables comme indépendantes, et l'une quelconque d'elles comme dépendante ou comme une fonction implicite des $m - 1$ premières; et conséquemment aussi, de ne calculer que successivement la relation de la variation de la variable principale ou dépendante, à celle de chacune des variables indépendantes qui la *fonctionnent*. Or l'expression de cette relation devant toujours être modifiée par la restriction de l'instantanéité de l'opération, d'où résultent les diverses variations de chacune de ces dernières variables, et la variation totale de la variable dépendante n'étant que l'agrégat des variations partielles qu'elle éprouve relativement à chacune des variables indépendantes, on voit clairement que notre principe s'appliquera avec le même succès à la première différentiation de toute équation finie, quel que soit le nombre m des variables qui la compliquent.

24. Il ne nous reste plus qu'à faire passer notre principe par l'épreuve des différentiations ultérieures des équations différentielles d'un ordre quelconque entre un nombre quelconque de variables : c'est de quoi nous allons nous occuper dans le plus grand détail; afin de jeter sur cette matière toute la lumière qu'exige son importance :

commençons par une observation générale. Il est certain que quelle que soit une équation, soit finie, soit différentielle, pourvu que dans ce dernier cas elle satisfasse aux équations de condition qui conviennent à son ordre, et quel que soit le nombre des variables qui la compliquent, cette équation est toujours le lieu, sinon d'un état de choses continu, cohérent, régulier, et qui nous est apercevable, soit en réalité, soit seulement en idée, comme le sont les lignes et les surfaces courbes, du moins d'un certain système, dont les parties sont liées entr'elles par un rapport déterminé ; rapport dont l'existence ne tient aucunement à la grandeur actuelle de ces variables ; mais qui dans leurs variations subséquentes règle constamment leurs situations et leurs attitudes réciproques.

Ainsi lorsque dans une pareille équation toutes les variables ou quelques-unes seulement d'entr'elles viennent à croître ou à décroître, ce changement dans la grandeur de ces variables ne trouble aucunement le rapport antérieur qui existait entr'elles : le point de son action seul à changé ; et cette opération n'a fait que le transposer dans l'espace, soit physique, soit purement intellectuel, auquel ce système appartient. Il suit de là que quelqu'équation que l'on ait à traiter, elle continuera d'avoir lieu, quand même chacune, ou seulement quelques-unes des variables viendraient à éprouver un accroissement ou un décroissement quelconque.

25. Cela posé, soit l'équation à différentier ultérieurement celle du premier ordre à trois variables

$$(\mathrm{K}) \quad (3z^2 + ax)\,\mathrm{d}z + (az + y^2)\,\mathrm{d}x + 2xy\,\mathrm{d}y = 0\,,$$

forme que nous avons vu ci-dessus (§ 22) être toujours celle d'une pareille équation. Nous continuerons de regarder ici z comme la variable principale qui (§ 20) est fonction des deux autres, et en conséquence nous ferons $dz = p\,dx + q\,dy$. Substituant donc cette nouvelle expression dans la proposée K, elle se changera en (K')

$$(3z^2 + ax)(p\,dx + q\,dy) + (az + y^2)dx + 2xy\,dy = 0,$$

qui à cause de l'indépendance mutuelle des deux variables x et y, se partage manifestement en deux équations partielles; savoir,

(L) .... $(3z^2 + ax)p + az + y^2 = 0$, et

(M) .... $(3z^2 + ax)q + 2xy = 0$;

où il faut observer que p, q et z, sont des fonctions implicites des deux variables indépendantes x et y. Et c'est conformément à cette observation, que nous allons les faire varier successivement chacune, d'abord par la première et puis par la seconde de ces deux variables indépendantes; c'est-à-dire que nous changerons d'abord dans celle L, p, z et x en $p + \frac{dp}{dx}dx$, $z + p\,dx$, et $x + dx$; et puis p, z, et y en $p + \frac{dp}{dy}dy$, $z + q\,dy$, et $y + dy$; ensuite nous changerons également dans celle M en premier lieu, q, z, et x en $q + \frac{dq}{dx}dx$, $z + p\,dx$, et $x + dx$; et en second lieu, q, z, et y en $q + \frac{dq}{dy}dy$, $z + q\,dy$, et $y + dy$. Il

résultera de là les quatre équations partielles suivantes (N); savoir,

$$\left[\begin{array}{l}
\text{a)} \cdots \left(3(z+p\,dx)^2+a(x+dx)\right)\left(p+\frac{dp}{dx}dx\right)+a(z+p\,dx)+y^2=0;\\
\text{b)} \cdots \left(3(z+q\,dy)^2+ax\right)\left(p+\frac{dp}{dy}dy\right)+a(z+q\,dy)+(y+dy)^2=0;\\
\text{c)} \cdots \left(3(z+p\,dx)^2+a(x+dx)\right)\left(q+\frac{dq}{dx}dx\right)+2y(x+dx)=0;\\
\text{d)} \cdots \left(3(z+q\,dy)^2+ax\right)\left(q+\frac{dq}{dy}dy\right)+2x(y+dy)=0.
\end{array}\right.$$

Et en effectuant les opérations indiquées, réalisant dans chacune l'équation primitive dont elle dérive, et enfin prenant les rapports $\frac{dp}{dx}$, $\frac{dp}{dy}$, $\frac{dq}{dx}$, et $\frac{dq}{dy}$, on en conclura pour leurs valeurs indéterminées.... (O)

$$\left[\begin{array}{l}
\text{a}') \cdots \frac{dp}{dx}=\frac{-6p^2z-2ap-3p^3dx}{3z^2+ax+(6pz+a)dx+3p^2dx^2};\\
\text{b}') \cdots \frac{dp}{dy}=\frac{-6pqz-aq-2y-3pq^2dy-dy}{3z^2+ax+6qz\,dy+3q^2dy^2};\\
\text{c}') \cdots \frac{dq}{dx}=\frac{-6pqz-aq-2y-3p^2q\,dx}{3z^2+ax+(6pz+a)dx+3p^2dx^2};\\
\text{d}') \cdots \frac{dq}{dy}=\frac{-6q^2z-2x-3q^2dy}{3z^2+ax+6qz\,dy+3q^2dy^2};
\end{array}\right.$$

valeurs qu'il ne faut plus que rendre parfaitement déterminées d'après la règle exposée ci-dessus et notamment (art. 14, 20 et 21).

26. Nous dirons donc encore ici;

1°. Que dans ces quatre dernières équations, z, x et y sont toujours les mêmes coordonnées primitives, essentiellement indéterminées à la vérité, mais que pour ce moment (§ 8) il faut traiter comme déterminées et fixes;

2°. Que p et q qui représentent les rapports $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$, ou $\frac{\frac{dz}{dx}dx}{dx}$, $\frac{\frac{dz}{dy}dy}{dy}$ des premiers incrémens simultanés de l'ordonnée, ou de la variable principale et dépendante à ceux des deux variables indépendantes, sont également déterminés et fixes, étant définis par les équations L et M en z, x et y, auxquelles ils appartiennent uniquement, et qui comme nous venons de le dire, le sont elles-mêmes pour ce moment;

3°. Que $\frac{dp}{dx} = \frac{d\left(\frac{dz}{dx}\right)}{dx}$; $\frac{dp}{dy} = \frac{d\left(\frac{dz}{dx}\right)}{dy}$; $\frac{dq}{dx} = \frac{d\left(\frac{dz}{dy}\right)}{dx}$; $\frac{dq}{dy} = \frac{d\left(\frac{dz}{dy}\right)}{dy}$;

4°. Que les rapports $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$, ne commencent à prendre ces accroissemens qu'à l'extrémité des premiers incrémens dz, dx et dy, et conséquemment qu'à ce point, qui est précisément celui où les seconds incrémens des variables indépendantes x et y vont prendre naissance, les accroissemens de ces rapports sont encore nuls;

5°. Que d'ailleurs, pour satisfaire pleinement à la con-

dition indispensable (§ 11) : *que les accroissemens que nous considérons ne soient dus qu'à un premier instant unique*, il faut exprimer dans les quatre équations a', b', c', d', que ces accroissemens se sont opérés d'une manière uniforme ; c'est-à-dire, comme les accroissemens simultanés de coordonnées à la ligne droite ;

6°. Que pour cela il faut que les rapports $\frac{dp}{dx} = \frac{d\left(\frac{dz}{dx}\right)}{dx}$, etc. (Il en est de même des autres) de l'incrément du rapport $\frac{dz}{dx}$ considéré comme une grandeur quelconque variable, à celui de l'abscisse ou de la variable indépendante correspondante x, soit constant dans toute l'étendue de ce dernier incrément ; ces deux incrémens devant se produire eux-mêmes d'une manière uniforme.

Or nous avons vu (§§ 6, 12) que le rapport des coordonnées à la ligne droite conserve son uniformité jusque dans leur origine même, où elles sont encore toutes deux zéro, et qu'il suffit de connaître, par quelque moyen que ce soit, quel est ce rapport en ce point, pour en conclure celui qu'elles ont dans toute l'étendue de cette même ligne. Nous ramenerons donc encore ici les quatre équations O ci-dessus à cette origine, en y faisant $\frac{dp}{dx}\,dx$, $\frac{dp}{dy}\,dy$, $\frac{dq}{dx}\,dx$, $\frac{dq}{dy}\,dy = 0$, aussi bien que dx et dy; ce qui, en remarquant que $\frac{dp}{dx} = \frac{\frac{dp}{dx}\,dx}{dx}$,

$\frac{dp}{dy} = \frac{\frac{dp}{dy}\,dy}{dy}$, etc., nous donnera les quatre nouvelles équations... (P)

$$\left[\begin{array}{l} a'')\ \frac{0}{0} = \frac{-6p^2z - 2ap}{3z^2 + ax}; \\ b'')\ \frac{0}{0} = \frac{-6pqz - aq - 2y}{3z^2 + ax}; \\ c'')\ \frac{0}{0} = \frac{-6pqz - aq - 2y}{3z^2 + ax}; \\ d'')\ \frac{0}{0} = \frac{-6q^2z - 2x}{3z^2 + ax}; \end{array}\right.$$

d'où on conclura ultérieurement les quatre équations partielles... (Q)

$$\left[\begin{array}{l} \alpha)\cdots (3z^2 + ax)\,\frac{dp}{dx}\,dx + (6p^2z + 2ap)\,dx = 0; \\ \beta)\cdots (3z^2 + ax)\,\frac{dp}{dy}\,dy + (6pqz + aq + 2y)\,dy = 0; \\ \gamma)\cdots (3z^2 + ax)\,\frac{dq}{dx}\,dx + (6pqz + aq + 2y)\,dx = 0; \\ \delta)\cdots (3z^2 + ax)\,\frac{dq}{dy}\,dy + (6q^2z + 2x)\,dy = 0; \end{array}\right.$$

dont réunissant les deux premières α et β, et puis les deux dernières γ et δ, on obtiendra les deux résultats

$$(3z^2 + ax)dp + 6pz\,dz + a\,dz + ap\,dx + 2y\,dy = 0;$$

$$(3z^2 + ax)\,dq + 6qz\,dz \quad + aq\,dx + 2x\,dy + 2y\,dx = 0.$$

Multipliant ensuite le premier par dx et le second par dy, et prenant leur somme, il viendra, en substituant dz à $p\,dx + q\,dy$ et d^2z à $dp\,dx + dq\,dy$,

$$(3z^2 + ax)\,d^2z + 6z\,dz^2 + 2a\,dx\,dz + 4y\,dx\,dy + 2x\,dy^2 = 0,$$

qui dans l'hypothèse de dx et dy constans, est en effet la seconde différentielle de l'équation finie $z^3 + azx + xy^2 - b^3 = 0$, dont la proposée K ci-dessus (§ 25) était la première.

27. On peut remarquer ici que dans les équations Q, celles β et γ assignent une même valeur commune à $\frac{dp}{dy}$ et à $\frac{dq}{dx}$; et tant que la proposée sera une différentielle exacte, cette identité ne peut manquer d'avoir lieu. En effet, en nous bornant aux équations du second ordre, ce qui suffit pour l'objet que nous nous proposons ici, soit une équation exacte quelconque (R)

$$A\,dz + B\,dx + C\,dy = 0.$$

Si on considère cette équation comme étant le résultat de la double variation par les deux variables indépendantes x et y seulement, dont la troisième z est elle-même une fonction dépendante, cette équation R, à cause de cette même indépendance se partagera en deux autres $A\frac{dz}{dx} + B = 0$, et $C\frac{dz}{dy} + C = 0$. Or si on fait varier successivement chacune de ces équations du premier

ordre, d'abord par x, et puis par y, on parviendra aux quatre résultats suivans (R')

$$\left[\begin{array}{l}
\mathrm{r}\,)\cdots A\,\frac{d^2 z}{dx^2}+\frac{dA}{dz}\left(\frac{dz}{dx}\right)^2+\left(\frac{dA}{dx}+\frac{dB}{dz}\right)\frac{dz}{dx}+\frac{dB}{dx}=0;\\
\mathrm{r}'\,)\cdots A\,\frac{d^2 z}{dx\,dy}+\frac{dA}{dz}\,\frac{dz}{dx}\,\frac{dz}{dy}+\frac{dA}{dy}\,\frac{dz}{dx}+\frac{dB}{dz}\,\frac{dz}{dy}+\frac{dB}{dy}=0;\\
\mathrm{r}''\,)\cdots A\,\frac{d^2 z}{dy\,dx}+\frac{dA}{dz}\,\frac{dz}{dy}\,\frac{dz}{dx}+\frac{dA}{dx}\,\frac{dz}{dy}+\frac{dC}{dz}\,\frac{dz}{dx}+\frac{dC}{dx}=0;\\
\mathrm{r}'''\,)\cdots A\,\frac{d^2 z}{dy^2}+\frac{dA}{dz}\left(\frac{dz}{dy}\right)^2+\left(\frac{dA}{dy}+\frac{dC}{dz}\right)\frac{dz}{dy}+\frac{dC}{dy}=0;
\end{array}\right.$$

qui, si on multiplie ceux r et r'' par dx, et ceux r' et r''' par dy, et qu'on en prenne la somme, donneront exactement dans la même hypothèse, la différentielle de l'équation R. Il s'agit donc de faire voir que tant que R sera elle-même une différentielle exacte ou complète, les deux équations partielles r' et r'' coïncideront et se confondront en une seule. Or pour cela il suffira d'observer que les deux premiers termes leur sont communs; que de plus, la condition d'intégrabilité de R exige que $\frac{dA}{dy}=\frac{dC}{dz}$, $\frac{dA}{dx}=\frac{dB}{dz}$, et enfin que $\frac{dC}{dx}=\frac{dB}{dy}$; valeurs dont la substitution convenable effectuée dans l'une ou dans l'autre de ces deux équations, les rendra parfaitement identiques entr'elles. Mais on voit en même-temps que cette identité dépend entièrement de cette condition de l'intégrabilité de l'équation R de l'ordre inférieur, sur laquelle

on a opéré ; et que sans cette restriction elle cesserait d'avoir lieu.

28. Nous ajouterons encore en peu de mots un second exemple de cette conformité des deux valeurs de $\frac{dp}{dy}$ et $\frac{dq}{dx}$, non pour les multiplier, ce qui serait parfaitement inutile, puisque nous venons de voir que cela doit toujours avoir lieu dans cette même hypothèse; mais afin de faire remarquer la différence entre le cas que nous venons d'examiner, et celui d'une proposée qui ne serait intégrable que *médiatement;* c'est-à-dire, au moyen d'un facteur. Cet exemple sera l'équation $2(y-x)z\,dz - z^2 dx + z^2 dy = 0$, pour laquelle on trouvera, par les mêmes opérations que ci-dessus,

$$\frac{dp}{dy} = \frac{2qz - 2pz - 2(y-x)pq}{2z(y-x)} = \frac{dq}{dx},$$

cette identité de valeurs ayant lieu par la même raison, puisque la proposée est la différentielle première complète de celle $z^2(y-x) - a^3 = 0$. Mais comme cette même proposée est divisible par z, si nous essayons les mêmes opérations sur le résultat de cette division; savoir, sur (S)

$$2(y-x)dz - z\,dx + z\,dy = 0,$$

nous parviendrons aux quatre valeurs suivantes

(T).... $\frac{dp}{dx} = \frac{3p}{2(y-x)}$; $\frac{dp}{dy} = \frac{q-2p}{2(y-x)}$; $\frac{dq}{dx} =$

$\frac{2q-p}{2(y-x)}$; et $\frac{dq}{dy}=\frac{-3q}{2(y-x)}$; où celles de $\frac{dp}{dy}$ et de $\frac{dq}{dx}$ ne sont pas la même, comme dans le cas précédent : ce qui cependant n'empêche aucunement d'obtenir un résultat satisfaisant, comme on va voir par la suite de l'opération.

Pour cela nous multiplierons chacune des quatre équations T par la différentielle de la variable par laquelle elle a varié ; et réunissant ensemble, d'abord les deux premières, et puis les deux dernières, nous en conclurons

$$\frac{dp}{dx}\,dx+\frac{dp}{dy}\,dy=dp=\frac{3p\,dx+(q-2p)\,dy}{2(y-x)}\text{ ; et}$$

$$\frac{dq}{dx}\,dx+\frac{dq}{dy}\,dy=dq=\frac{(2q-p)\,dx+3q\,dy}{2(y-x)}\text{, dont}$$

nous multiplierons de nouveau la première par dx et la seconde par dy ; et prenant leur somme, nous en déduirons ultérieurement $dp\,dx+dq\,dy=d(p\,dx+q\,dy)=d^2z$

$$=\frac{3p\,dx^2+q\,dy\,dx-2p\,dy\,dx+2q\,dx\,dy-p\,dx\,dy-3q\,dy^2}{2(y-x)}\text{ ;}$$

et enfin $2(y-x)d^2z-3\,dx\,dz+3\,dy\,dz=0$, qui est en effet la différentielle exacte de la proposée S, qui elle-même n'est intégrable qu'au moyen du facteur z ; et qui par-là deviendra la différentielle première complète de l'équation finie ci-dessus $z^2(y-x)-a^3=0$. Ainsi on voit que notre principe s'applique, avec un égal succès aux cas où la proposée, n'étant pas une différentielle complète

par elle-même, peut cependant devenir telle au moyen d'un facteur.

29. Ce serait encore la même chose, quand la proposée serait une équation incomplète, telle qu'elle ne pût en aucune manière devenir complète. Soit, par exemple, celle $y^2 dz + zx dx - x^2 dy = 0$, qui ne satisfait pas à l'équation de condition à l'intégrabilité *médiate* (1) des équations différentielles du premier ordre entre trois variables. Nous la partagerons à l'ordinaire en deux équations partielles, en supposant toujours $dz = p dx + q dy$; savoir, $py^2 + zx = 0$, et $qy^2 - x^2 = 0$. Faisant ensuite varier chacune d'elles successivement par les deux variables indépendantes x et y, et y effectuant les mêmes substitutions que ci-dessus, il en résultera les quatre équations partielles du second ordre

$$\frac{dp}{dx} = \frac{-px - z - p\,dx}{y^2}; \quad \frac{dp}{dy} = \frac{-2py - qx - p\,dy}{y^2 + 2y\,dy + dy^2};$$
$$\frac{dq}{dx} = \frac{2x + dx}{y^2}; \quad \frac{dq}{dy} = \frac{-2qy - q\,dy}{y^2 + 2y\,dy + dy^2};$$

que par les mêmes raisonnemens que nous avons employés dans ce qui précède, nous réduirons à

$$\frac{dp}{dx} = \frac{-px - z}{y^2}; \quad \frac{dp}{dy} = \frac{-2py - qx}{y^2}; \quad \frac{dq}{dx} = \frac{2x}{y^2}; \quad \frac{dq}{dy} = \frac{-2qy}{y^2};$$

où l'on voit que les valeurs de $\frac{dp}{dy}$ et $\frac{dq}{dx}$ sont loin d'ê-

(1) Voyez mémoire sur l'intégrabilité *médiate* des équations différentielles, etc., qui fait suite à mes *mélanges mathématiques*.

tre une seule et même valeur; ce qui n'empêche cependant pas qu'en continuant l'opération, nous ne parvenions à la véritable différentielle complète de la proposée.

En effet, en multipliant d'abord chacune d'elles par la variable par laquelle elle a déjà varié, et réunissant d'abord les deux premières et puis les deux dernières, on obtiendra les deux équations

$$y^2 \mathrm{d}p + x\,\mathrm{d}z + z\,\mathrm{d}x + 2py\,\mathrm{d}y = 0; \text{ et}$$

$$y^2 \mathrm{d}q - 2x\mathrm{d}x + 2qy\mathrm{d}y = 0;$$

dont multipliant encore la première par $\mathrm{d}x$ et la seconde par $\mathrm{d}y$, et en prenant la somme, on parviendra au résultat

$$y^2\mathrm{d}(p\mathrm{d}x + q\mathrm{d}y) + x\mathrm{d}z\mathrm{d}x + 2y\mathrm{d}y(p\mathrm{d}x + q\mathrm{d}y) + z\mathrm{d}x^2 - 2x\mathrm{d}x\mathrm{d}y = 0;$$

c'est-à-dire,

$$y^2\mathrm{d}^2z + x\mathrm{d}z\mathrm{d}x + 2y\mathrm{d}z\mathrm{d}y + z\mathrm{d}x^2 - 2x\mathrm{d}x\mathrm{d}y = 0,$$

parfaitement conforme à celui que donne la méthode ordinaire.

Quant à la raison pour laquelle, dans cet exemple comme dans le précédent, les deux valeurs de $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y}$ et $\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}x}$ ne coïncident pas, c'est évidemment parce que tant que la proposée n'est pas complète, elle ne satisfait pas à la condition que z puisse être exprimée par une fonction de x

et de y telle, que (1) $z = \varphi(x, y)$ et conséquemment $dz = M dx + N dy$, les coéfficiens M et N étant liés entr'eux par l'équation $\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx}$ à l'intégrabilité *immédiate* des équations du premier ordre entre deux variables x et y. Dès lors, lorsqu'on suppose $dz = p\,dx + q\,dy$, p et q prenant ici la place de M et N, $\frac{dp}{dy}$ n'est plus égal à $\frac{dq}{dx}$; ce qui n'empêche aucunement que dz ne puisse toujours être représenté de cette manière, puisque dans la proposée, quelle qu'elle soit, une partie est affectée de la différentielle dx, et l'autre de celle dy; et que ces deux parties réunies forment la totalité $p\,dx + q\,dy$ de sa valeur.

30. J'ai réuni dans ce qui précède, tout ce qui m'a paru de nature à confirmer et à mettre à l'abri de toute objection, le principe que je propose ici, comme propre à établir sur un fondement solide l'importante théorie de la différentiation; théorie généralement adoptée par tous les géomètres, quoique peu d'accord entr'eux dans la manière de l'exposer. Et en effet, il semble jusqu'ici que la confiance sans borne qu'on lui accorde unanimement, tient plutôt à la constante conformité qu'on remarque entre ses résultats et ceux que donnent les solutions dirigées par le seul raisonnement, qu'à ce genre de conviction intime qui accompagne toujours les vérités mathématiques. Au

---

(1) Voyez ibidem, page 9 (§ 8).

reste les plus grands géomètres se sont efforcés de l'appuyer sur des considérations démonstratives, sans cependant être parvenus à réunir tous les suffrages. Mais aucun d'eux dans les derniers temps n'a traité cette matière plus *ex professo* que M. *Carnot*, qui s'est toujours fait une étude particulière d'éclairer du flambeau de la métaphysique, toutes les parties des mathématiques qu'il a abordées.

On sent d'après cela, qu'après avoir terminé ce mémoire, je me suis fait un devoir de consulter son savant ouvrage ayant pour titre : *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal;* tant pour m'assurer qu'il ne m'avait pas prévenu dans ma manière d'exposer cette théorie, qu'afin d'examiner si parmi les différens principes qui y sont consignés, il ne s'en trouve pas un qui mérite la préférence. Comme il passe successivement en revue les diverses méthodes proposées par les plus célèbres géomètres, je ne puis que renvoyer le lecteur à l'ouvrage même, dont il serait difficile de remplacer la lecture par un extrait, même assez détaillé. Je me contenterai d'observer que *L. Euler* est le seul parmi eux qui se soit prononcé positivement en faveur du principe : *que les différentielles ne sont que des zéros; nulles par elles-mêmes, mais réelles dans leurs rapports réciproques;* et ce principe est discuté dans l'ouvrage de M. *Carnot*, chap. 3, au titre : *du calcul des quantités évanouissantes,* qui commence au paragraphe 145.

C'est dans la préface de son calcul différentiel (1) que

---

(1) Institutiones calculi differentialis etc. Pétrop. 1755, dans la préface, page IX, vers la fin.

L. Euler expose le point de vue sous lequel il considère ce calcul : *ita*, dit cet homme éminent, *si quantitati* X *incrementum tribuatur* ω, *ut abeat in* $X+\omega$, *ejus quadratum* XX *abibit in* $XX+2X\omega+\omega\omega$, *ideòque incrementum capit* $2X\omega+\omega\omega$; *quare incrementum ipsius* X, *quod est* ω, *se habebit ad incrementum quadrati, quod est* $2X\omega+\omega\omega$, *uti* 1 *ad* $2X+\omega$; *quæ ratio abit in* 1 *ad* 2X, *tùm demùm cùm* ω *evanescit. Fiat igitur* $\omega=0$, *et ratio incrementorum istorum evanescentium, quæ sola in calculo differentiali spectatur, utique est ut* 1 *ad* 2X; *neque vicissìm hæc ratio veritati est consentanea, nisi reverà illud incrementum evanesceret, penitùs que nihilo fieret æquale. Quòd si ergò hoc nihilum per* ω *indicatum referat incrementum quantitatis* X, *quià hoc se habet ad incrementum quadrati* XX *ut* 1 *ad* 2X, *erit quadrati* XX *incrementum* $=2X\omega$, *ideòque etiam nihilo æquale; undè simul constat annihilationem horum incrementorum non obstare quominùs eorum ratio, quæ est ut* 1 *ad* 2X, *sit determinata. Quod nihilum hìc jam litterâ* ω *exhibetur, id in calculo differentiali, quia ut incrementum quantitatis* X *spectatur, signo* dX *repræsentari, ejusque differentiale vocari solet*, etc.

31. Quant au point de vue sous lequel j'ai considéré dans ce mémoire, l'opération de la différentiation, ou la formation des différentielles, il diffère essentiellement de toutes les méthodes analysées au chap. 3 de l'ouvrage de M. *Carnot;* savoir, celles *d'exhaustion*, des *indivisibles*, *des indéterminées*, *des limites*, *des fluxions*, *des quantités évanouissantes*, et enfin *de la théorie des fonctions dérivées*. Celle avec laquelle elle pourrait peut-être, au premier coup-d'œil, paraître avoir une certaine affinité, est celle *des*

quantités évanouissantes; Mais il me sera facile de montrer que ces deux méthodes ne se ressemblent aucunement, quoique toutes deux fassent subsidiairement usage du rapport $\frac{0}{0}$. C'est dans cette vue que je viens de transcrire tout au long le passage tiré de la préface du calcul différentiel de *L. Euler;* car c'est cette Méthode *des quantités évanouissantes,* que ce grand géomètre a adoptée dans cet excellent ouvrage.

32. On voit en effet dans tout le cours de cette citation, que ω dans son état même d'incrément ou d'accroissement, est dejà $=0$, ou que c'est comme tel qu'il est adjoint à la quantité dite *croissante;* mais qu'on désigne seulement ce zéro par les caractères dx, dy, etc., afin de distinguer entr'eux ceux qui sont les accroissemens respectifs des diverses variables x, y, etc. Ainsi la valeur de dx, par exemple, est déterminée d'avance comme étant $=0$: et cette détermination est une opération que M. *Carnot* désapprouve comme superflue (§ 173 *vers la fin*). On pourrait peut-être ajouter encore que les deux idées *d'accroissement* et d'une quantité égale à *rien* semblent se détruire mutuellement. Car croître d'une quantité qui n'est rien, est ne croître de rien, ou ne pas croître.

33. Dans ma méthode de différentiation, au contraire, les élémens dx et dy des coordonnées restent quelconques : ils doivent seulement être d'une petitesse analogue à celle qu'on suppose à l'élément de la courbe (§ 7); c'est-à-dire, à l'élément qui, au point de contact, est commun à la courbe et à la tangente. Or, comme

ces trois élémens constituent un petit triangle rectangle, qui jouit nécessairement des mêmes propriétés que
Figure I. celui DAB; et que dans celui-ci, l'équation à la ligne droite DA (laquelle par sa nature s'étend à l'infini, de part et d'autre de l'origine A); savoir, $ay=bx$, désigne aussi bien le rapport $\frac{-y}{-x}=\frac{b}{a}$, que celui $\frac{+y}{+x}=\frac{b}{a}$, uniformité continue de rapport qui ne pourrait ainsi avoir lieu dans les deux angles opposés au sommet, si à ce sommet même elle venait à être interrompue, il s'ensuit évidemment qu'à l'origine commune des dx et des dy, où tous deux sont en même temps $=0$, leur rapport reste, sinon *formellement*, du moins *virtuellement* le même, et qu'ainsi (§ 6) étant donnée la nature de ce rapport à l'origine de ces élémens, on pourra en conclure qu'il est le même dans toute leur étendue.

34. Il est vrai que me proposant, après avoir épuisé tout ce qu'il y a à dire sur les équations à deux variables, de passer à la différentiation de celles d'un ordre quelconque entre un nombre quelconque de variables, recherche à laquelle cette considération entièrement géométrique, et qui tombe, pour ainsi dire, sous les sens, ne pouvait pas facilement s'appliquer; il est vrai, dis-je, que je me suis vu contraint de paraître l'abandonner, afin de la généraliser. Mais cet abandon n'est qu'apparent; et le nouveau principe que j'adopte (§ 11), n'est que le premier, isolé de tout ce que nos sens peuvent apercevoir, et réduit à un principe purement intellectuel : principe qui dans son nouvel état aurait également trouvé une application facile dans les équations à deux variables, si

sous sa première forme, il n'y eût pas été mieux approprié. Car il exprime seulement sous un point de vue métaphysique, ce que le premier nous représentait d'une manière sensible.

En effet, il résulte de l'un comme de l'autre, que dans toute l'étendue de l'élément $\mathrm{d}x$ de l'abscisse, le rapport qu'a avec lui celui $\mathrm{d}y$ de l'ordonnée, est constamment le même, et qu'il peut conséquemment s'assimiler à celui qui a lieu dans le triangle rectangle, et participer à toutes ses propriétés. Ainsi ce nouveau principe ne signifie rien d'autre, sinon qu'ayant ramené les incrémens des variables à leur origine commune, il suffit de déterminer leur rapport mutuel en ce point, pour en conclure avec sûreté celui qu'ils ont dans toute l'etendue de l'élément de l'abscisse ou de la variable indépendante. Et un avantage bien réel que me paraît présenter ce principe, est celui d'exposer avec clarté le motif qui autorise à supprimer dans la valeur du rapport ou du coéfficient différentiel $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$, les quantités subsidiaires $\mathrm{d}y$ et $\mathrm{d}x$; motif entièrement fondé sur une considération assez évidente par elle-même, pour être regardée comme un axiôme.

35. Maintenant si on se rappelle ce qui a été dit (§ 8), on verra aisément qu'en y appliquant notre principe, il eût été facile d'obtenir, par l'ancienne analise seule, la solution de toutes les questions relatives au calcul différentiel. En effet, nous y avons montré clairement que l'opération par laquelle on déduit de l'équation finie son équation différentielle, coïncide entièrement avec celle par

laquelle on transporte l'origine des coordonnées, du point Figure II. primitif fixe A, à un autre point quelconque E de la circonférence de la courbe, en prenant pour nouvelles coordonnées celles EG, GH. Voici donc comme auraient pu raisonner les anciens analistes : soit AEM une courbe quelconque, dont l'équation nous est connue, entre les coordonnées ayant leur origine commune en A, AD étant $=x$, et DE $=y$. Si nous transportons de là cette origine au point quelconque E, en nommant les nouvelles ordonnées partant de ce même point, EG $=z$, GH $=u$, et que nous substituïons, dans l'équation de la courbe, $x+z$ à x et $y+u$ à y, il en résultera une nouvelle équation, qui se réduira à ses moindres termes au moyen de l'équation primitive en x et y; et nous en déduirons le rapport $\frac{u}{z}$, lequel sera exprimé par une fraction qui contiendra x, y, z, u et des constantes.

Nous dirons ensuite en vertu de notre principe : le premier élément qui dans la courbe est contigu au point E, lui est nécessairement commun avec sa tangente EK; il est donc aussi nécessairement une petite ligne droite. Ainsi, pour avoir le rapport de u à z dans l'étendue seulement de cette même petite ligne, nous n'avons qu'à prendre leur rapport *virtuel* à l'origine même E, en faisant u et z égaux à zéro; et nous aurons par là la valeur de $\frac{0}{0}$, qui est la même que celle $\frac{u}{z}$ que nous cherchons.

Et ce même raisonnement pouvait au moyen des séries infinies, déduites du théorême de *Taylor*, par le procédé

ingénieux de Mrs *Lagrange* et *Poisson*; procédé qui, comme on sait, ne dépend aucunement des principes du calcul différentiel, ni même de l'élévation du binome à la puissance quelconque m, être également appliqué à toutes les fonctions et équations transcendantes, tant angulaires, que logarithmiques et exponentielles.

36. On ne peut, à ce qu'il me paraît, refuser à cette méthode toute la clarté et la sévérité de principes qu'exige la science; mais d'un autre côté, on ne pourra non plus disconvenir qu'il eût été fâcheux qu'elle s'introduisît antérieurement à celle, un peu moins sévère si l'on veut, mais bien autrement commode et expéditive; dont nous sommes redevables aux deux génies créateurs *Newton* et *Leibnitz;* et sur-tout au dernier quant à la notation, et à la simplicité de l'exposition. En effet le point de vue sous lequel ces deux grands géomètres ont considéré, l'un ses *fluxions*, et l'autre ses *différentielles;* savoir, comme des incrémens instantanés de coordonnées préexistantes, nous a tracé une route également facile, tant pour descendre des quantités, soit finies, soit d'un ordre de différentiation inférieur, à celles d'un ordre supérieur, que pour remonter, dans un assez grand nombre de cas, avec la même facilité, de celles-ci aux premières; avantage que la méthode que je viens d'exposer, serait loin de nous procurer.

Aussi le motif, qui m'a guidé dans tout ce mémoire, n'a-t-il nullement été de provoquer le moindre changement, soit dans celle qui depuis long-temps est généralement adoptée, soit sur-tout dans l'algorithme ou la notation in-

troduite par *Leibnitz*, à laquelle M. *Carnot* accorde aussi pleinement la préférence ; mais uniquement de prouver que cette importante théorie peut être démontrée jusqu'à l'évidence, comme toutes les autres vérités mathématiques; et que le résultat de cette démonstration n'est que d'en confirmer la justesse en tout point, telle qu'elle est généralement admise.

Au reste je finis en invitant de nouveau le lecteur à consulter l'ouvrage cité ci-dessus de M. *Carnot*, s'il veut se mettre bien au fait de cette intéressante matière. J'espère avoir suffisamment répondu (§ 10) à la rémarque qu'il y fait (§ 31) au sujet de l'indétermination et de l'insignifiance de l'expression ou du symbole $\frac{0}{0}$. Mais on pourrait encore ajouter à ce que j'ai dit ci-dessus, la réflexion suivante.

Transportons du point A au point R l'origine des coor-
Figure I. données à la ligne droite AD. En nommant $RT = z$, $TN = u$, nous continuerons d'avoir $\frac{u}{z} = \frac{b}{a}$. Ainsi au point A nous aurons également $\frac{SA}{RS} = \frac{b}{a}$, de la même manière qu'à ceux V et T, nous avons $\frac{Vn}{RV} = \frac{TN}{RT} = \frac{b}{a}$; c'est-à-dire, que depuis la nouvelle origine R à l'infini, il existera le long de la ligne RD, une continuité non interrompue du même rapport $\frac{b}{a}$; ce qui restera également vrai, quand la ligne RT, en s'élevant parallèlement à elle-même, s'approcherait de plus en plus de celle AB.

Comment après cela pourra-t-on se persuader, que lorsque les deux lignes RQ, AB, viennent à se confondre, cette uniformité cesse aussi-tôt d'avoir lieu, parce qu'elle se cache sous une forme mystérieuse $\frac{0}{0}$, dont il est cependant facile de pénétrer le sens (§ 10)? Ne vaudrait-il pas autant dire, que dans aucun point de cette même ligne RD, il n'existe un rapport déterminé entre les coordonnées? puisque l'axe des abscisses peut ainsi, toujours parallèlement à lui-même, les parcourir tous successivement; et que si à chaque nouveau point qu'il atteint, la communication du rapport qui existe dans la partie supérieure vient à être interrompue, il s'en suivrait nécessairement que dans toute la partie inférieure, qui constitue l'angle opposé au sommet, et qui peu-à-peu pourrait ainsi s'étendre à l'infini, il n'y aurait plus aucun rapport déterminé entre les coordonnées.

COROLLAIRE SYNOPTIQUE.

Dans le mémoire cité ci-dessus (§ 1) je me suis uniquement proposé de prouver que la méthode des *quadratures* est parfaitement exacte, et qu'elle est en tout point d'accord avec les principes généralement reconnus en mathématiques. Cette preuve est fondée sur la considération que la simple formule $y\,dx = dP$, P étant une fonction quelconque de x, équivaut complétement à la formule entière qu'on déduit du théorême de *Taylor;* savoir, $y\,dx +$

$\frac{1}{2}$ dydx + $\frac{1}{2.3}$ d^2ydx + etc. = (M)..... dP + $\frac{1}{2}$ d^2P + $\frac{1}{2.3}$ d^3P + etc. Ce même raisonnement peut également s'appliquer avec le même succès, à la méthode des *rectifications.* Car $\sqrt{}(\mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}x^2) = \mathrm{d}s$ n'est par la même raison que le terme correspondant à dπ; c'est-à-dire, au premier terme du développement que donne le même théorême pour l'incrément de π; c'est-à-dire ici de s, lorsqu'on y substitue $x +$ dx à x. Il faut donc également ici ne comparer ce premier incrément qu'avec le terme de la série M qui lui est analogue; savoir, le premier terme dP. Il peut de même s'étendre encore à la cubature des volumes, ainsi qu'à la *complanation* des surfaces; c'est-à-dire à la quadrature de leurs aires.

Dans ce 2^d mémoire, j'entreprends de généraliser cette théorie en l'appliquant à une équation quelconque $Q = 0$, entre un nombre quelconque de variables, et d'un ordre de différentiation aussi quelconque. Il s'agit donc de prouver que dans une pareille équation, lorsqu'on substitue $z +$ dz, $x +$ dx, $y +$ dy, etc., à z, x, y, etc. (ce qui doit aussi s'entendre, non-seulement des autres variables finies, mais aussi des rapports $p = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$, $q = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}$, etc.; $p' = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}$, $q' = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}x}$, etc.; $p'' = \frac{\mathrm{d}p'}{\mathrm{d}y'}$, $q'' = \frac{\mathrm{d}q'}{\mathrm{d}y'}$, etc.), ce qu'on nomme *la différentielle* de cette équation; c'est-à-dire, ce qui répond au 1er terme du développement ou de la série de *Taylor,* ou à ce terme qui seul est strictement *l'incrément dû à un* 1er *instant unique,* ne peut comprendre

aucun terme dans lequel la somme des exposans, tant exposans de degré qu'exposans d'ordre de différentiation, soit plus grande que l'exposant le plus élevé n d'ordre de différentiation de la variable qu'on regarde comme fonction de toutes les autres. D'où il résulte que tous les termes où le contraire aurait lieu, doivent être négligés, non qu'on les considère comme des zéros, ou comme des quantités qu'on peut omettre à cause de leur petitesse infinie; mais parce que réellement ils ne font pas partie de ce 1er terme $d\pi$ (*mém. cité* § 23), qui seul doit entrer en considération ; puisque de la seule supposition $d\pi = 0$, il s'ensuit nécessairement que toute la formule $d\pi + \frac{1}{2} d^2\pi + \frac{1}{2.3} d^3\pi$ + etc. est également $= 0$. En effet, en supposant que par les substitutions précédentes la fonction π devienne π', on conclut d'abord évidemment de $\pi = 0$, $\pi' = 0$; et conséquemment $\pi' - \pi = d\pi + \frac{1}{2} d^2\pi + \frac{1}{2.3} d^3\pi + \text{etc.} = 0$. Comparant donc cette valeur de $\pi' - \pi$ à une série déduite du même théorême de *Taylor*, dont chaque terme soit $= 0$, comme serait en effet celle qu'on trouve pour la quantité constante $a x^0$ (*mém. cité* § 24), on verrait clairement, par les raisons alléguées (*même mém.* § 25) que la formule monome $d\pi = 0$ équivaut complétement à la formule entière $d\pi + \frac{1}{2} d^2\pi + \text{etc.} = 0 + 0 + \text{etc.}$

Prenons un exemple : soit $\pi = 0$ l'équation $y^3 + xy^2 - axy - b^3 = 0$, d'où

$$\pi' = (y + dy)^3 + (x + dx)(y + dy)^2 - a(x + dx)(y + dy) - b^3 = 0.$$

Nous avons donc ici

$$d\pi = 3y^2 dy + 2xy dy - ax dy + y^2 dx - ay dx;$$

$$\frac{1}{2} d^2\pi = 3y dy^2 + x dy^2 + 2y dx dy - a dx dy;$$

$$\frac{1}{2.3} d^3\pi = dy^3 + dx dy^2;$$

et il faudrait à la rigueur faire individuellement chacun de ces trois termes égal à son terme correspondant $=0$. Mais comme chaque subséquent dérive d'une même manière uniforme de son précédent, tant dans la série $d\pi + \frac{1}{2} d^2\pi +$ etc., que dans sa valeur $0 + 0 +$ etc. Il est clair qu'en parcourant ainsi la suite de toutes ces équations successives, on ne ferait que répéter la même vérité en diverses expressions (*mém. cité* § 25), à la différence près que la 1ere équation $d\pi = 0$ est toujours la mieux déterminée, parce qu'il ne peut au plus en être disparu qu'une constante, comme il est arrivé à celle b^3 dans notre exemple, où à la 3eme équation $d^3\pi = 0$, la 2de constante a a également disparu. Donc la formule $d\pi = 0$ suffit, et tous les termes qu'on semble avoir négligés, appartiennent exclusivement aux termes subséquens de la série; et ceux-ci, quoiqu'invisibles, n'en coopéreront cependant pas moins à la formation de l'intégrale Q de la différentielle dQ; c'est-à-dire dans notre exemple, de l'intégrale $y^3 + xy^2 - axy - b^3$. En effet cette fonction Q n'est en toute rigueur que l'intégrale, non du simple terme dQ, mais de toute la série qui résulte du théorême de *Taylor;* puisque cette

série n'est elle-même que le développement de cette même intégrale Q, conformément à ce même théorême.

Ainsi on voit clairement que dans toutes les opérations du calcul intégral, rien n'est omis, et on ne doit plus être surpris de la constante conformité de ses solutions avec celles que donne cette Géométrie purement discursive, qui toujours éclairée du flambeau de l'évidence, marche continuellement à découvert. Encore moins faudra-t-il désormais attendre que cette dernière vienne à l'appui des résultats que fournit le calcul intégral, pour y avoir une entière confiance.

NOTE ADDITIONNELLE.

Un savant dont je respecte les lumières, m'ayant communiqué quelques observations au sujet des deux principes fondamentaux qui sont la base de cette théorie, j'ai cru qu'il serait utile, mais en même-temps suffisant de les discuter ici dans une note additionnelle placée à la fin de cet écrit, afin de prévenir de pareils doutes qui pourraient également s'élever dans l'esprit d'autres lecteurs.

Le 1er de ces principes est celui que j'ai développé très au long dans le mémoire cité ci-dessus (§ 1); savoir, que ce qu'on nomme le point de contact entre une courbe et

sa tangente est, non un point, mais une petite ligne réelle, quelque petite qu'on puisse, je ne dis pas se la représenter, mais seulement l'imaginer possible, au-delà même de ce que nos sens nous permettent de regarder comme tel. Pour confirmer ce principe, j'ai remarqué (§ 17 *à la fin*), *qu'il est évident qu'une tangente qui n'aurait de commun avec la courbe qu'un seul point* mathématique, *comme est celui du sommet de l'angle, n'aurait aucune direction déterminée;* sur quoi ce géomètre me demande si, sauf les cas de *points singuliers,* sur lesquels il appelle aussi mon attention, en supposant qu'une ligne touche une courbe en un seul point, de manière que cette dernière reste toute entière d'un même côté de la ligne, cette ligne lui sera tangente ou non?

Je réponds à cela qu'elle la touche en effet, si par là on entend simplement qu'elle y *adhère,* qu'elle y est fixée, comme elle le serait en traversant dans une direction quelconque l'extrémité d'un *rebroussement* qui se termine nécessairement par un pareil point mathématique, mais qu'elle n'en est point une *tangente.*

Figure V. Soit en effet la courbe donnée ABE convexe vers l'axe, et le point supposé unique de contact en B, point qu'il faut nécessairement, pour que cette supposition ait lieu, se représenter comme le sommet d'un angle, presque de 180° si l'on veut, mais néanmoins toujours angle véritable. Maintenant quelle que soit la direction dans laquelle on place cette ligne BQ, il est certain que si BG et GC représentent les petits incrémens dx et dy des coordonnées MN, NB, à cette courbe, jamais quelque petit qu'on

suppose celui BG, celui GD de l'ordonnée à la ligne droite RQ ne sera égal à celui GC de la courbe, sans quoi la courbe et la ligne droite auraient deux points communs B et C ou D; ce qui est contraire à l'hypothèse qui n'en admet qu'un. Or lorsqu'on veut déterminer une sous-tangente NO; c'est-à-dire la position d'une tangente ou l'angle qu'elle forme avec l'axe des abscisses, c'est au moyen de la proportion $CG : BG = BN :$ *sous-tang.* Mais pour que RQ fût elle-même tangente en ce même point B, il faudrait évidemment qu'on eût aussi $DG : BG = BN :$ *sous-tang.;* puisque, deux tangentes différentes ne pouvant point appartenir à un seul et même point simple de courbe, les deux triangles DBG, BON, seraient alors nécessairement semblables. Ainsi CG serait aussi nécessairement égal à DG. Donc réciproquement, tant que cette égalité n'a pas lieu; ou ce qui est la même chose, tant que la ligne ne toucherait la courbe qu'en un seul point, ou qu'elle n'aurait qu'un seul point commun avec elle, elle ne serait point tangente de cette courbe (§ 17, *dernier alinéa*); et on pourra dire de cette ligne : *tangit quidem, sed non more tangentis.* Au reste ce principe est conforme à la doctrine de *Cramer*, comme on peut voir dans son excellent ouvrage intitulé : *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, chap. X, § 162, page 401, ligne 20, *parce qu'en effet*, dit ce célèbre géomètre, *couper en deux points réunis*, (remarquez qu'il ne dit pas *confondus*, mais seulement *réunis*) *c'est toucher en un seul point.*

Quant aux *points singuliers* des courbes, et on entend par-là, comme on sait, les *points multiples*, ceux de *rebroussemens*, d'*inflexions*, de *serpentemens* visibles ou in-

13.

visibles, etc., de diverses espèces et divers ordres, et enfin les points *isolés* ou *conjugués*, je ne vois pas qu'ils puissent ici donner lieu au moindre doute. Ils ne présentent après tout que des réunions et des concours de tangentes, soit qu'elles s'y croisent, soit qu'elles s'y confondent, soit enfin que comme dans les points de serpentemens, elles s'adaptent bout-à-bout sur une même petite ligne; ce qui ne change en rien l'application qu'on peut faire à chacune d'elles du principe ci-dessus, comme si elles étaient séparées. Mais s'il s'agit de points *isolés* ou *conjugués*, auquel cas les tangentes en ces points sont *imaginaires*, puisque les branches de courbes qui devraient s'y rencontrer le sont également, il ne peut même y avoir lieu à s'en occuper.

Je passe maintenant au 2[d] principe : c'est celui que j'ai développé (§ 11), et sur lequel je suis revenu (§ 34). On m'a observé qu'il serait préférable de refondre en un seul ces deux articles, parce que la démonstration, ou plutôt l'explication contenue dans le 1[er] est trop *subtile, et même de nature à pouvoir être contestée.* Je conviens qu'elle est *subtile*, si on entend par là seulement qu'elle ne porte sur aucune considération dépendante de nos idées *primaires;* c'est-à-dire, des idées telles que nous les percevons directement par nos organes, comme sont les lignes, les plans, et les volumes, qu'il est toujours facile de se figurer dans l'espace; ce qui cesse d'être possible lorsqu'on aborde des questions où le nombre des dimensions surpasse trois; c'est-à-dire, des questions entre un nombre de variables supérieur à trois. Mais quant à *pouvoir être contestée,* je ne puis me le persuader.

En effet lorsqu'une grandeur quelconque susceptible d'accroissement vient à prendre subitement un incrément quelconque, soit que cet accroissement doive avoir lieu d'une manière uniforme, soit que ce soit d'une manière variable, il est certain que dans le tout premier instant, en cet instant tel que je l'ai défini dans ce même article 11, le premier pas vers l'accroissement sera commun aux deux accroissemens. Ce n'est qu'au second instant qu'il se décidera si le second pas sera pareil au premier, ou s'il en sera différent ; c'est-à-dire, si l'accroissement aura lieu d'une manière uniforme ou non. Or ce n'est que le résultat de ce premier instant qu'on considère dans le calcul différentiel ; il est donc impossible de contester la vérité du principe en question ; savoir, que *l'incrément dû au premier instant a nécessairement été opéré par une marche uniforme.* C'est d'après ces réflexions, que je me suis borné à terminer cet article 11 par avertir le lecteur, que je reviendrais plus bas sur ce même principe (§ 34).

Au reste il est des vérités qui, lorsqu'on les examine sérieusement dans son intérieur, pénètrent mieux de ce sentiment irrésistible de conviction, que ne pourraient faire toutes les explications : de ce nombre sont les axiômes, et cela parce qu'il suffit d'analiser en soi-même le vrai sens des mots principaux qui les expriment. Quand on dit, par exemple, *le tout est plus grand que sa partie;* analisez en vous-même les deux mots *tout* et *partie,* et à l'instant la conviction s'empare de vous. Il en sera de même du principe en question, si on analise avec le même soin les mots *uniforme* et *variable* relativement à des incrémens naissans : il sera impossible de ne point aper-

cevoir aussi-tôt jusqu'à l'évidence, que tout incrément, à l'instant indivisible de sa naissance, ne peut s'opérer que par une marche uniforme, si cependant on peut appeler marche une opération qui ne consiste qu'en un seul pas.

FIN.

ERRATA

dans les deux Mémoires précédens.

Page.	Ligne.
40	10, les caractères italiques *x, y, z, u, t,* sont représentés dans la planche 3, fig. 14, par les caractères romains correspondans.
64	25, tous, *lisez* tout.

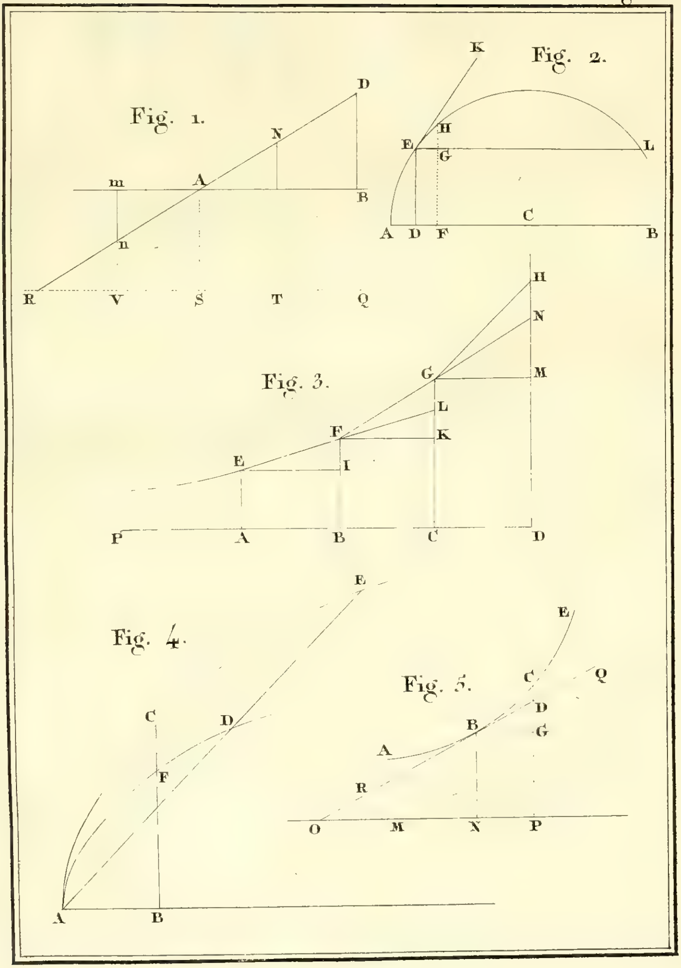


Fig. 1.
D
N
m
A
B
n
R
V
S
T
Q
Fig. 2.
K
H
E
G
L
C
A
D
F
B
Fig. 3.
H
N
G
M
L
F
K
E
I
P
A
B
C
D
Fig. 4.
E
C
D
F
A
B
Fig. 5.
E
C
Q
D
B
G
A
R
O
M
X
P

MÉMOIRE

SUR

UNE FORMULE GÉNÉRALE,

POUR

DÉTERMINER LA SURFACE D'UN POLYGONE, FORMÉ SUR UNE SPHÈRE PAR DES ARCS DE GRANDS OU PETITS CERCLES DISPOSÉS ENTRE EUX D'UNE MANIÈRE QUELCONQUE,

PAR A. QUETELET.

PRÉSENTÉ A LA SÉANCE DU 14 OCTOBRE 1820.

MÉMOIRE

SUR

UNE FORMULE GÉNÉRALE,

POUR

DÉTERMINER LA SURFACE D'UN POLYGONE, FORMÉ SUR UNE SPHÈRE PAR DES ARCS DE GRANDS OU PETITS CERCLES DISPOSÉS ENTRE EUX D'UNE MANIÈRE QUELCONQUE.

1. D'Alembert, dans les mémoires de Turin, a examiné le premier l'aire d'un triangle sphérique, qui a pour côtés des arcs de petits cercles : mais, sans offrir aucune formule générale, ce grand géomètre ne fait qu'indiquer les opérations nécessaires pour mettre sur la voie ceux qui désireraient achever le calcul ; sa marche d'ailleurs est entièrement analytique ; et, comme il l'observe fort bien, en général il est souvent plus simple d'employer la méthode synthétique : et cette observation, poursuit-il, a lieu dans la plupart des problêmes où il y a des angles à chercher, parce qu'on ne peut exprimer analytiquement les angles que par leurs *sinus*, et que l'expression de ces sinus

enferme souvent des radicaux dont la valeur est équivoque, à cause du double signe qui les affecte.

Bossut, dans son traité du calcul intégral, s'est occupé du même sujet après d'Alembert; mais plutôt dans la vue de faire connaître quelques artifices de calcul, que de tracer une méthode plus simple. Il revient cependant ensuite à la synthèse, mais la méthode, qu'il propose, sans être générale, a l'inconvénient d'être un peu longue.

Je pense donc que les recherches, qui font l'objet de ce mémoire, peuvent encore être considérées comme neuves, d'autant plus que je me suis proposé en me resserrant dans les limites de la géométrie purement élémentaire, de présenter la formule dans toute la généralité dont elle est susceptible, c'est-à-dire, de l'étendre aux polygones sphériques, formés par des arcs de grands ou petits cercles, disposés entre eux d'une manière quelconque.

Figure I. 2. Si l'on coupe une sphère PDBD′ par un plan AA′C, et si l'on prend pour unité de surface le triangle trirectangle qui est le huitième de l'aire de la sphère, la surface de la moitié de la sphère vaudra 4, et la surface de la calotte sphérique PAA′C vaudra $4(1-d)$, en faisant la hauteur de la calotte $Pd=1-d$, c'est-à-dire, en prenant pour unité le rayon de la sphère et en représentant par d la distance du centre de la sphère à la section AA′C.

3. L'aire de la portion PA′mA, comprise entre l'arc A′mA et les deux grands cercles qui passent par son pôle P, s'obtiendra par la proportion suivante :

circ. $AA'C = 4 : A'mA = P$: : aire de la calotte $PAA'C = 4(1 - d)$: aire $PA'mA = P(1 - d)$.

L'angle droit est pris pour unité, et l'arc $A'mA$, représenté par la lettre P, a pour mesure l'angle, formé au point P par deux tangentes aux arcs PA et PA'. Nous nommerons désormais ce dernier angle *angle au pôle.*

4. Concevons maintenant par les points A et A' l'arc de grand cercle $A'nA$; il formera avec les deux arcs PA' et PA un triangle sphérique dont la surface vaudra, comme on le démontre en géométrie, ses trois angles moins deux droits; c'est-à-dire, $P + 2p - 2$, en désignant par $2p$ les deux angles dièdres égaux, compris entre le plan $A'nAO$ et les deux grands cercles PA'O et PAO qui passent par le pôle P. Ces angles seront nommés par la suite *angles opposés au pôle.*

Ainsi dans le tétraèdre OPAA', qui a pour base le triangle sphérique PAA', l'angle dièdre, qui a pour arête PO, sera représenté par la lettre P et recevra le nom d'*angle au pôle;* chacun des deux autres angles, qui sont égaux entre eux, sera représenté par la lettre correspondante p et sera désigné sous le nom d'*angle opposé au pôle.* Les lettres A et A' nous serviront à un autre usage.

5. Si de l'aire du triangle sphérique $PA'mA$, on retranche l'aire du triangle sphérique $PA'nA$, il restera l'aire de *l'onglet,* compris entre l'arc du grand cercle $A'nA$ et l'arc du petit cercle $A'mA$, que je représenterai par la suite par les deux lettres extrêmes A et A'. Ainsi l'aire de cet onglet

14.

sera, d'après ce qui vient d'être dit,

$$AA' = 2 - 2p - P.d. \quad (1)$$

Donc l'aire d'un onglet vaut l'excès de deux droits sur les deux angles opposés au pôle, diminué du produit de l'angle au pôle par la distance de la section au centre de la sphère.

6. Remarquons que les angles opposés au pôle sont droits, quand le plan coupant est un grand cercle, et que dans le même cas, la distance au centre devenant nulle, l'onglet n'existe plus.

7. Passons maintenant à la résolution du problême que nous nous sommes proposé, et cherchons quelle est l'aire d'un polygone sphérique, formé par des arcs de grands ou petits cercles.

Commençons par le triangle, qui offre le cas le plus simple, et supposons d'abord les trois arcs convexes.

Figure III. Soient trois plans $A'dA$, $Ad'A''$, $A'd''A''$, qui ne passent point par le centre de la sphère : ils forment par leur intersection avec cette sphère trois petits cercles, dont les arcs en se coupant déterminent un triangle sphérique : nous représentons son aire par la lettre X. Or ce triangle sera intérieur au triangle sphérique, formé par trois arcs de grands cercles passant par les mêmes sommets A, A′ et A″. Nous nommerons *angles aux sommets* les angles A, A′ et A″, qui sont formés dans le tétraèdre OAA′A″ par l'intersection des grands cercles, et qui ont pour arêtes les rayons AO,

A′O, A″O. d'après cela, en nommant T l'aire de ce dernier triangle, on aurait par un théorême connu,

$$T = A + A' + A'' - 2:$$

Nous avons vu d'ailleurs, par le paragraphe 5, que les aires des trois onglets, qui sont l'excès de T sur X, ont pour valeur;

$$AA' = 2 - 2p - P.d$$
$$AA'' = 2 - 2p' - P.'d'$$
$$A'A'' = 2 - 2p'' - P.''d'':$$

ainsi X, l'aire du triangle que nous voulons déterminer, vaudra l'excès de T sur les aires des trois onglets, ou bien

$$X = A + A' + A'' + 2p + 2p' + 2p'' - 8 + P.d + P.'d' + P.''d''. \quad (2)$$

8. Cherchons maintenant à donner à ce résultat une forme plus simple et plus commode pour le calcul; représentons d'abord par α l'angle PAOP′, que nous nommerons *angle entre les pôles*, parce qu'il est compris entre les deux grands cercles PAO et P′AO, qui passent par les pôles des arcs AA′ et AA″; remarquons de plus qu'autour de la même arête nous avons encore l'angle au sommet A et les deux angles opposés aux pôles p et p'. Or la somme des angles, formés par des plans qui se coupent autour d'une même droite, vaut toujours quatre droits, donc

$$4 - \alpha = A + p + p':$$

par la même raison en nommant α' et α'' les angles entre

les pôles P' et P'', P'' et P, nous aurons,

$$4 - \alpha' = A' + p + p'',$$
$$4 - \alpha'' = A'' + p'' + p' :$$

donc,

$$12 - \alpha - \alpha' - \alpha'' = A + A' + A'' + 2p + 2p' + 2p'' ;$$

et en substituant dans l'équation (2), nous obtiendrons enfin :

$$X = 4 - \alpha - \alpha' - \alpha'' + P.d + P.'d' + P.''d''. \quad (3)$$

C'est-à-dire que l'aire d'un triangle formé sur une sphère par des arcs convexes de petits cercles, vaut l'excès de quatre droits sur les trois angles entre les pôles, plus la somme des angles aux pôles multipliés chacun par la distance de la section correspondante au centre de la sphère.

9. J'ai commencé par prendre un exemple particulier, afin de bien indiquer sur la sphère la position des angles, que je nomme *angles aux sommets, angles opposés aux pôles,* etc. il sera facile maintenant, en adoptant cette notation, d'exprimer généralement la valeur de l'aire d'un polygone sphérique quelconque. Pour plus de simplicité nous supposerons successivement le polygone formé, 1° par des arcs convexes seulement, 2° par des arcs concaves seulement, 3° par des arcs convexes et des arcs concaves en même-temps. Les arcs de grands cercles y seront évidemment compris, puisqu'on peut les considérer à la fois comme convexes ou concaves.

10. Soit donc sur une sphère un polygone formé par des arcs convexes seulement : représentons sa surface par la lettre X, et concevons par chacun des sommets A, A′, A″, etc. de ce polygone des arcs de grands cercles; nous formerons un nouveau polygone dont l'aire, représentée par la lettre Y, étant diminuée de la somme des aires des onglets AA′, A′A″, etc. vaudra X l'aire du polygone intérieur, qu'il s'agit de déterminer.

Or, la Géométrie élémentaire nous donne pour valeur de l'aire d'un polygone, formé par des arcs de grands cercles en nombre n,

$$Y = A + A' + A'' + A''' + \text{etc.} - 2n + 4;$$

et nous aurons successivement pour valeur de chaque onglet (§ 5)

$$\begin{aligned} AA' &= 2 - 2p - P.d \\ A'A'' &= 2 - 2p' - P.'d' \\ A''A''' &= 2 - 2p'' - P.''d'' \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

S, la somme des aires de ces onglets en nombre n, sera conséquemment,

$$S = 2n - 2p - 2p' - 2p'' - \text{etc.} - P.d - P.'d' - P.''d'' - \text{etc.}$$

d'où l'on obtient pour la valeur de l'aire du polygone, qu'il fallait déterminer,

$$X = 4 - 4n + A + A' + A'' + \text{etc.} + 2p + 2p' + 2p'' + \text{etc.} + P.d + P.'d' + P.''d'' + \text{etc.} \qquad (4)$$

11. Simplifions maintenant ce résultat; et pour cela remarquons que

$$4n - A - A' - A'' - \text{etc.} - 2p - 2p' - 2p'' - \text{etc.} = \alpha + \alpha' + \alpha'' + \text{etc.}$$

les lettres α, α', α'' etc. représentent les angles entre les pôles correspondans aux angles aux sommets A, A', A'', etc. mais, comme nous l'avons déjà remarqué dans le paragraphe précédent, autour de chaque rayon qui passe par un des sommets du polygone, nous avons quatre angles, savoir un angle au sommet A, par exemple, avec les deux angles opposés aux pôles p et p', et l'angle α entre les pôles lesquels valent en somme 4 droits. D'après ces considérations, il est aisé de voir qu'autour des n sommets du polygone on aura

$$4n - A - A' - A'' - \text{etc.} - 2p - 2p' - 2p'' - \text{etc.} = \alpha + \alpha' + \alpha'' + \text{etc.}$$

ce qui nous donne, après la substitution dans la formule (4), la formule générale

$$X = 4 - \alpha - \alpha' - \alpha'' - \alpha''' - \text{etc.} + P.d + P.'d' + P.''d'' + \text{etc.} \quad (5)$$

qu'on pourra énoncer de la manière suivante :

L'aire d'un polygone, formé sur une sphère par des arcs convexes seulement, vaut l'excès de quatre droits sur la somme des angles entre les pôles, plus la somme des angles aux pôles, multipliés chacun par la distance respective de la section au centre de la sphère.

Les signes dans cette formule sont invariables; si l'on pouvait douter un moment de la nature des angles entre les pôles, il suffirait de remarquer qu'on doit toujours avoir $4 > A + p + p'$, puique les angles opposés aux pôles ne peuvent être plus grands qu'un droit et que l'angle au sommet ne peut surpasser deux droits : ainsi l'angle entre les pôles, qui est l'excès de 4 droits sur ces trois angles, ne peut varier par rapport au signe.

12. Examinons maintenant un polygone sphérique, formé d'arcs concaves seulement, je dis qu'on aura :

$$X = 4 + \alpha + \alpha' + \alpha'' + \text{etc.} - P.d - P.'d' - P.''d'' - \text{etc.}$$

Pour le démontrer, concevons encore par les sommets de ce polygone des arcs de grands cercles, nous formerons un nouveau polygone dont l'aire Y, que nous savons évaluer, étant augmentée de la somme S des aires des onglets, vaudra l'aire du polygone, qu'il s'agit de déterminer. Or, Y et S nous sont connus par le paragraphe précédent; ainsi,

$$X = 4 + A + A' + A'' + \text{etc.} - 2p - 2p' - 2p'' - \text{etc.} - P.d - P.'d' - P.''d'' - \text{etc.} \quad (6).$$

Il nous resterait à prouver, en nommant α, α', α'', etc. les angles entre les pôles, qu'on a

$$A + A' + A'' + \text{etc.} - 2p - 2p' - 2p'' - \text{etc.} = \alpha + \alpha' + \alpha'' + \text{etc.}$$

Or, c'est ce qu'on reconnaîtra sans peine, en observant qu'on aurait successivement autour des sommets A, A', A'', etc.

$$A - p - p' = \alpha$$
$$A' - p' - p'' = \alpha'$$
$$A'' - p'' - p''' = \alpha'',$$
etc.

Parce que les deux angles opposés aux pôles sont construits ici dans l'intérieur même de l'angle au sommet; il faut bien remarquer cependant que l'angle entre les pôles peut varier de signe et devenir négatif dans la formule, quand l'angle au sommet est moindre que la somme des deux angles opposés aux pôles; par exemple, dans le polygone

Figure II. $AA'A''A'''$, les angles α, α', α'' seront positifs, mais l'angle entre les pôles α''' sera négatif, parce qu'on a $AA'''A'' < AA'''P + A''A'''P'''$ ou bien $A''' < p + p'''$. Ainsi nous poserons généralement :

$$X = 4 + \alpha + \alpha' + \alpha'' + \text{etc.} - P.d - P.'d' - P.''d'' - \text{etc.} \quad (7).$$

C'est-à-dire que l'aire d'un polygone, formé sur une sphère par des arcs concaves seulement, vaut quatre droits, plus la somme des angles entre les pôles, moins la somme des angles aux pôles, multipliés chacun par la distance respective de la section au centre de la sphère.

13. Il nous reste à chercher quelle est la valeur de l'aire d'un polygone sphérique, formé par des arcs convexes et par des arcs concaves en même-temps. Or, il suffira d'examiner pour cela le changement qu'introduit dans les deux formules (5) et (7), trouvées précédemment, un arc qui deviendrait concave tandis que tous les autres seraient convexes, ou réciproquement. Car ces

formules ne peuvent varier que par la valeur des angles, qui varient en même-temps que l'arc change la position de sa courbure : ce qui devient évident en supposant la décomposition du polygone en triangles.

14. Soit donc $AA'A''A'''$ un polygone, formé par des arcs convexes; son aire aura pour valeur (§ 11) : Figure IV.

$$X = 4 - \alpha - \alpha' - \alpha'' - \alpha''' + P.d + P.'d' + P.''d'' + P.'''d''' \ldots\ldots (8).$$

Mais si l'arc AmA''', dont le pôle est P, change sur la sphère le sens de sa courbure, de manière à prendre la position de $Am'A'''$, son pôle étant en π; l'aire du polygone se trouvera évidemment augmentée de l'aire du double onglet $AmA'''m'$, qui a pour valeur (§ 5) :

$$2AA''' = 4 - 4p - 2P.d:$$

il faudra donc ajouter cette dernière quantité à la valeur de X; et, par cette addition, trois termes varieront seulement dans la valeur de X; c'est l'angle au pôle P avec les deux angles entre les pôles α et α''', qui ont subi un changement, en même-temps que l'arc AmA''' changeait le sens de sa courbe. Or, $2 - 2p - \alpha = 2 - PA\pi - PAP' = -a$, c'est-à-dire, le supplément de $P'A\pi$, qui est l'angle entre les pôles : cet angle a sera négatif, comme on peut le voir, quand l'angle $P'A\pi$, qui renferme l'arc convexe, sera plus petit que deux droits, et positif dans le cas contraire : c'est-à-dire, lorsque a serait l'excès de l'angle entre les pôles sur deux angles droits. Par la même raison $2 - 2p - \alpha''' = -a'''$, qui est le supplément de l'angle entre les pô-

15.

les $\pi A'''P'''$; et a est pris ici négativement, parce que l'angle $\pi A'''P'''$, qui renferme l'arc convexe, est plus petit que deux droits; ainsi

$$4-4p-2P.d-\alpha-\alpha'''=-a-a'''-2P.d\ :$$

l'aire du polygone $AA'A''A'''$ vaudra donc, en supposant que l'arc AmA''' ait changé sur la sphère le sens de sa courbure,

$$X=4-a-\alpha'-\alpha''-a'''-P.d+P.'d'+P.''d''+P.'''d''' \ldots\ldots (9).$$

Figure V. 15. Si le polygone sphérique $AA'A''A'''$ était composé d'arcs concaves, la valeur de son aire serait (§ 12)

$$X=4+\alpha+\alpha'+\alpha''+\alpha'''-P.d-P.'d'-P.''d''-P.'''d''',$$

et en supposant que l'arc AmA''' vint à changer sur la sphère le sens de sa courbure, pour prendre la position $Am'A'''$, son pôle serait en π : pour avoir l'aire du nouveau polygone, de X il faudrait retrancher l'aire du double onglet $AmA'''m'$, qui est

$$2AA'''=4-4p-2P.d\ :$$

or, en nommant a et a''' les supplémens des angles entre les pôles $P'A\pi$ et $P'''A'''\pi$ qui renferment l'arc convexe $Am'A'''$, et en remarquant que ces supplémens seront négatifs, parce que les angles $P'A\pi$ et $P'''A'''\pi$ sont plus petits que deux droits, on aura;

$$-4+4p+\alpha+\alpha'''+2P.d=-a-a'''+2P.d\ :$$

et, en substituant, l'aire du polygone aurait pour valeur :

$$X = 4 - a + \alpha' + \alpha'' - a''' + P.d - P.'d' - P.''d'' - P.'''d''' \ldots (9).$$

16. De ce que nous venons de voir, nous pouvons conclure que l'existence d'un arc concave dans un polygone sphérique, formé d'arcs convexes seulement, n'introduit d'autre changement dans la formule (5) que *de rendre négatif le signe du terme* P.d, *qui exprime la valeur de l'angle au pôle multipliée par la distance de la section respective au centre de la sphère; ou bien au contraire de rendre dans la formule (7) ce produit positif, si c'est un arc convexe que l'on introduit dans un polygone, formé d'arcs concaves seulement : de plus, dans les deux formules en même-temps, l'on doit prendre au lieu de l'angle entre les pôles, où la variation de courbure a lieu, le supplément de ce même angle, qui renferme l'arc convexe, et son signe doit être négatif; ou bien, si l'angle entre les pôles vaut plus que 2 droits, il faudra prendre cet excès positivement.*

D'après ces considérations et en supposant, comme nous l'avons déjà dit, la décomposition d'un polygone sphérique en triangles au moyen d'arcs de grands cercles, nous voyons que, quand les arcs qui se coupent sont de même nature, il faut prendre l'angle entre les pôles, et que dans le cas contraire il faut prendre le supplément de ce même angle. Quant aux signes, on doit avoir égard à ce qui a été dit dans les paragraphes précédens.

17. Nous pouvons maintenant écrire sous la forme

suivante, les formules que nous avons obtenues successivement :

$$X = 4 \mp \alpha \mp \alpha' \mp \alpha'' \mp \text{etc.} \pm P.d \pm P.'d' \pm P.''d'' \pm \text{etc.} \ldots\ldots (10)$$

α, α', α'', etc. *sont les angles entre les pôles, quand les arcs sont de même nature, c'est-à-dire, tous deux convexes ou concaves, dans le premier cas ils sont toujours négatifs, dans le second ils peuvent devenir négatifs : mais si les arcs sont de nature différente ;* α, α', α'', etc., *sont les supplémens des angles entre les pôles et seront ou positifs ou négatifs* (16). *Quant aux termes* $P.d$, $P.'d'$, $P.''d''$, etc. *ils sont positifs si les arcs sont convexes, négatifs dans le cas contraire, et nuls pour des arcs de grands cercles.*

Les angles P, P', P'' etc. sont mesurés par les arcs, qui font partie du polygone, dont on évalue la surface ; et ces arcs peuvent être plus grands qu'une demi-circonférence.

18. Si les arcs, qui forment le polygone, étaient des arcs de grands cercles, les distances au centre seraient nulles, et l'on aurait :

$$X = 4 - \alpha - \alpha' - \alpha'' - \alpha''' - \text{etc.} \quad (11)$$

l'aire d'un polygone sphérique, formé par des arcs de grands cercles, vaut l'excès de 4 droits sur les angles entre les pôles. De plus l'aire du polygone devant être une quantité positive, la somme des angles entre les pôles doit être moindre que 4 droits.

Mais dans le même cas chaque angle entre les pôles étant le supplément de l'angle au sommet qui lui est op-

posé, la somme des angles aux sommets, ou bien la somme des angles dièdres d'un polyèdre surpasse toujours deux fois autant d'angles droits qu'il y a d'angles moins deux.

Ces deux dernières propositions, démontrées aussi dans la Géométrie élémentaire, sont analogues à celles que l'on démontre pour les angles intérieurs et extérieurs d'un polygone rectiligne, lequel pourrait être considéré comme formé sur une sphère de rayon infiniment grand : la formule (11) d'ailleurs, reproduit, lorsqu'on remplace α, α', α'', etc. par leurs valeurs, comme on peut le voir sans peine, la formule que donnent les ouvrages élémentaires.

FIN.

Fig. 1.

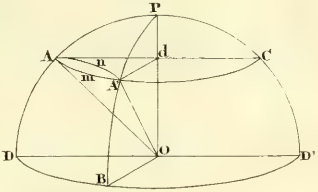


Fig. 2.

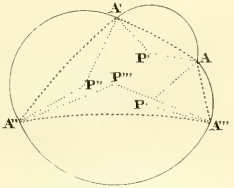


Fig. 3.

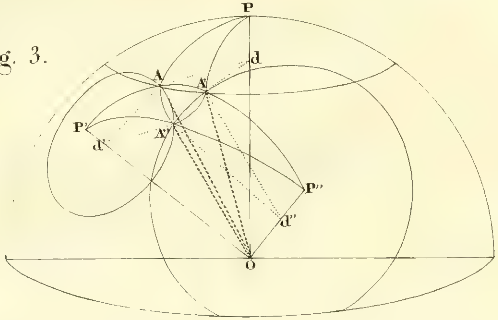


Fig. 4.

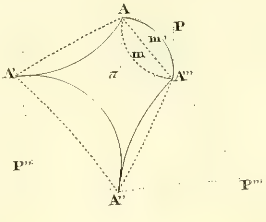
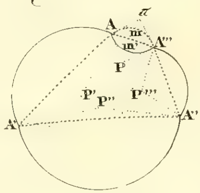


Fig. 5.



MÉMOIRE

SUR

UNE NOUVELLE THÉORIE

DES

SECTIONS CONIQUES

CONSIDÉRÉES DANS LE SOLIDE.

Par A. QUETELET.

PRÉSENTÉ A LA SÉANCE DU 23 DÉCEMBRE 1820.

MÉMOIRE

SUR

UNE NOUVELLE THÉORIE

DES

SECTIONS CONIQUES

CONSIDÉRÉES DANS LE SOLIDE.

1. Quand on considère une section conique quelconque, il existe entre les diamètres, les rayons vecteurs, etc., des relations déterminées, telles qu'il suffit de connaître quelques-unes de ces quantités, pour déterminer toutes les autres. Mais quand on considère cette même section sur le cône droit, alors le nombre des choses auxquelles il faut avoir égard, se trouve augmenté; c'est-à-dire qu'on doit encore avoir égard aux rayons vecteurs, menés du sommet du cône aux différens points de la section, ainsi qu'à *l'angle au centre du cône*, que forment les deux génératrices opposées, suivant lesquelles un plan mené par l'axe couperait la surface conique. Dans les ouvrages

élémentaires on donne à la vérité l'équation générale des sections coniques en fonction de ces mêmes quantités, mais la relation n'est pas suffisamment établie ; et d'ailleurs je doute qu'on ait jamais remarqué la relation qui existe dans les sections coniques entre la distance des deux foyers et les distances du sommet du cône aux deux extrémités du grand axe. On aurait vu que *la différence de ces dernières distances égale toujours la distance des deux foyers dans l'ellipse; et que leur somme égale la distance des deux foyers dans l'hyperbole.* Ce qui me porte à croire que la liaison, que j'établis ici entre ces quantités, est entièrement nouvelle, c'est la nouveauté des résultats, auxquels je parviens par des raisonnemens fort simples : ce qui devait arriver nécessairement , car c'est multiplier les ressources d'une science, comme l'observe Montucla, que de réduire plusieurs problêmes, jusqu'alors regardés comme isolés, à un nombre moins grand. Pour ne rien compliquer, j'examinerai successivement l'ellipse, la parabole et l'hyperbole, et j'assignerai les rapports très-étroits qui existent entre ces sections et le cône auquel elles servent de base.

Figure I. 2. Soit A'SB' un cône droit à base circulaire; et supposons que par un même point A, pris sur sa surface, on fasse passer un plan sous différentes inclinaisons, de manière cependant à rester toujours perpendiculaire au plan A'SB', qui passe par l'axe; on pourra déterminer successivement toutes les sections connues, et le lieu des centres de toutes ces sections sera une ligne droite O''O*o*'', parallèle à SB', et passant par le milieu de SA; car tout grand axe d'ellipse ou d'hyperbole, tel que AB' ou A*b*',

sera évidemment coupé par cette droite en deux parties égales.

3. La droite OO'' peut être considérée encore comme le grand axe d'une parabole, dont l'origine serait au point O : de plus toutes les ordonnées de cette parabole seraient successivement les petites axes des ellipses, dont une extrémité du grand axe serait en A. Par exemple, le petit axe de l'ellipse AnB' serait l'ordonnée au point O'' de la parabole, et sa valeur b s'obtiendrait, d'après les propriétés de la parabole, par la proportion suivante;

$$\overline{OO'} : \overline{OO''} :: \overline{AO'}^2 : b^2 = \overline{AO'}^2 . \frac{\overline{OO''}}{\overline{OO'}}:$$

En observant que l'ordonnée de la parabole au point O' égale le rayon AO' du cercle. Mais à cause de $\overline{OO''} : \overline{OO'} ::$ $SB' : SB = SA$, on a encore

$$b^2 = \overline{AO'}^2 . \frac{\overline{SB'}}{\overline{SA}}.$$

Pour plus de simplicité, je représenterai désormais le demi-premier axe d'une section conique par a, le demi-second axe par b, l'excentricité par e, les deux côtés opposés du cône SA et SB' par c et c', et enfin les rayons AO', $A'G$ par r et r'; d'après cette notation, la formule précédente sera

$$b^2 = r^2 . \frac{c'}{c} \dots. (1).$$

Quand l'angle $A'SB'$ au centre du cône est droit, on obtient $2r^2 = c^2$; et conséquemment,

$$b^2 = \frac{1}{2} c. c'.$$

4. Nous venons de voir que pour valeur du petit axe de l'ellipse on obtient $b^2 = r^2. \frac{c'}{c}$, mais on a aussi, à cause des triangles semblables SGB′ et SO′A, la proportion $c' : c :: r' : r$, donc

$$b^2 = r. r' \;........\; (2).$$

Ainsi *le demi-petit axe d'une ellipse est moyen proportionnel entre les rayons de deux cercles, qui passent par les extré mités du grand axe.*

5. On démontre en Géométrie que lorsqu'un quadrilatère peut être inscrit, le produit des diagonales vaut la somme des produits des côtés opposés deux à deux ; le quadrilatère B′BAA′ étant susceptible d'être inscrit, on obtiendra

$$\overline{B'A}^2 = \overline{AB}.\ \overline{A'B'} + \overline{BB'}^2.$$

Mais, par le paragraphe précédent, on a $\overline{AB}.\ \overline{A'B'} = 4r. r' = 4b^2$; et en observant d'ailleurs que $\overline{B'A}$ est le grand axe de l'ellipse, on obtient par la substitution

$$4a^2 = 4b^2 + \overline{BB'}^2 \;......\; (3).$$

donc

$$\overline{BB'} = 2\sqrt{a^2 - b^2} = 2e.$$

D'où nous pouvons conclure ce principe important que $\overline{BB'}$ est la double excentricité de l'ellipse et que O″O′ est l'excentricité même.

Ainsi la distance des foyers dans une ellipse égale la dif-

férence des deux rayons vecteurs, menés du sommet du cône aux extrémités du grand axe de l'ellipse.

Pour avoir les deux foyers F et F′, il suffirait donc de décrire du point O″ avec un rayon égal à O″O′ une circonférence et ses deux points d'intersection avec le plan de l'ellipse seraient les foyers. J'ai démontré que le lieu des foyers de toutes les sections, qui ont leur origine en A, est une courbe du troisième degré, que j'ai nommée pour cette raison courbe *Focale:* elle jouit de plusieurs propriétés remarquables (1).

6. Menons maintenant dans l'ellipse A*n*B′ un diamètre *nn′*; et les ordonnées *n*X et *n′*X′ : puis du sommet du cône menons aux points *n* et *n′* les rayons vecteurs S*n* et S*n′* : le rayon vecteur S*n* sera égal à SE, si l'on conçoit par le point *n* un cercle dont le plan parallèle à celui du cercle AB contient le point E; de même, par une semblable construction, le rayon vecteur S*n′* serait égal à SE′, et alors la somme des rayons vecteurs $Sn + Sn' = SE + SE' = SB + SB'$, parce que $EB = E'B'$, à cause des triangles semblables B′E′X′, B′EX, B′BA et de $B'X' = XA$, ce qui résulte de la nature du diamètre *nn′*. Ainsi $Sn + Sn' = c + c' = 2c + 2e$.

La somme de deux rayons vecteurs menés du sommet du cône aux extrémités d'un même diamètre de l'ellipse est donc constante, et vaut deux fois le plus petit rayon vecteur mené du sommet du cône à l'ellipse plus la double excentricité.

Les deux rayons vecteurs, menés du sommet du cône aux extrémités du petit axe, vaudraient aussi $2(c + e)$; de plus

---

(1) Voyez : Dissertatio de quibusdam locis geomet. nec non de Curvâ focali. Gandavi, 1819.

ils sont nécessairement égaux, et l'un d'eux, que je représenterai désormais par la lettre d, aurait pour valeur $c + e$; de sorte qu'en représentant par X et X' deux rayons vecteurs, partant du sommet du cône et venant aboutir aux extrémités d'un même diamètre de l'ellipse, on aurait constamment

$$X + X' = 2d \ldots\ldots (4).$$

Cette propriété est analogue à celle des rayons vecteurs, menés dans le plan de l'ellipse, des deux foyers à un même point de la courbe.

7. Nous venons de remarquer une analogie entre les rayons vecteurs, menés du sommet du cône et ceux menés des foyers de l'ellipse; mais nous ne l'avons pas suffisamment établie, c'est pourquoi nous y revenons.

Soit encore $Sn = SE = \rho$, et continuons à représenter par d le rayon vecteur SH, mené à l'extrémité du petit axe de l'ellipse, nous aurons

$$\rho = d - \overline{HE} = d - \overline{O''r}:$$

Mais, par la similitude des triangles $O''rX$, et $O'O'A$, on a

$$\overline{O''A} : \overline{O''O'} :: \overline{O''X} : \overline{O''r} = \frac{\overline{O''O'}.\overline{O''X}}{\overline{O''A}} = \frac{e.x}{a}:$$

La quantité e, comme je l'ai dit plus haut, est l'excentricité de l'ellipse, a le demi-grand axe et x l'abscisse $\overline{O''X}$, de sorte que

$$\rho = d - \frac{ex}{a} \ldots\ldots (5).$$

Mais d'après les propriétés de l'ellipse, le rayon vecteur mené du foyer le plus proche au même oint n, serait

$$\rho' = a - \frac{ex}{a};$$

D'où l'on déduit

$$\rho - \rho' = d - a \ldots\ldots (6):$$

Résultat remarquable, d'où nous concluons que *si l'on joint un même point d'une ellipse au foyer de cette ellipse et au sommet du cône, la différence des rayons vecteurs est constante, et vaut la distance du sommet du cône à l'extrémité du petit axe de l'ellipse, moins le demi-grand axe de cette même ellipse.*

8. Nous venons d'établir une relation entre les rayons vecteurs menés du sommet du cône et les différentes grandeurs, que l'on considère ordinairement dans l'ellipse; nous chercherons maintenant à en établir une entre les mêmes grandeurs et l'angle β au centre du cône.

Nous avons d'une part l'égalité, (3)

$$b^2 = r^2 \frac{c'}{c};$$

et d'une autre part, du triangle rectangle AO'S on déduit

$$r^2 = \sin^2 \tfrac{1}{2} \beta . c^2;$$

en substituant à r^2 sa valeur, on obtient

$$b^2 = c . c' . \sin^2 \tfrac{1}{2} \beta \ldots\ldots (7).$$

Nous aurons bientôt occasion d'employer avec succès cette nouvelle relation, que nous venons d'établir.

9. Ce qui précède mérite quelques éclaircissemens, parce que je ferai voir que toutes les propriétés des foyers, qui nous sont connues, ne forment que des cas fort particuliers

de ce qui arrive quand au lieu du foyer on considère le sommet du cône.

Concevons que le plan du cercle B′A′ se meuve vers le sommet S du cône, en demeurant toujours parallèle à lui-même et en conservant son centre sur l'axe SG; concevons aussi que les petits élémens triangulaires de la surface du cône se désunissent en même temps et suivent le mouvement du cercle, en glissant chacun constamment le long des mêmes points de la circonférence : quand le centre du cercle sera
Fig. I et II. en S, alors les élémens triangulaires de la surface du cône seront également distribués sur la surface d'un cercle A′IB′, dont le rayon serait SA′, c'est-à-dire, la hauteur d'un des élémens triangulaires (1). Mais l'aire de ce cercle A′IB′ est à l'aire du cône SA′B′, ou bien à la somme des aires des élémens triangulaires du cône, tels que A′SP, q Sr, etc., qui sont également distribués sur sa surface comme SA′ : A′G, ou bien comme 1 : sin $\frac{1}{2}$ β; et ce rapport a lieu sur toute la surface développée de cette manière, vers le centre S du cercle comme vers la circonférence, parce que le rapport 1 : sin $\frac{1}{2}$ β est indépendant de la grandeur du rayon SA′. Il faut bien remarquer que les élémens de surface du cône tels que A′SP, qSr, etc. sont de petits triangles isocèles, qui par leur union forment la surface du cône, et qui d'ailleurs peuvent être supposés désunis et distribués également sur un plan, de manière que deux élémens consécutifs laissent partout entre eux un même espace plus ou moins grand, dépendant de leur nombre ou bien de l'angle au centre du cône. Ainsi l'aire plane S serait à l'aire applanie S′ comme SA′ : A′G, ou bien,

(1) Les parties de la seconde figure sont relativement moins grandes que celles de la première.

$$S : S' :: 1 : \sin \tfrac{1}{2} \beta \ldots\ldots (8).$$

10. Mais, après avoir aplani la surface du cône, comme nous venons de le faire, on a dans le même plan la surface $SAnB'$ du cône tronqué qui est aussi aplanie, ou bien épanouie, et je dis que ses élémens sont également distribués sur une ellipse AnB', dont un des foyers est en S, Fig. I et II.
dont le grand axe $AB' = AS + SB' = c + c' = 2d$, et dont l'excentricité égale $O'O''$ ou bien e, excentricité de l'ellipse, qui sert de base à la portion du cône $SAnB'$. En effet, nous avons vu (7) qu'un rayon vecteur mené du sommet du cône a pour valeur,

$$\rho = d - \frac{e.x}{a}:$$

L'abscisse x est alors évaluée sur le diamètre $B'A = 2a$; mais Fig. I.
quand la surface du cône tend à s'aplanir, ce diamètre s'alonge également dans toutes ses parties, et croît dans le même rapport que l'abscisse; et enfin quand AB' se trouve dans un même plan avec la surface du cône aplanie, ce diamètre est égal $2d = SA + SB'$, l'abscisse x devient x', et les accroissemens étant proportionnels, on a $\frac{x}{a} = \frac{x'}{d}$;
en substituant, on obtient

$$\rho = d - \frac{e.x'}{d} \ldots\ldots (9).$$

Ce qui est l'équation d'une ellipse. *Ainsi la surface aplanie du cône à base elliptique est une ellipse, qui a même excentricité que sa base, et qui a un grand axe égal à la somme des rayons vecteurs, menés du sommet du cône aux extrémités du grand axe de l'ellipse qui sert de base.*

Cette propriété singulière du cône droit, considéré de cette manière, donne lieu à plusieurs conséquences remarquables, que nous développerons bientôt.

Dans le mouvement de la surface du cône, qui tend à s'aplanir, le point t demeure constamment sur l'axe du cône et devient enfin le foyer S de l'ellipse, sur laquelle sont distribués également les élémens de la surface du cône. A cause de l'égalité des angles ASt et tSB′, les segmens tA, tB′ s'alongent proportionnellement de manière à avoir toujours tA : SA :: tB′ : SB′ jusqu'à ce qu'enfin chaque antécédent devienne égal à son conséquent. Quant à tO″, au terme de sa croissance, il devient égal à l'excentricité.

11. Nous pouvons maintenant déterminer la surface d'un cône à base elliptique d'une manière bien simple. Soit, par
Figure I. exemple, à évaluer la surface SAnB′; cette surface pourrait être aplanie et ses élémens couvriraient l'ellipse AnB′,
Figure II. qui a pour premier axe $2d = AS + SB'$, pour excentricité $e =$ O′O″, et pour second axe $\sqrt{d^2 - e^2} = \sqrt{(d+e)(d-e)} = \sqrt{c.c'}$; mais S représentant la surface de cette ellipse, et π étant la la demi-circonférence dont le rayon est l'unité, on aurait

$$S = \pi.\ d.\ \sqrt{c.\ c'};$$

et conséquemment la somme des élémens distribués sur sa surface ou bien l'aire du cône SAnB′ vaudra, d'après ce qui a été dit au paragraphe 9, et par la formule 8;

$$SAnB' = \pi.\ d.\ \sin \tfrac{1}{2}\beta\ \sqrt{c.\ c'};$$

mais, par la formule (7), nous avons $b^2 = c.\ c'.\ \sin^2 \tfrac{1}{2}\beta$, donc

$$SAnB' = \pi.\ b.\ d \ldots\ldots (10).$$

L'aire d'un cône droit tronqué à base elliptique vaut donc l'aire d'une ellipse, qui aurait son grand axe égal à la somme des rayons vecteurs, menés du sommet du cône aux extrémités du grand axe de l'ellipse qui sert de base, et pour petit axe le petit axe de cette même ellipse.

12. Comparons maintenant l'aire du cône $SAnB'$ à l'aire de l'ellipse AnB', qui lui sert de base, et dont la valeur est $\pi.\,b.\,a$, en nommant toujours a et b ses deux axes, nous aurons Figure I.

$$SAnB' : AnB' :: d : a :: AS + SB' : AB' \ldots\ldots (11).$$

L'aire d'un cône droit tronqué, qui à pour base une ellipse, est donc à l'aire de cette ellipse, comme la somme des rayons vecteurs, menés du sommet aux extrémités du grand axe de l'ellipse est à ce même grand axe.

Pour exposer ce résultat avec plus de simplicité, et afin d'éviter la longueur et l'embarras des calculs, j'ai préféré employer une méthode qui se rapproche de celle de Cavalleri : mon raisonnement est fondé sur les principes de la Géométrie; il serait facile de le vérifier par l'analyse.

13. J'aurais pu développer la surface du cône à base elliptique d'une autre manière et découper, comme on le faitordinairement, la surface le long SA, pour l'aplanir ensuite, sans désunir les élémens. On obtient alors une courbe $a'B'a$, comprise entre deux rayons vecteurs Sa et Sa' égaux à SA: Figure II. nous allons chercher son équation polaire.

La surface de cette courbe se compose de la somme des élémens triangulaires, qui sont également distribués sur l'ellipse AnB', et entre lesquels on rétablit la contiguité qui

existait d'abord : en sorte que les triangles A′SP, qSr, etc., viennent par là se placer en A″SP′, q'Sr', etc., et les angles tels que P′Sq', qui existaient entre eux primitivement, disparaissent. Or, nous avons pour équation polaire de l'ellipse, comme on peut le voir dans les ouvrages élémentaires, en nommant δ l'angle entre le rayon vecteur et l'axe, et q le rapport de l'excentricité au demi-grand axe;

$$z = \frac{d\ (1 - q^2)}{1 + q \cos.\delta'}\,;$$

Et comme d'ailleurs dans ce nouveau mouvement les valeurs de d et de q ne changent pas, il ne faudra modifier la formule précédente, que dans la valeur de l'angle δ'; et en effet l'angle δ' compris entre l'axe et un rayon vecteur dans l'ellipse AnB′, serait à l'angle δ, compris entre ce même rayon vecteur et Sa dans le développement Sa'B′a, comme la circonférence AaBa'A : aBa'; ou bien au lieu de ce rapport, on peut mettre celui du côté du cône au rayon du cercle qui sert de base SA : AO′; et en nommant n ce rapport, on mettra au lieu de δ' sa valeur $n\delta$: ce qui réduira l'équation de la courbe a'Ba à la forme suivante,

$$\rho = \frac{d\ (1 - q^2)}{1 + q.\cos.n\delta} \;\ldots.\; (12).$$

L'équation (12) ne représente pas seulement la branche de courbe a'B′a, mais plusieurs autres encore qui lui sont égales, et qui, se développant autour du point S à la suite de a'B′a vers g et g', forment une espèce d'étoile, dont le nombre des rayons dépend du rapport n. Ce nombre est fini ou bien infini selon la nature de ce rapport; si, par exemple, $n = 3$; c'est-à-dire, si l'on a sur le cône SA = 3 AO′,
Fig. 1. l'équation du développement SAnB′ sera

$$\rho = \frac{d\,(1 - q^2)}{1 + q.\cos.^3\delta}:$$

Cette équation représente non seulement la branche a' Ba, mais encore deux autres parfaitement égales qui se développent à la suite selon agbA$b'a'$, et la courbe se ferme au point a'; comme si l'on déroulait trois enveloppes successives qui couvriraient le cône. En général, quand n sera un nombre entier, il y aura autant de branches que d'unités dans n; mais si n est une fraction de la forme $\frac{p}{q}$; alors la courbe ne se ferme pas au point a' après une seule révolution, et continue à se développer dans le même ordre : elle fait autant de fois le tour de la circonférence qu'il y a d'unités dans q, et offre autant de branches qu'il y en a dans p; mais si l'une de ces quantités p ou q est incommensurable, la courbe ne se ferme plus (1).

La courbe la plus simple que représente l'équation (12), après l'ellipse, est celle qu'on obtient en faisant $n = 2$, ce qui revient à considérer la section elliptique faite sur un cône dont l'angle au centre est le $\frac{1}{3}$ d'un angle droit. Le développement de la surface du cône offre une courbe du quatrième degré, dont l'équation est, a étant le demi-axe de l'ellipse qui sert de base, et e l'excentricité de cette même ellipse :

---

(1) On m'a montré depuis peu un travail de Mr. Smith sur la recherche de cette même équation; tout en rendant justice à l'habileté de ce géomètre, je ne puis m'empêcher de dire que ses calculs sont excessivement longs, et qu'il n'en a pu rien conclure sinon la forme des développemens de ces surfaces; cela tient uniquement, comme le calcul le prouve d'ailleurs, à ce que Mr. Smith ne paraît pas avoir eu connaissance du principe démontré au paragraphe 5.

$$(a-e)\,x^2+(a+e)\,y^2=(a^2-e^2)\sqrt{x^2+y^2}.$$

La valeur de la surface de ces courbes s'obtient sans peine, par ce qui a été dit précédemment, et la courbe rectifiée vaudrait le contour de l'ellipse, dont elle est le développement.

En découpant la surface S A n B′ partout ailleurs que le long du rayon vecteur SA, on aurait encore l'équation polaire,

$$\rho=\frac{d\ (1-q^2)}{1+q.\cos n\,(\delta-\alpha)}\ \ldots\ldots\ (13).$$

L'angle α mesurant l'angle entre la nouvelle origine et l'ancienne.

Monge, l'un des plus beaux génies de ce siècle, s'est beaucoup occupé dans sa *Géométrie descriptive* de la construction par points du développement de la surface d'un cône; mais il ne parle en aucun endroit de son ouvrage des propriétés que j'ai démontrées plus haut, et qu'il aurait pu néanmoins employer avec succès.

Figure III. 14. L'inspection seule du *cylindre* droit, fait voir que la distance BB′ égale la distance des foyers dans l'ellipse : car dans le triangle rectangle B A B′, l'hypothénuse est le grand axe de l'ellipse, BA vaut le petit axe, et conséquemment le troisième côté BB′ doit valoir la double excentricité.

Sur le cylindre, les rayons vecteurs deviennent parallèles, puisqu'on peut le considérer comme un cône dont le sommet est infiniment éloigné de sa base. Mais on pourra prendre alors les distances parallèles à l'axe du cône, comprises entre l'ellipse et le cercle, qui passe par le centre de cette ellipse. Par exemple, $nn'=r\mathrm{O}'=\frac{\overline{\mathrm{OO}'}.\overline{rr'}}{\overline{\mathrm{AO}}}=\frac{e.\cos.\delta}{b}$: e est l'excentricité, b le petit axe de l'ellipse qui vaut le rayon

AO, et δ est l'angle $AOm = aO'n'$. Ainsi, dans la valeur de nn', il n'y a de variable que cos. δ. Si l'on voulait avoir le développement de AnB', il faudrait tracer une droite BOA égale en longueur à la demi-circonférence BmA (1), la partager en deux parties égales en O, et décrire de ce point une circonférence $bma = BmA$, élever ensuite en B et O les deux perpendiculaires $BB' = 2e$ et $Os = e$: si l'on décrit alors la demi-circonférence Ors, et si l'on mène le rayon Orm, ainsi que la corde sr, on aura, à cause de la similitude des triangles OmP et Ors, la proportion Fig. III bis.

$$\overline{Om} : \overline{OP} :: \overline{Os} : \overline{sr} = \frac{\overline{Os}.\ \overline{OP}}{\overline{Om}} = \frac{e.\ \cos.\delta}{b} :$$

En prenant donc $sn' =$ arc $s'm$, l'ordonnée nn' de la courbe $B'sA$ sera égale à la corde sr.

Lorsque $Os' = Os$, ou bien quand dans l'ellipse l'excentricité égale le demi-petit axe, on a cos. δ pour valeur de l'ordonnée, c'est-à-dire, que notre développement devient alors la courbe, que les géomètres ont nommée *compagne de la cycloïde* ou bien encore *sinusoïde*. On peut consulter l'histoire des mathématiques pour ce qui concerne ses propriétés, que l'on pourrait démontrer d'une manière fort simple, en considérant cette courbe comme le développement de la surface d'un cylindre coupé par un plan elliptique.

---

(1) La rectification approchée de la circonférence étant d'une grande utilité dans les arts, j'en proposerai une remarquable par sa simplicité.

Soit une circonférence AmB et deux tangentes parallèles FA et BC aux extrémités du diamètre $AB = 2r$; faisant $FA = \frac{1}{2}r$, $BD = 6r$ et $BC = 7r$, menons ensuite FC, et du point d'intersection n menons la droite nD : la valeur de $Dn = 3{,}1418$, en prenant le diamètre pour unité. Figure VII.

Ainsi, quand dans l'équation (12) ρ devient infini, c'est-à-dire, quand le cône devient un cylindre, la courbe qui d'abord était algébrique devient transcendente. Ce passage d'un état à un autre est fort remarquable; on peut faire les mêmes observations par rapport à la circonférence, car soit $a = \sqrt{2}$ le côté du quarré inscrit, le rayon étant pris pour unité, on voit évidemment que sa valeur dépend d'une équation du second degré : d'après les formules connues aurait pour valeur du côté de l'octogone régulier $\sqrt{2-\sqrt{2}}$; et cette valeur dépendrait d'une équation du 4me. degré : pour le côté du polygone régulier de 16 côtés, on aurait $\sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{2}}}$; et sa valeur serait racine d'une équation du huitième degré ; en continuant les mêmes raisonnemens, on verrait, sans peine, que, pour le polygone de n côtés, la valeur du côté serait racine d'une équation du degré $\frac{n}{2}$; mais en continuant à multiplier les côtés, les contours des polygones s'approchent de plus en plus de la circonférence; et on a, pour dernière limite, la circonférence même, en supposant les côtés infiniment multipliés : la circonférence alors est une courbe, qui n'appartient plus à la classe des polygones, car le nombre de ses parties élémentaires étant infiniment grand, en le divisant successivement par deux, on ne pourra jamais revenir à un polygone d'un nombre de côtés fini : la valeur de la circonférence dépend donc d'un produit dont un des facteurs est racine d'une équation qui peut être considérée comme n'étant plus algébrique, c'est une incommensurable d'un autre ordre; ce qui revient à ce que dit M. Legendre dans les excellentes Notes de sa Géométrie. Comme dans le cercle on ne peut construire aucune

droite de cette nature, il en résulte qu'on n'en peut pas employer à la mesure de la longueur de la circonférence; et c'est à quoi tient, sans doute, l'impossibilité jusqu'à présent reconnue de trouver la quadrature du cercle.

15. Dans la parabole le petit axe disparaît, puisque le centre est à une distance infinie, de sorte que les propriétés énoncées plus haut seront modifiées.

D'abord la propriété des rayons vecteurs (6) ne peut plus avoir lieu, mais chaque rayon, tel que Sn, mené du sommet du cône, égale $Sn' = SA + Am$, c'est-à-dire, une constante plus l'abscisse Am; propriété analogue à celle de la parabole, où le rayon vecteur, mené du foyer au même point n, vaut cette abscisse Am plus le quart du paramètre : on a donc d'une part, Figure IV.

$$\rho = \overline{SA} + x \ldots\ldots (14).$$

Et de l'autre pour la parabole, FA étant le quart du paramètre,

$$\rho' = \overline{FA} + x;$$

D'où l'on déduit :

$$\rho - \rho' = \overline{SA} - \overline{FA}.$$

Ainsi quand on joint un même point d'une parabole au foyer de cette parabole et au sommet du cône, la différence des rayons vecteurs est constante, et vaut la différence des distances de l'origine de la parabole au sommet du cône et à son foyer.

16. Cherchons la position du foyer F; pour déterminer les foyers dans l'ellipse, il suffisait, de O″ comme centre et avec O″O′ pour rayon, de décrire une circonférence, et les deux points d'intersection avec le plan étaient les foyers (5). Pour la parabole, le rayon O″O′ étant infini, l'arc sera la Figure I.

droite O′F, abaissée du centre du cercle BA, perpendiculairement au grand axe AB″ de la parabole, et le point F sera le foyer; quant à la valeur AF du quart du paramètre, les triangles SO′A et AO′F étant semblables, on a

$$\overline{SA} : \overline{AO'} :: \overline{AO'} : \overline{AF} = \overline{AO'}. \frac{\overline{AO'}}{\overline{SA}} = \overline{AO'}. \sin \tfrac{1}{2} \beta \ldots (15),$$

et en faisant $2\,AF = p$ et $2\,AO' = q$,

$$p = q. \sin \tfrac{1}{2} \beta.$$

Mais le rapport de p à q est constant; on voit donc que si l'origine de la parabole reste sur la droite SA′, le foyer doit rester sur la droite SFl; et par suite, si la droite Sl tourne autour de l'axe SO′ sous un même angle, elle engendrera un nouveau cône, tel que toute parabole construite sur le cône SA′B′ ne peut avoir son foyer que sur sa surface. *Ainsi le lieu des foyers de toutes les paraboles qu'on peut construire sur un cône droit est la surface d'un autre cône droit.*

17. Supposons maintenant que la surface du cône ait été aplanie par le procédé, que nous avons déjà suivi; tous les rayons vecteurs tels que Sn, menés du sommet du cône à la parabole laisseront entre eux un intervalle égal et se trouveront distribués sur une surface plane, que je dis être une parabole. En effet, les abscisses, telles que Am, n'auront pas varié dans ce mouvement général, puisque AB″ est parallèle à SB′. Le point A sera encore l'origine, le point t, se plaçant en S, sera le foyer; et enfin l'équation demeurera

$$\rho = SA + x = c + x.$$

c est la quart du paramètre; l'équation en coordonnées rectangulaires serait

$$y^2 = 4c.x \ldots\ldots (16).$$

Ainsi la surface aplanie du cône, qui a pour base une parabole, est également une parabole.

18. Passons à la quadrature de l'espace S AnCig, déterminé sur le cône par une parabole AnC et une hyperbole $g\,i$C, parallèle à l'axe du cône. En aplanissant le cône, tous les points de l'hyperbole giC seraient dans un même plan et en ligne droite; c'est ce qu'on peut remarquer sans peine, en observant que le plan giC demeure toujours parallèle à l'axe du cône. Mais on démontre que l'aire comprise entre l'arc d'une parabole et ses deux coordonnées rectangulaires correspondantes vaut les $\frac{2}{3}$ du rectangle construit sur ces coordonnées. Il résulte de là que l'aire comprise sur le cône entre les 2 plans AnC et Cig, vaudrait, étant aplanie, les $\frac{2}{3}$ AB″, multiplié par la nouvelle ordonnée qui répond à B″C dans ce cône aplani, et dont la valeur est $y = \sqrt{4c.x}$ (16) : et de plus, en vertu de ce qui a été démontré (9), il faudrait multiplier cette expression par $\sin\frac{1}{2}\beta$, β étant l'angle au centre du cône, donc

$$\text{SA}n\text{C}ig = \tfrac{2}{3}\,x.\sin\tfrac{1}{2}\beta\,\sqrt{4c.x},$$

mais $\sin\frac{1}{2}\beta = \dfrac{\overline{\text{OA}}}{\overline{\text{SA}}} = \dfrac{q}{2c}$; et, en réduisant, on obtient

$$\text{SA}n\text{C}ig = \tfrac{2}{3}\,x.\sqrt{\frac{q^2 x}{c}} = \tfrac{2}{3}\,x\,\sqrt{2p\,x},$$

parce que $\dfrac{q^2}{c} = \dfrac{4\overline{\text{AO}}^2}{2\overline{\text{SA}}} = 2\text{AF} = 2p$ (paragr. 16, form. 15).

La portion de parabole AnCB″ aurait aussi pour expression de son aire $\frac{2}{3}\,x\,\sqrt{2p.x}$. Ainsi,

$$SAn\,Cig = An\,CB'' \ldots\ldots (17).$$

L'aire comprise sur un cône entre un plan parallèle à l'axe et un plan parallèle à l'un de ses côtés, vaut l'aire de la portion de parabole, qui lui correspond sur ce dernier plan.

Il résulte encore de là que l'aire comprise entre deux plans parallèles au plan giC, serait équivalente à l'aire qui lui correspond sur le plan inférieur AnC; et comme on peut prendre ces plans où l'on veut, on démontrerait sans peine que la même propriété a lieu pour toute la surface du cône; de là nous pourrons déduire le théorême suivant :

Si l'on dessine sur la surface d'un cône une figure quelconque, son aire X vaudra l'aire, déterminée sur un plan parallèle à l'un des côtés du cône, par la droite qu'on ferait glisser le long du contour de la première figure et parallèlement à l'axe de ce cône.

19. Mais il est démontré que si l'on a une figure quelconque, tracée sur un plan incliné, et qu'on la projette sur le plan horizontal par des perpendiculaires abaissées de tous les points de son contour sur ce plan, l'aire de la projection sera à celle de la figure proposée, comme le cosinus de l'angle des deux plans est au rayon (1). Donc l'aire X, dessinée sur le plan parabolique, et qui forme la valeur de l'aire correspondante sur le cône, sera à l'aire de leur projection commune comme $1 : \sin \frac{1}{2}\beta$; en prenant pour rayon l'unité, et en remarquant que le cosinus de l'angle entre les plans égale ici le sinus de la moitié de l'angle au centre du

(1) Lacroix, complém. de Géométrie; et Garnier, recueil de problêmes.

cône. Nous pourrons donc poser en dernier lieu que *si l'on a une figure quelconque, tracée sur la surface d'un cône, et si on la projette sur le plan horizontal par des perpendiculaires, abaissées de tous les points de son contour sur ce plan, l'aire de la projection sera à celle de la figure proposée, comme le sinus de la moitié de l'angle au centre du cône est au rayon.*

D'où il suit, comme M. Lacroix l'observe dans son grand Traité du calcul différentiel et intégral, que rien n'est plus facile que d'obtenir sur un cône droit des aires quarrables ; il suffit pour cela de prendre dans le plan du cercle qui sert de base au cône des courbes quarrables, les cylindres élevés sur les courbes parallèlement à l'axe, retrancheront du cône des portions, qui seront pareillement quarrables.

20. L'équation polaire de la parabole, comme l'on sait, est en faisant p égal au demi-paramètre et δ égal à l'angle entre l'axe et un rayon vecteur, quand on compte cet angle à partir du sommet de la courbe :

$$\rho' = \frac{p}{1 + \cos \delta}.$$

L'équation polaire de la parabole, qu'on obtient en aplanissant la surface du cône, serait donc (17) Figure IV.

$$\rho = \frac{2c}{1 + \cos \delta},$$

Et en rapprochant les élémens triangulaires, pour avoir le développement de la surface du cône, découpée selon SA, comme nous l'avons fait dans l'ellipse, on aurait pour son équation

$$\rho = \frac{2c}{1 + \cos. n\delta} \quad (18).$$

n est encore, comme au paragraphe 13, le rapport de SA : AO′. En découpant selon le côté du cône SB′, on aurait

$$\rho = \frac{2c}{1 - \cos. n\delta.}$$

Quand dans l'une de ces équations on fait $n = 2$, on a une courbe du quatrième degré. Au reste, le degré de l'équation dépend encore du rapport n.

21. Quand on passe à l'hyperbole, il se présente d'abord une difficulté, qui tient à ce que le second axe devient imaginaire. On dira peut-être qu'il est tout aussi réel que celui de l'ellipse, puisqu'il n'est que le coefficient d'une imaginaire : cela est vrai quand l'hyperbole est donnée par son équation, mais la difficulté subsiste lorsqu'on considère l'hyperbole immédiatement sur le cône. Il faudra donc commencer par examiner les relations, qui existent entre les ellipses et les hyperboles sur un même cône. Afin de pouvoir construire géométriquement ce second axe, et déterminer par-là la propriété des foyers.

De la nature de l'équation des sections coniques il résulte que si l'on considère une ellipse et une hyperbole dont les axes sont les mêmes, et qu'on superpose les axes, l'ellipse se trouvera comprise dans les limites entre lesquelles l'hyperbole devient imaginaire (1), et réciproquement l'hyper-

(1) Biot, Essais de Géométrie analytique, par. 186.

bole aura ses coordonnées réelles pour toutes les abscisses auxquelles l'ellipse ne s'étend pas. Si l'on coupe, par exemple, le cône A'SB', par un plan Ab', de manière à produire une hyperbole, les valeurs réelles des ordonnées, déduites de son équation, conviendront à tous les points de l'hyperbole qui se trouvent sur la nappe A'SB', et sur la nappe opposée : les valeurs imaginaires conviendront à une ellipse, qui aurait les mêmes axes que l'hyperbole ; en sorte que toutes ces ellipses imaginaires pourraient être considérées comme formées sur un cône *supplémentaire*, qui aurait pour axe Sg, perpendiculaire à l'axe SG, et pour côtés SA' et Sb': ce cône serait évidemment droit; nous allons voir qu'il aurait pour base une ellipse dont les axes seraient dans le même rapport que les côtés de l'angle droit SO'A. Figure I.

Soit SAB' $= \alpha$, ASB' $= \beta$ et AS $= c$: l'équation générale de toutes les sections, faites sur le cône, sera (1)

$$y^2 = \frac{\sin\alpha.\ \sin(\alpha+\beta)}{\cos^2\frac{1}{2}\beta}\left(\frac{c\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}x \mp x^2\right):$$

La nature de la section dépendra de l'angle $\alpha+\beta = 200° -$ SB'A. Comparons l'équation précédente à l'équation connue

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2}(2\,a.\,x \mp x^2).$$

La valeur du demi-grand axe étant $a = \frac{c.\ \sin\beta}{2.\sin(\alpha+\beta)}$; nous aurons

pour valeur du petit axe $b^2 = \frac{\sin\alpha.\ \sin(\alpha+\beta)}{\cos^2\frac{1}{2}\beta}.a^2$, ou bien

(1) Francœur, Mathém. pures, 1[er]. vol.

$$b^2 = \frac{\sin\alpha.\ \sin(\alpha+\beta)}{\cos^2\frac{1}{2}\beta}.\ \frac{c^2.\ \sin^2\beta}{4\sin^2(\alpha+\beta)};$$

Mais puisque $\frac{\sin^2\beta}{4\cos^2\frac{1}{2}\beta} = \sin^2\frac{1}{2}\beta$, on obtient par réduction

$$b^2 = \frac{c^2.\ \sin^2\frac{1}{2}\beta.\ \sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} = r^2.\ \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)};$$

Car on a $c^2.\sin^2\frac{1}{2}\beta = r^2$ (parag. 8); r est le rayon AO′. D'une autre part, les sinus des angles étant entre eux comme les côtés du triangle respectivement opposés, on aura, quand la section est une ellipse,

$$b^2 = r^2.\ \frac{\overline{SB'}}{\overline{SA}} = r^2.\frac{c'}{c};$$

Ce que nous savions déjà (paragr. 3, form. 1). Quand la section doit être une hyperbole, en remarquant que $c^2\sin^2\frac{1}{2}\beta = r^2$ est constant, que $\alpha = 200° - \mathrm{SA}b'$ et $\alpha+\beta = 200° + \mathrm{S}b'\mathrm{A}$, on a

$$b^2 = -\ r^2\ \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} = -\ r^2\ \frac{\mathrm{S}b'}{\mathrm{SA}} = -\ r^2\ \frac{c''}{c}. \quad (19).$$

Ainsi les seconds axes des hyperboles, abstraction faite de leur signe, sont aussi les ordonnées d'une parabole qui a pour paramètre $\frac{r^2}{c}$. Cette parabole est égale à celle qui donne les ordonnées des ellipses, mais elle est dans une position opposée. Son origine est aussi au point O, son axe est la droite Oo''. L'hyperbole, dont le plan Ab est perpendiculaire à l'axe Sg, aurait donc pour axes Ab et AO′ = So': mais, quelle que soit la position du point A, la relation demeurant toujours la même, nous pouvons conclure que *le*

cône supplémentaire serait à base elliptique, et que ses axes seraient dans le même rapport que les côtés de l'angle droit So'A.

22. Représentons encore dans l'hyperbole les axes par $2a$ et $2b$, et l'excentricité par la lettre e, nous aurons

$$e^2 = a^2 + b^2;$$

Mais nous venons de voir que $b^2 = r^2 \frac{c''}{c}$; et le quadrilatère, dont $Ab' = 2a$ est la diagonale, pouvant être inscrit, on a $4a^2 = \overline{bb'}^2 + 4R.R'$; $2R$ et $2R'$ étant les droites menées par b et b' perpendiculairement Sg : mais on obtiendrait par la similitude des triangles $2R' = \frac{2R.\overline{Sb'}}{Sb} = \frac{2R.c''}{c}$; si l'on substitue ces valeurs de b^2 et a^2 dans la première équation, il vient $4e^2 = \overline{bb'}^2 + \frac{4R^2.c''}{c} + \frac{4r^2c''}{c} = (c'' - c)^2 + 4cc''$:

Car $bb' = c'' - c$, et $R^2 + r^2 = \overline{bo'}^2 + \overline{So'}^2 = \overline{Sb}^2 = c^2$: comme d'ailleurs le second membre de l'équation renferme un quarré parfait, il reste en dernier lieu,

$$2e = c'' + c \ldots\ldots (20).$$

Ainsi la double excentricité dans l'hyperbole, vaut la somme des deux rayons vecteurs menés du sommet du cône aux extrémités du premier axe.

L'excentricité pour l'hyperbole Ab' est égale à $o''O'$, c'est-à-dire, à la distance de son centre o'' au centre du cercle qui passe par A.

23. On voit sans peine maintenant d'après l'analogie, qui existe entre l'ellipse et l'hyperbole, que les propriétés, qui ont été démontrées pour la première de ces courbes, doivent

convenir avec quelques modifications à la seconde. Comme d'ailleurs le raisonnement serait le même, je me contenterai de les énoncer.

La différence des deux rayons vecteurs, menés du sommet du cône aux extrémités d'un même diamètre de l'hyperbole est constante, et vaut la double excentricité de cette hyperbole, moins deux fois le plus petit rayon vecteur, mené du sommet du cône au premier axe de l'hyperbole.

24. L'équation polaire de l'hyperbole AnI, en prenant le foyer pour pôle, et en comptant les abscisses à partir du centre o'', est quand on représente par ρ' le rayon vecteur Fn,

Figure I.

$$\rho' = \frac{e.x}{a} - a;$$

La valeur du rayon vecteur $\rho = Sn$, mené du sommet du cône au même point n de l'hyperbole, serait, en faisant $o''\, o' = \frac{c'' - c}{2} = d$,

$$\rho = \frac{e.x}{a} - d \;\ldots.\; (21).$$

D'où l'on tire

$$\rho - \rho' = a - d \ldots.. (22).$$

Si l'on joint un même point d'une hyperbole au foyer de cette hyperbole et au sommet du cône, la différence des rayons vecteurs est encore constante, et vaut le demi-premier axe de cette hyperbole moins la demi-différence des deux distances du sommet du cône aux extrémités de ce premier axe.

25. Quand on aplanit la surface du cône, c'est-à-dire, quand les élémens triangulaires de cette surface viennent se ranger dans un même plan, en laissant partout entre eux

des intervalles égaux ; je dis qu'ils sont répandus sur la surface d'une hyperbole, dont le point S, sommet du cône, est un des foyers : les points A et b' seront les extrémités du premier axe de cette nouvelle hyperbole. Mais quand les deux nappes du cône seront aplanies, SA et Sb' n'auront pas changé de grandeur et se confondront ; le point A sera en b, et $bb' = 2d$ sera le premier axe. Quant à la nouvelle abscisse x', elle sera encore à l'ancienne dans le rapport des deux axes d et a, ainsi en remplaçant $\frac{x}{a}$ par sa valeur $\frac{x'}{d}$ dans l'équation (21), on aura pour équation de la nouvelle hyperbole,

$$\rho = \frac{ex}{d} \mp d.$$

Il est remarquable que les deux portions de la surface du cône, qui en s'aplanissant doivent former la nouvelle hyperbole, sont placées sur le cône des deux côtés du plan coupant.

La surface aplanie du cône dont la base est une hyperbole, est donc également une hyperbole, qui a même excentricité que sa base et dont le premier axe est égal à la différence des rayons vecteurs menés du sommet du cône aux extrémités du grand axe de l'hyperbole qui sert de base.

26. Quant à la quadrature, sans reprendre les mêmes raisonnemens que ceux qui ont été faits pour l'ellipse, remarquons que si par l'ordonnée nf de l'hyperbole AnI on fait passer un plan vertical, l'aire du secteur hyperbolique Anf et l'aire X de la surface du cône, qui est audessus, auront même projection dans le plan de la base A'IB' : ces deux aires seront donc entre elles (19) en raison inverse des Figure I.

deux quantités $\cos AlA' = \cos o'l'A = \sin o'Ao''$ et $\sin \frac{1}{2}\beta =$ $\sin bo'o'' = \sin o''o'A$; mais dans le triangle $o''o'A$, on a $\sin o'Ao''$: $\sin o''o'A = o'o'' : Ao'' :: d : a$; on doit donc avoir aussi

$$A n \int : X :: a : d ;$$

Ainsi l'aire comprise dans l'hyperbole entre un arc et deux coordonnées rectangulaires est à l'aire correspondante sur le cône comme le demi-premier axe de cette hyperbole est à la demi-différence des deux rayons vecteurs menés du sommet du cône aux extrémités de cet axe.

27. L'équation polaire de l'hyperbole aplanie serait

$$\rho = \mp \frac{d(1 - q^2)}{1 \mp q . \cos \delta'} .$$

δ' est l'angle formé par le rayon vecteur et le prolongement du grand axe, en s'éloignant du sommet de la courbe, q est encore le rapport de l'excentricité au demi-premier axe. Le cosinus de l'angle asymptotique vaudrait le demi-premier axe divisé par l'excentricité, c'est-à-dire, $\frac{o'o''}{O'o''}$; tandis que dans l'hyperbole correspondante AnI, le cosinus de l'angle asymptotique vaut $\frac{A o''}{O'o''}$.

Dans l'équation précédente les signes supérieurs ont rapport à la branche qui enveloppe les rayons vecteurs, et les signes inférieurs à la branche qui les laisse extérieurs.

28. Si l'on rapproche les élemens triangulaires de la surface du cône, pour reproduire le développement de cette

surface, en faisant encore le rapport de SA : AO′ égal à n, on aura pour son équation polaire

$$\rho = \mp \frac{d(1-q^2)}{1 \mp q.\cos n\delta};$$

La surface est alors découpée selon les côtés AS et Sb'. Je ne m'arrêterai pas à la discussion de ces courbes, formées par le développement de la surface du cône, parce que je me propose d'y revenir dans un autre travail, qui a rapport à l'intégration.

29. En terminant ce Mémoire, je placerai ici quelques remarques, qui peuvent être déduites de ce qui précède.

Soit une ellipse B′S″B, et concevons par le grand axe B′B un plan perpendiculaire, qui contienne une hyperbole AS, A′S′ dont le premier axe AA′ soit la distance des foyers de l'ellipse, et dont la distance des foyers BB′ soit réciproquement le premier axe de l'ellipse ; je dis que tout cône droit, auquel appartient l'ellipse BS″B′, doit avoir son sommet sur l'hyperbole AS, A′S′ ; et réciproquement tout cône auquel appartient l'hyperbole, doit avoir son sommet sur l'ellipse. Cette proposition est une conséquence des propositions 5 et 22. Figure V.

Le demi-angle asymptotique rOA sera égal à l'angle OAm, formé par le rayon vecteur Am, mené du foyer de l'ellipse à l'extrémité du petit axe : de sorte que pour le cône dont le sommet serait en m, les asymptotes de l'hyperbole ne sont que les deux côtés d'un angle égal à l'angle que formerait sur la surface du cône A′ma'' une section, faite par

un plan passant par l'axe parallèlement au plan par lequel est formé l'hyperbole AS, A'S'. Cette proposition, qui se déduit d'une manière si simple de ce qui précède, a déjà été démontrée dans un Mémoire fort curieux de Mr. le Commandeur de Nieuport (1).

Quand le sommet S du cône va se placer à une distance infinie sur l'hyperbole, BS et B'S deviennent parallèles à l'asymptote O*r*, et le cône devient un cylindre. Chaque asymptote devient axe d'un cylindre, auquel appartient l'ellipse. On peut conclure de là que *toute ellipse peut être considérée comme une section cylindrique*. Le marquis de l'Hôpital, dans son Traité des sections coniques, emploie une longue démonstration pour prouver ce théorême.

Figure VI. Soit maintenant une parabole BS', et concevons par le grand axe BA*t* un plan perpendiculaire, qui contienne une parabole AS, dont l'origine soit au foyer de la première et réciproquement dont le foyer soit à l'origine de la première; je dis que tout cône droit auquel appartient la première parabole a son sommet sur la seconde, et réciproquement. Cette proposition est également une conséquence de ce qui a été démontré pour la parabole.

Il est remarquable que dans toutes les constructions précédentes l'axe du cône est une tangente au point de la courbe sur lequel repose le sommet de ce cône.

On peut encore remarquer comment les propriétés de l'ellipse se mêlent continuellement à celles de l'hyperbole : Figure V par exemple, prenons un point S sur l'hyperbole, on sait

(1) Voyez le 1er. vol. des nouveaux Mémoires de l'Acad. de Bruxelles.

que la différence des rayons SB′ et SB égale l'axe AA′, c'est la propriété de l'hyperbole; mais si l'on construit l'ellipse B′mB, il existe entre le point S et les points de cette ellipse une relation d'une autre espèce, la somme des rayons vecteurs SB′ et SB vaut la somme des deux rayons vecteurs, menés du même point aux extrémités de tout autre diamètre, c'est la propriété de l'ellipse. L'inverse a lieu par rapport à cette dernière courbe.

30. D'après tout ce que nous venons de voir, ce qui se passe dans les sections coniques, ne doit être considéré que comme un cas particulier de ce qui arrive sur le cône correspondant, puisque ces sections sont ce que devient le cône, lorsque son sommet, supposé mobile, vient se placer dans leur plan. L'analogie, qui existe d'une autre part entre les valeurs des surfaces des sections coniques et celles des surfaces des cônes, qui s'appuyent sur elles, mérite également de fixer l'attention; et l'on pourrait peut-être en parler avec succès dans les ouvrages élémentaires, d'où ces considérations ont été bannies trop exclusivement.

J'aurais pu faire encore de nombreux rapprochemens entre les surfaces des cônes et les sections, sur lesquelles elles s'appuyent, mais on pourra les déduire sans peine de ce qui a été dit. Je crois d'ailleurs avoir montré suffisamment l'importance du principe sur lequel est fondé ce Mémoire, et je ne doute pas qu'il ne puisse donner lieu à de nouvelles observations; car, comme je l'ai rappelé au commencement de ce Mémoire, quand on établit une nouvelle relation entre des quantités, que l'on considérait toujours isolément, il faut nécessairement qu'il en découle des vérités nouvelles.

FIN.

ERRATUM.

Corrigez dans les *Mémoires* précédens.

Page 60, ligne 9, $\frac{HN - GL}{GM}$ *lisez* $\frac{\frac{HN - GL}{GM}}{GM}$.

Fig. 1.

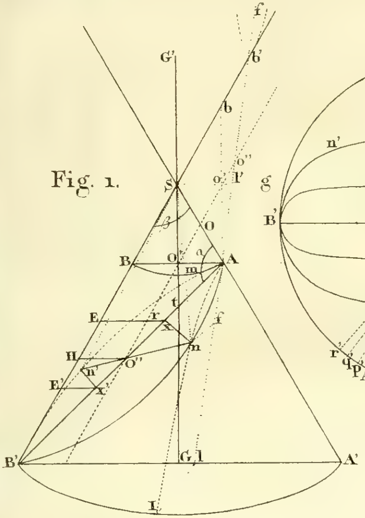


Fig. 2.

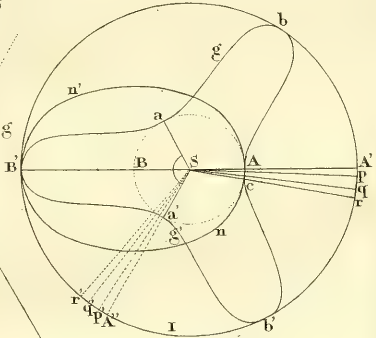
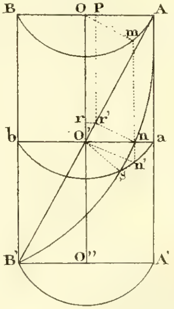


Fig. 3.



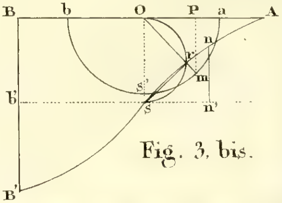


Fig. 3. bis.

Fig. 4.

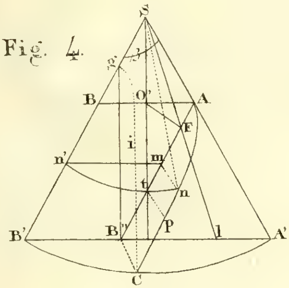


Fig. 5.

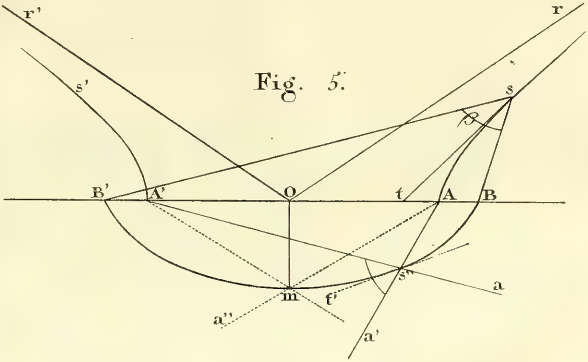


Fig. 6.

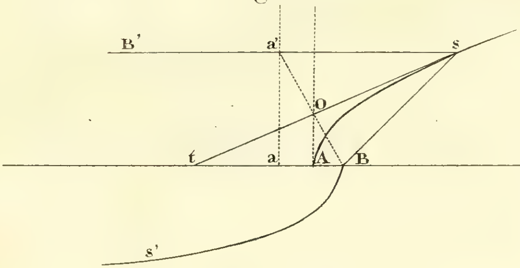
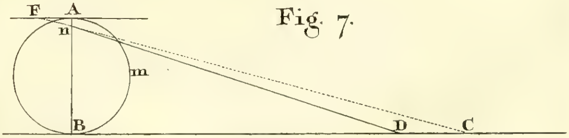


Fig. 7.



DISSERTATION

SUR

LES TRAPS STRATIFORMES.

LUE A LA SÉANCE DU 7 JANVIER 1822.

PAR J. KICKX.

BRUXELLES,

P. J. DE MAT, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE BRUXELLES
ET DE L'UNIVERSITÉ DE LOUVAIN.

1822.

DISSERTATION

SUR

LES TRAPS STRATIFORMES.

Le mot *trap* introduit en minéralogie par les mineurs suédois, n'avait aucune détermination fixe avant que *Werner* (1) l'eût réservé à des formations de roches caractérisées principalement par l'amphibole. Ce grand géologue établit trois genres de *trap*, 1° les traps primitifs, 2° les traps de transition, 3° les traps stratiformes. Ce dernier genre qui fera la matière de cette dissertation, compte pour espèces, la wakke, le basalte, l'amygdalite à laquelle se joint le poudingue basaltique, le schiste porphyrique, le *grunstein*, le *graustein*. Ces deux derniers, traduits littéralement, signifient la *roche verte* et la *roche grise*.

La wakke est la plus ancienne espèce de trap stratiforme, elle constitue des couches particulières au-dessous ou au milieu du basalte, ou des filons qui traversent des mines métalliques ; sa contexture est d'ordinaire terreuse, remplie de cavités bulleuses, sa couleur d'un gris-verdâtre, tire plus ou moins au noir : elle exhale par l'expiration de l'haleine une odeur

(1) Werner, Traité de géognosie.

argileuse, renferme souvent des cristaux d'amphibole, du mica noir, des bois pétrifiés et autres débris de corps organisés.

Le basalte recouvre communément la wakke; cette roche est plus compacte, plus dure que la précédente, elle résonne sous le marteau et n'a que rarement l'odeur argileuse, sa couleur est noire, grisâtre ou bleuâtre, souvent brune à la surface, sa structure est plus ou moins porphyrique par un mélange de grains ou cristaux d'olivine, d'augite, d'amphibole, quelquefois de leucite, de feldspath, de quartz, de mica, etc.

L'amydalite a pour masse principale un composé moyen entre la wakke et le basalte, dont le mélange est si intime qu'il paraît homogène; des tubercules ou noyaux de couleur et de nature différente sont implantés dans sa pâte, ces noyaux, soit en se décomposant, soit en quittant la masse par une autre cause, y laissent des cavités qui se remplissent de zéolithe, de stéatite, de spath calcaire, et dont quelques-unes contiennent même de l'eau. Le poudingue basaltique se rapproche de l'amygdalite et le surmonte quelquefois, il est composé d'un amas de fragmens de basalte, d'olivine et d'autres minéraux, souvent mêlés avec des restes de végétaux, agglutinés par un tuf boueux de la nature de la wakke.

Le schiste porphyrique est d'ordinaire en recouvrement sur les roches précédentes, il diffère du basalte avec lequel il a de grands rapports, par une composition plus intime, par une dureté plus grande, par le *son* plus clair et plus décidé qu'il rend par la percussion, qualité qui est l'origine du nom de *klingstein* ou pierre sonnante, que les géologues allemands lui donnent. Il est plus fragile que le basalte, ses cavités bulleuses sont petites et tapissées de très-petits cristaux, sa con-

texture est feuilletée avec une apparence de porphyre par les grains de feldspath ou d'amphibole dont il est parsemé. Cette roche renferme quelquefois des restes de corps organisés.

Le *grunstein* ou roche verte stratiforme, paraît composé comme le grunstein primitif d'amphibole et de feldspath, mais dans celui-ci les grains sont de nature moins cristalline; ils sont plus intimement unis et comme fondus les uns dans les autres, de sorte qu'il en résulte une combinaison plus sèche, plus rude au toucher que n'est le grunstein primitif.

Le *graustein* ou roche grise est aussi composé d'amphibole et de feldspath, mais ce dernier est ici la partie dominante et imprime à la pierre une couleur d'un gris de cendre, dans laquelle le vert de l'amphibole disparaît presqu'entièrement. Cette roche est superposée à toutes les autres et constitue la dernière espèce de la formation trapeënne.

Werner nous a sans doute beaucoup appris en spécifiant ce qu'il fallait entendre par *trap* en général; mais, relativement au trap stratiforme, il se présente un nouveau genre de difficulté que Bergman paraît le premier avoir fait naître; il s'agit de savoir si ce trap est d'origine volcanique ou s'il a été formé comme les autres roches stratiformes, par les eaux qui ont inondé le globe. Le basalte qui est l'espèce la plus répandue de ce trap, celle qui paraît être le type de toutes les autres, a été le principal objet de la diversité des opinions.

Bergman (1) ayant analysé un trap de la montagne d'Henneberg, en Westrogothie, comparativement avec un basalte

---

(1) Bergman, de productis vulcaniis.

de l'île de Staffa, en Écosse, ne pût croire que deux corps dans les qualités physiques et chimiques desquels il ne trouva aucune différence, dussent leur origine, l'un à un dépôt opéré par les eaux, l'autre à une déjection volcanique, et il conclut que le basalte qu'il avait regardé avec les naturalistes de son temps comme une lave, était ainsi que les autres roches stratiformes, un produit des eaux.

L'école wernérienne partagea l'opinion de Bergman et ajouta aux faits reconnus par ce chimiste, des observations géologiques, qui constatèrent qu'en Bohême, près de Leutmerits, dans la Hesse, près de Cassel et dans le Vicentin, il existe des couches de basalte alternant avec des couches de grez, de sables, de pierre calcaire et d'autres terrains stratiformes, évidemment déposés par les eaux, preuve que ce basalte est contemporain de ces roches et doit son origine au même élément qui les a formées; qu'en outre une masse de basalte épaisse d'environ sept cents pieds, répose près de Cassel, sur un immense dépôt d'houille et en aurait opéré la combustion, si ce basalte eut été une production volcanique; enfin, que les roches de trap ne portent aucune marque de fusion et renferment très-souvent des corps trop fusibles pour résister à la chaleur d'une lave, même des débris des corps organisés qui auraient également dû être détruits.

Faujas (1), *Desmarest* (2), *Dolomieu* (3) et autres partisans de l'origine volcanique des traps stratiformes, s'appuyent sur

(1) Faujas, Minéral. des volcans.

(2) Desmares, Lettres, etc.

(3) Dolomieu, Mém. sur les îles ponce, journ. de Phys.

ce qu'il est de fait que les volcans brûlans de nos jours ont produit des basaltes et d'autres roches entièrement semblables aux roches de trap et qui néanmoins ne portent aucun caractère de fusion; que l'on retrouve dans les laves modernes, presque tous les minéraux dissiminés dans les montagnes de trap; que les argiles de ces montagnes ont une analogie parfaite avec les éruptions boueuses des volcans existans; que le tuf volcanique et le poudingue basaltique sont parfaitement semblables; enfin, que les traps stratiformes sont généralement superposés à toutes les roches de cette formation, si ce n'est dans un très-petit nombre d'endroits ou des circonstances locales peuvent avoir troublé cet arrangement.

Ces argumens fondés de part et d'autre sur des données positives, se rencontrent cependant sur un point, c'est que les traps stratiformes sont contemporains des autres roches de cette formation, ou du moins qu'ils ont dû être formés immédiatement après et longtemps avant les terrains d'Alluvion. Or, en ce temps la terre aujourd'hui habitable était envahie par les eaux de la mer, à l'exception des grandes chaînes primitives qui devaient être des îles; cette mer récélait des coquillages, des poissons : des quadrupes et une végétation propres à les alimenter, existaient sur la terre avant l'irruption de la mer, les restes de ces êtres ensevelis sous d'énormes bancs de pierres formés par les eaux, déposent incontestablement de la catastrophe qui a mis fin à leur existence.

Toutes les parties des continens et beaucoup d'îles renfermaient à ces époques, des volcans dont plusieurs ont conservé des vestiges encore reconnaissables de nos jours; la mer couvrait et remplissait ces foyers, leur chaleur tempérée par sa présence ne pouvait effectuer de véritable fonte, de calcina-

tion, ni de vitrification, elle aura seulement fait subir aux matières renfermées dans ces volcans, une cuisson ou ramolissement aqueux, capable d'en opérer le mélange et de les faire couler mais incapable de les alterer sensiblement dans leur composition intime, et ces matières refroidies et desséchées ont dû reprendre à-peu-près l'état pierreux dans lequel elles étaient avant leur liquéfaction.

Patrin (1) pensait aussi que les volcans qui ont produit les traps basaltiques ou stratiformes, étaient sous marins et son opinion n'a été combattue par aucun argument plausible; il nous semble même que ces traps réunissent en eux-mêmes des preuves qui la confirment; la wakke qui est la plus ancienne de ces roches ou du moins celle que l'on trouve ordinairement sous les autres et qui conséquemment a dû former la couche supérieure des matériaux volcaniques est moins dure, moins *cuite* que les roches subséquentes, elle ressemble à de l'argile ferrugineuse fortement desséchée, ses cavités bulleuses plus ou moins abondantes, indiquent qu'elle a éprouvé une coction assez forte pour dilater et expulser les fluides qu'elles contenait, ses filons qui traversent souvent des basaltes ou d'autres roches et même des filons à mines, sans contenir jamais aucun métal exploitable, nous disent qu'elle est venue postérieurement remplir les fentes que les commotions, excitées par le volcan, avaient produit dans ces roches.

Le basalte nous présente en grande partie les caractères de la wakke, mais il paraît avoir éprouvé une fluidité plus voi-

(1) Nouv. Dict. d'hist. nat.

sine de la fusion ignée; aussi est-il plus dur, plus compacte que la wakke, différence due sans doute à la compression que celle-ci a exercé sur lui, qui a dû l'exposer à une chaleur plus forte et réunir plus étroitement ses parties. Le phénomène de la houille qu'il couvre au *Meisner,* près de Cassel et qu'il n'a pas enflammée, ne prouve rien contre son origine volcanique; cette houille était submergée, une couche de wakke dont elle est immédiatement couverte, a dû la défendre de la chaleur du basalte, qui lui-même a du être produit couche par couche, par des éruptions alternatives et garantir ainsi la houille par ses couches inférieures déjà refroidies, de la chaleur des coulées suivantes. Le gravier, le grez, la pierre calcaire qui alternent avec lui dans le pays de Hesse, en Bohême et dans le Vicentin, attestent que les volcans qui l'ont produit, étaient sous-marins et qu'il y a eu entre leurs éruptions des intervalles pendant lesquels la mer a couvert leurs laves par les mêmes dépôts qu'elle a formés ailleurs.

L'amydalite des traps stratiformes a tous les caractères d'une lave boursouflée, elle ressemble plus à la wakke qu'au basalte, quoiqu'elle soit d'ordinaire superposée à ce dernier; il est vraisemblable que ce trap résulte des portions de la wakke les plus rapprochées du basalte et qu'elle a éprouvée une cuisson moyenne entre celle de ces deux substances : les noyaux qu'elle enchatonne tous arrondis et sans angles, paraissent être des corps échappés à la destruction des roches qui ont concouru à la formation de la lave : l'enduit terreux et les cristallisations qui tapissent les bulles, sont des dépôts postérieurs à sa formation. Le poudingue basaltique qui repose souvent sur l'amygdalite ne peut être que le résultat de la

destruction du basalte, arrivée peu après sa production; ce poudingue est aux volcans anciens ce qu'est le tuf scoriforme aux volcans modernes.

Le schiste porphyrique n'est au fond qu'un basalte qui paraît devoir son origine à une déjection volcanique moins terreuse, moins mélangée, plus fusible que celle qui a produit le basalte; on peut inférer de cette différence que les portions inférieures du basalte comprimées par la masse qui les surmontait, ont éprouvé un degré de chaleur plus fort et une liquéfaction plus complète dans toutes leurs parties constituantes; l'eau et les fluides élastiques renfermés dans le gouffre ont dû contribuer aussi à l'écartement des parties de la matière et les amener à un état voisin de la dissolution.

Le *grunstein* et le *graustein* qui constituent les couches les plus superficielles des traps stratiformes, considérés attentivement, semblent être des aggrégés de sables volcaniques; ces sables suspendus dans l'eau qui couvrait le volcan ont déposé d'abord leurs grains les plus grossiers, de l'agglutation desquels est résulté le grunstein : les grains les plus fins se déposant ensuite, ont produit le graustein.

La ressemblance de composition des traps stratiformes avec les traps primitifs et de transition, n'a rien qui contrarie leur origine volcanique; les foyers de tous les volcans sont dans les terrains primitifs, les quartiers qu'en rejettent à chaque éruption ceux qui existent encore, en sont des preuves incontestables. Les roches amphiboliques feldspathiques et pétrosiliceuses étant les plus fusibles et presque les seules fusibles des roches primitives, elles ont dû fournir de tout temps les principaux ingrédiens de laves : et si les grains ou cristaux d'am-

phibole, de feldspath, de mica, d'actinote, de quartz, etc., prouvent l'identité de leur composition, les bulles que présentent les traps stratiformes, leur sécheresse et leur rudesse au tact, leur contexture plus ou moins compacte, contrastent singulièrement avec l'onctuosité et le tissu lamelleux des autres traps et démontrent assez qu'un autre élément a dû les produire.

Les minéraux fusibles que les traps basaltiques renferment ne contredisent point leur origine volcanique : Dolomieu qui s'est approché de la lave au moment ou elle venait d'être vomie par le Vésuve, assure que sa chaleur est beaucoup moins intense qu'on ne le croit communément et il a vu que des minéraux que nous parvenons à fondre pouvaient s'y maintenir intacts. Les fossiles qu'on prétend avoir trouvé dans la wakke, dans le poudingue basaltique, dans le schiste porphyrique, présentent d'abord quelque chose de plus spécieux, mais ils n'infirment cependant pas que ces traps ne soient des laves; les coquillages et ossemens, seuls restes d'animaux qu'on ait pu y rencontrer, peuvent supporter une chaleur presque rouge sans se déformer, et certes, une lave formée dans l'eau et coulant dans l'eau n'a pu avoir ou du moins conserver une température semblable; il n'est d'ailleurs pas impossible que ces corps, de même que le bois et roseaux qu'on y voit également, n'étaient déjà couverts d'un enduit pierreux tel que cette mer ancienne en a déposé sur d'autres corps organisés qui nous parviennent journellement.

L'absence de matières vitrifiées parmi les roches basaltiques que l'on a invoquée en faveur de leur origine aqueuse, n'est pas difficile à concevoir; des volcans agissans sous les

eaux ne pouvaient réduire leurs laves au degré de sécheresse et de chaleur nécessaire pour opérer une vitrification; rien d'ailleurs n'assure que ces volcans n'aient produit des laves vitriformes, lorsque leurs cratères avaient atteint ou dépassé le niveau des eaux et qu'elles n'aient été détruites pendant les cinq ou six milliers de siècles qui nous séparent du temps où ces foyers étaient en action; l'*obsidienne*, la *porcellanite*, la *pierre perlée* que l'on trouve dans les îles de l'Ascension, de Ste.-Hélène, de la Société, de la nouvelle Zélande, en France, en Hongrie et dans d'autres lieux qui ne présentent plus de traces de volcans, ne permettent guères de douter que ces anciens foyers ne produisaient les mêmes phénomènes que ceux brûlans de nos jours. Si leurs laves vitrifiées ne nous sont parvenues qu'en petite quantité, c'est que ces matières sont généralement moins abondantes que les autres déjections volcaniques, qu'elles sont beaucoup plus fragiles, plus destructibles et qu'elles n'ont pu résister aux efforts du temps comme les laves qui constituent les traps stratiformes.

Les gissemens de ces traps, comparés à ceux des autres roches stratiformes, fournissent une nouvelle preuve que des causes différentes ont dû les produire, ils sont très-communs dans certains pays, tandis qu'il ne s'en trouve pas du tout dans beaucoup d'autres et quoi qu'il soit rare de voir réunies dans une même localité toutes les espèces citées plus haut, toujours est-il certain que celle ou celles que l'on rencontre, affectent d'ordinaire une situation perpendiculaire ou oblique à l'horizon et que quelles que soient leurs masses, elles se renferment constamment dans un cercle isolé et circonscrit qui annonce les limites d'une action créatrice partielle. Les roches stratiformes au contraire constituent des bancs complètement

horizontaux, toujours inférieurs aux traps, sauf dans deux ou trois endroits sur le globe entier, elles couvrent d'immenses étendues de pays, traversent des bras de mer et des grands fleuves, se retrouvent en couches correspondantes sur tous les continens et déposent ainsi de la cause générale à laquelle elles doivent leur existence.

Il semble donc que tout tend à nous convaincre que les traps stratiformes sont des laves d'anciens volcans sous-marins; si l'idée d'un embrasement sous les eaux présente quelque chose de paradoxal au vulgaire, ceux qui s'occupent de cosmogonie se rappelleront que la plupart des îles de l'Archipel grec, de l'Océan austral, les Açores et plusieurs autres, sont des produits plus ou moins récens des volcans qui existent encore sous ces mers; que l'on connaît les dates certaines de l'apparition de quelques-unes de ces îles et de plusieurs éruptions de ces volcans.

Ce n'est pas ici le lieu de rechercher par quels moyens la nature a pu allumer et entretenir à de si grandes profondeurs ces violens foyers, ni quelle a été l'influence des volcans anciens sur l'état actuel du globe; bornant notre travail aux traps stratiformes, nous le terminerons par la remarque que si ces traps sont reconnus d'origine volcanique, ils doivent désormais constituer le premier ordre des roches de cette formation et servir ainsi de point de liaison entre les productions des deux grands agens de la nature, *l'eau* et *le feu*. Ils devront aussi quitter la dénomination de *traps*, afin de n'être pas confondus avec des roches du même nom qui figurent dans d'autres classes; ces changemens nécessaires et conformes aux règles établies dans la distribution des corps na-

turels nous portent à proposer en remplacement du nom de *trap*, celui de *laves hydrolithoïdes*, c'est-à-dire laves qui ont l'aspect de pierres formées par les eaux, et par opposition on pourrait nommer *pyrolithoïdes* les laves qui ressemblent à des pierres, mais qui portent des signes évidens qu'elles ont éprouvé la fluidité ignée, telles sont les laves granitiques, pétrosiliceuses, etc., qui existent dans les îles de Lipari, en Sicile, aux environs de Rome, en Toscane, dans le Padouan, en Auvergne, près d'Andernach sur le Rhin, etc.

MÉMOIRE

SUR

QUELQUES PROPRIÉTÉS REMARQUABLES

DE LA

FOCALE PARABOLIQUE,

PAR Mr G. DANDELIN,

OFFICIER DU GÉNIE, AU SERVICE DE S. M. LE ROI DES PAYS-BAS.

LU A LA SÉANCE DU Ier AVRIL 1822.

MÉMOIRE

SUR

QUELQUES PROPRIÉTÉS REMARQUABLES

DE LA

FOCALE PARABOLIQUE.

I.

Détermination des Foyers dans une Section Conique.

1. Par l'axe du cône supposé droit, menons un plan perpendiculaire à celui de la section; il le coupera suivant une droite AD et le cône suivant deux arêtes SA et SE. Imaginons maintenant une sphère qui se meut dans l'intérieur du cône, en lui demeurant toujours tangente : Il y aura généralement deux positions de cette sphère dans lesquelles elle touchera le plan de la section, et les points de contact F et D seront sur la droite AD, en vertu de la symétrie du cône, de la section et de la sphère par rapport au plan ASE. Fig. 1.

Soient maintenant RDK, F*cd* les traces de la sphère dans ces deux positions, et désignons par T′ un point quelconque de la section conique dont la projection sur le plan SAE soit T. l'arête du cône, qui passe par T, touchera les sphères en deux points M′ et N′, dont les projections M et N se trouveront sur les traces *cd* et RK des plans des deux cercles de contact des sphères et du cône.

Or à présent si l'on suppose deux rayons FT′ et DT′, menés des points F et D au point T′ de la section conique, on voit que le premier est égal à N′T′, puisque ce sont deux tangentes menées du point T′ à la sphère, et que par une semblable raison $DT' = M'T'$. Donc $FT' + DT' = M'T' + N'T' = M'N' = Kd$; mais cette dernière quantité est constante, puisqu'elle dépend seulement de l'angle au centre du cône et de la position des deux sphères, et que ces trois élémens sont indépendans de la position du point T′ sur le contour de la section; donc on peut en conclure que la somme des rayons vecteurs, menés des points F et D à un point quelconque de cette section, est constante.

Cette propriété, qui appartient exclusivement aux sections coniques, démontre que les points F et D sont les foyers de la courbe que nous considérons et qui est ici une ellipse.

2. En appliquant à l'hyperbole et à la parabole un raisonnement exactement semblable, on conclura généralement l'énoncé du théorême suivant :

Si l'on fait mouvoir dans un cône droit une sphère et que dans une position quelconque de cette dernière, sup-

posée tangente au cône, ou lui mène un plan tangent, l'intersection de ce plan et du cône aura pour foyer le point de contact de la sphère et du plan.

3. Si ce plan est assujetti à passer par un point constant situé sur le cône et à être perpendiculaire au plan de ce point et de l'axe du cône, pour chaque position de la sphère on n'aura plus qu'une position du plan tangent qui puisse donner une section, et d'après ce que nous avons vu, les foyers de ces diverses sections seront tous sur le plan de l'axe et du point fixe : ainsi dans cette hypothèse, la série des foyers fournira une courbe plane continue : c'est cette courbe que M^r Ad. Quetelet à nommée focale, et dont je vais exposer quelques propriétés très remarquables.

II.

Des diverses Générations de la focale, de sa forme et de quelques-unes de ses propriétés.

4. ASE étant la trace du cône sur le plan de la focale et A le point fixe, la première manière de décrire la focale qui se présente, c'est de faire mouvoir un cercle dans l'angle ASE, et dans chaque position de lui mener une tangente : les points de contact F, D, etc. obtenus de cette manière sont sur la focale. Cette construction, qui résulte immédiatement de ce que nous venons de dire, est très propre à indiquer la forme de la courbe. Fig. 2.

On voit d'abord qu'elle est comprise tout entière dans les

deux portions P′SQ′ et PSQ de son plan, puisque le cercle mobile et par conséquent le point de contact n'en sortent point.

Lorsque le rayon du cercle est nul, le cercle se confond avec son centre qui est alors en S. Le point de contact coïncide par conséquent avec S et la courbe passe par ce dernier point.

Elle passe aussi en A; mais là, pour conserver sa loi de continuité, elle doit être tangente à l'arête AS, sans quoi elle sortirait de l'angle ASE, ce qui est impossible.

5. D'un autre côté il est évident que la courbe a deux branches infinies, l'une dans l'angle PSQ, l'autre dans l'angle P′SQ′; et l'on voit, en examinant attentivement les diverses positions du cercle mobile par rapport au point A, que ces deux branches, pour venir se rejoindre en A, doivent se croiser quelque part en B, et former ainsi une feuille ou nœud.

6. On voit aussi directement par cette construction que les branches de la courbe ont pour asymptote l'arête SQ; car soit E le point d'intersection de cette arête et de la tangente AE, on aura dans l'angle PAQ :

$$AS = SR - RA = SK - AD = (SE + EK) - (AE - DE)$$

d'où $$2\,DE = AS + AE - SE.$$

Et dans l'angle P′AQ′

$$2\,DE = AS + SE - AE;$$

or plus le point E s'éloigne du sommet du cône, plus SE approche d'être égale à AE, donc il est clair que dans l'un et l'autre angle plus on éloignera le point E et plus DE approchera de $\frac{AS}{2}$, qu'il ne peut atteindre qu'à l'infini.

Maintenant soit ρ le rayon du cercle RDK, et nommons y la ligne DQ″, perpendiculaire sur SQ, nous aurons dans les deux angles

$$y = \frac{\overline{DE}^2.}{\sqrt{\rho^2 - \overline{DE}^2.}}$$

comme DE a une limite, et que ρ n'en a d'autre que l'infini, il est évident qu'on peut rendre ρ assez grand, pour que y soit plus petit que toute quantité possible donnée : ainsi donc passé une certaine valeur de ρ, la courbe approche autant que possible de l'arête SQ, mais sans jamais la joindre, puisque y ne devient nul que quand ρ est infini, ce qui suppose ainsi le centre O à l'infini.

La droite SQ est donc asymptote des deux branches de la courbe.

7. Delà résulte encore la découverte d'un nouveau point singulier; car on voit que la courbe, coupant son asymptote en S (4), ne peut chercher à la rejoindre en Q′, sans lui présenter sa concavité; et qu'ensuite elle ne peut éviter de la rencontrer, qu'en se contournant de nouveau de manière à lui présenter sa convexité. Le passage d'un de ces états à l'autre démontre l'existence d'un point d'inflexion au moins. Nous le déterminerons plus tard et nous passerons pour le présent aux diverses générations de la courbe.

Fig. 1. D'abord par le point A menons une droite AB, perpendiculaire à l'axe du cône, puis par le milieu B de cette droite, menons BV parallèle à l'arête SQ, nous aurons :

$$2\,BV = QE = QK - EK = AR - EK = AD - DE = AV + VD - (VE - VD).$$

et comme $AV = VE$, on en déduit

$$2\,BV = 2\,DV, \text{ ou } BV = DV.$$

8. Si donc du point A on mène la droite AE quelconque, et qu'à partir du point V, on prenne des deux côtés une longueur égale à BV, les deux points ainsi construits seront à la focale.

Cette construction, la plus simple et la plus élégante de toutes à été employée la première par Mr Quetelet, qui l'a tirée à priori de l'état de la section considérée dans le cône. Elle conduit directement à celle-ci :

9. Menez un cercle tangent en B à la droite BV, et par le point A conduisez lui une tangente AD. Le point de contact D est à la focale, puisque l'on a évidemment $BV = DV$, ce qui rentre dans la construction précédente.

10. Pour abréger nous appellerons désormais la ligne BV la directrice de la focale et le point A son sommet.

En reprenant la construction (8), que nous avons donnée pour la focale, on observera que si du point B on mène deux droites BD et BF aux points D et F, l'angle DBF est droit quelque soit la position de la droite AE. Or à mesure que l'on diminue l'angle BAE, les droites BD et BF deviennent de plus en plus courtes. D'un autre côté, le point B appartient à la courbe, comme on le voit en construisant les points de la focale

qui se trouvent sur AB, par la méthode indiquée n° 8; les droites BD, BF sont donc des cordes : plus elles deviennent courtes entre leurs points extrêmes et plus elles se rapprochent de l'état de tangente à la courbe, et enfin elles le deviennent tout-à-fait et en même-temps, lorsque l'angle BAD est nul, ou infiniment petit : mais nous venons d'observer que quelque soit cet angle, l'angle DBF est toujours droit, donc il doit l'être encore à la limite des variations de BAD, ce qui prouve : 1° Que la courbe a dans ce point deux tangentes distinctes, et par conséquent que ses deux branches s'y croisent (5), 2° que ces deux tangentes sont perpendiculaires l'une à l'autre : ce qui peut servir à les construire toutes deux, quand on en connait une.

11. Nous nommerons désormais ce point le nœud de la courbe.

12. En corrélant les diverses parties de la figure 2, on voit que le nœud, le sommet et la directrice d'une focale étant donnés, la construction du cône générateur et des divers autres élémens de la formation de la courbe est facile à faire et résulte directement de ce que nous avons démontré. La réciproque a aussi manifestement lieu.

13. Sur le milieu de AB menons IH perpendiculaire à AB, et soit H son point de rencontre avec la focale; menons aussi AHV, le triangle HVB sera isoscèle (8), ainsi que le triangle ABH. D'après cela nous avons :

$$BHV = HBV = 2HAB,$$

mais $$ABV = ABH + HBV;$$

donc $$ABV = 3\,HAB:$$

ainsi l'angle HAB vaudra le tiers de ABV ou de α; mais

ABV = BSQ + un angl. droit ; donc puisque BSQ est le demi-angle au centre du cône ou $\frac{1}{2}$ ASQ, il vient :

$$3\,\mathrm{HAB} = \frac{2\text{ ang. droits} - \mathrm{ASQ.}}{2}$$

14. Ceci fournit le moyen de diviser un angle quelconque en trois parties égales ; car si cet angle est α, on n'a qu'à construire la figure précédente de manière à ce que l'on ait

$$\frac{2\text{ ang. droits} - \mathrm{ASQ.}}{2} = \alpha.$$

D'où l'on tire ASQ = 2 ang. droits — 2α., alors l'angle HAB donnera le tiers de α, puisque l'équation finale du nº 13 devient alors 3 HAB = α.

Fig. 3. 15. Maintenant soit S le sommet, N le nœud, et NX la directrice d'une focale : prenons sur la courbe un point A et menons le rayon AS, qui coupe en C la directrice. Il est évident qu'en vertu de l'égalité des lignes AC et CN, la droite CD perpendiculaire sur la droite AN passe par le milieu de cette dernière et coupe en deux parties égales l'angle ACN et son égal SCX'. D'où il suit que cette droite est tangente à une parabole dont le foyer serait S et la directrice NX. Comme cette tangente figurera souvent dans le cours de ce mémoire, nous l'appellerons tangente corrélative du point A, ou simplement corrélative de A, et le point *a* de son contact avec la parabole, sera le point corrélatif ou simplement le corrélatif de A.

16. Ainsi nous en conclurons déjà que tout cercle, qui passe par un point de la focale et son nœud, a son centre

sur la corrélative de ce point, et réciproquement tout cercle dont le centre est sur la corrélative d'un point et qui passe par ce point, passe aussi par le nœud.

17. Nous pouvons déduire de là une nouvelle construction de la focale : sur une tangente quelconque Da, à la parabole, menons du point N une perpendiculaire ND à cette tangente, et prenons AD=DN, le point A sera sur la focale. Il est facile de voir en même-temps que la série des points D construits de cette manière est aussi une focale.

18. Soit B un second point de la focale, sa corrélative Fb coupera quelque part en V celle du point A, et il est clair que le cercle dont le centre est à l'intersection des deux corrélatives et qui passe par le nœud de la courbe, passe aussi par les deux points A et B. Pour abréger encore, nous appellerons ce point V sommet ou centre corrélatif des deux points A,B, tandis que nous donnerons à l'arc du cercle, compris entre les deux points, le nom de corde corrélative de ces deux points; il est naturel que le reste du cercle s'appelle prolongement de cette corde. On voudra bien excuser ces dénominations, sans lesquelles il serait difficile de présenter d'une manière claire plusieurs théorêmes intéressans de la focale et entre autres le suivant :

19. Soient pris sur la courbe six points désignés par Sans Fig.

A, B, C, D, E, F.

fesons passer par ces points, pris deux à deux, les six cordes corrélatives

AB, BC, CD, DE, EF, FA,

dont les centres seront

$$a, b, c, d, e, f.$$

ces six centres seront les sommets d'un hexagone circonscrit à la parabole, et d'après un théorême connu des sections coniques, les trois diagonales *ad, be, cf,* se couperont en un seul point que j'appelle M'; cela posé :

Les deux cordes corrélatives AB et DE ont leurs centres *a* et *d* sur la diagonale *ad.* Elles se coupent d'abord en N d'après leur définition (18), elles ont encore un autre point commun, lequel doit être tellement placé, que sa distance à un point quelconque pris sur *ad,* doit être égale à la distance de ce point au point N. Or, le point M' se trouve sur la droite *ad,* donc en désignant par N' l'intersection des cordes corrélatives AB et DE, on aura $M'N'=M'N$. si N'' est aussi l'intersection des cordes BC et EF, et que N''' soit celle des cordes CD et FA, on aura aussi

$$M'N''=M'N, \text{ et } M'N'''=M'N;$$

d'où il suit que si on décrit du point M' comme centre, un cercle dont le rayon soit M'N, il passera par les trois points N', N'' et N''', ou en d'autres termes :

19. Si l'on inscrit dans la focale un hexagone composé de cordes corrélatives, et que l'on suppose ces cordes prolongées suffisamment pour que celles qui forment les côtés opposés de l'hexagone se coupent deux à deux, on aura trois points d'intersection, lesquels avec le nœud de la focale se trouveront sur la même circonférence.

20. Ce théorême est curieux par la singulière ressemblance

de son énoncé avec celui de l'hexagone mystique de Pascal. Nous ferons plus tard usage de cette analogie, pour le moment nous suivrons les générations de la courbe.

21. Si l'on suppose que le point B soit rendu variable sur la focale, et qu'il se rapproche du point A, on verra que dans ce mouvement l'arc *ba* de la parabole, ainsi que la longueur des droites *a*V et *b*V iront toujours en diminuant et enfin lorsque le point B se confondra avec A, les points V, *a* et *b* n'en feront qu'un. Or, on voit que dans le cours de ces variations le point V ne cesse pas d'être le centre de la corde corrélative AB ; lorsqu'enfin l'arc BA de la courbe devient infiniment petit, la corde corrélative se confond avec lui, et comme alors son centre est en *a*, on voit que le cercle, dont cette corde n'est qu'un élément, est tangent à la focale en A, et a son centre en *a* sur la corrélative du point A, donc : Fig. 3.

Le cercle tangent en un point quelconque de la courbe et qui passe par le nœud, a pour centre le corrélatif du point de contact.

Il résulte de là aussi que si l'on fait mouvoir un cercle dont le centre soit toujours sur une parabole, et dont la circonférence soit assujettie à passer par un des points de la directrice de cette parabole, l'enveloppe des mouvemens de ce cercle sera une focale.

Ce théorême commun à quelques autres courbes offre, outre une nouvelle génération de la focale, le moyen d'en tracer les tangentes et les normales d'une manière générale.

22. En effet, si par un point A quelconque on veut mener une tangente à la courbe, on observera d'abord que le problême est résolu en trouvant la normale; 2° que cette normale (21) passe par le point corrélatif *a*; 3° que ce point corrélatif (15) se trouve sur la droite D*a*, menée perpendiculairement sur le milieu de AN, et 4° que cette droite étant tangente à la parabole, le point de contact ou corrélatif cherché se trouve sur la perpendiculaire S*a* menée par le foyer de la parabole sur le rayon SC, d'après une propriété connue de la parabole.

23. Si l'on voulait, d'après ce procédé, construire les tangentes ou les normales à la courbe au point N, il faudrait observer que la droite AN se confond pour ce point avec l'élément de la courbe, que par conséquent la corrélative *a*D s'y confond avec la normale, ou en d'autres termes que cette normale est tangente à la parabole.

Comme cette tangente a deux positions N*n*, N*n'*, il y a deux normales à la courbe en N, ce que nous savions déjà : d'un autre côté, l'angle *n*N*n'* étant droit, puisque le point N est sur la directrice de la parabole, il en résulte que ces deux normales sont rectangulaires entr'elles, et parconséquent que chacune d'elles est à la fois normale à l'une des branches de la courbe et tangente à l'autre.

24. Les théorêmes des n^os^ 20, 22 et 23 peuvent encore être déduits comme corollaires de la solution du problême suivant.

Fig. 4. Construire les points d'intersection de la focale et d'un cercle *ab*N quelconque, mais assujetti à passer par le nœud N.

Soient a et b les points cherchés, menons les droites aS et bS au sommet de la courbe. Nous aurons d'abord, puisque a et b sont sur la focale, $ar = \mathrm{N}r$ et $b\mathrm{P} = \mathrm{NP}$; d'où il suit immédiatement que le cercle décrit de O pour centre, et qui serait tangent à la directrice le serait aussi aux deux droites Sa, Sb; car menons par exemple aN et le rayon Or, en vertu de l'égalité des triangles rON et Oar, on aura ang. OrN = ang. Ora, d'où suit l'égalité des deux perpendiculaires Oc et Oc'.

Ainsi il sera bien facile de construire ces points a et b; on mènera au cercle cc'O les deux tangentes du sommet de la focale et on aura quatre points aux extrémités de ces droites, considérées comme cordes du cercle donné : deux de ces quatre points seulement appartiennent à la focale. On distinguera facilement ceux-ci des autres à la seule inspection de la figure qu'on aura construite.

Il résulte de là que tout cercle, qui passe par le nœud de la focale, la coupe généralement en deux points; mais la position du cercle $cc'e$ introduit quelques modifications dans les valeurs des ordonnées de ces points. Les voici :

I. Tant que le point S est hors du cercle $cc'e$, les deux points sont réels.

II. Quand S est dans le cercle, il n'y a plus de tangente et le cercle proposé ne coupe plus la courbe qu'en N.

III. Quand S est sur la circonférence du cercle $cc'e$, comme pour NA, il n'y a plus qu'une tangente et partant les deux points d'intersection se réunissant en un seul, le cercle pri- Fig. 4 bis.

mitif ou donné est tangent à la courbe dans ce point A. Dans ce cas, en voit que le centre O′ de ce cercle tangent est sur la parabole dont le foyer est S et la directrice XN. La seule vue de la figure fera conclure de suite tout ce que nous avons démontré à ce sujet.

Fig. 5. IV. Quand outre cette dernière condition, le cercle cc'O est encore tangent en S à la droite SN, le cercle donné ne coupe plus la focale ailleurs qu'en N; et il lui est évidemment tangent dans cet endroit, puisque tous ses points d'intersection avec la focale s'y réunissent. On voit d'ailleurs qu'il y a dans ce cas deux positions de cercle tangent, et que les deux lignes NO, NO′ sont tangentes aux deux points O et O′ de la parabole, puisque SO = OC, et que SO′ = O′P, tandis que les angles SON et NOC sont égaux, ainsi que SO′N, NO′P. Ce qui confirme tout ce que nous avons dit (23). Il résulte encore de ce que nous venons de voir que les cercles Scc', SPQ sont les seuls des cercles tangens à la focale, qui ne la coupent qu'en N, puisqu'il est évident, d'après la solution que nous avons donnée du problême précédent, que cela ne peut arriver qu'autant qu'un cercle donné soit tel que son cercle auxiliaire cc'O comprenne le point S (11), et dans ce cas il n'est pas tangent à la courbe; ou que ce cercle cc'O soit tangent en S à la droite SN, ce qui rentre dans le cas que nous venons d'examiner.

Fig. 6. 25. En revenant sur la propriété (17) que nous avons reconnue à la focale, nous aurions pu donner une autre solution du problême précédent, la voici :

Par le centre C du cercle donné, menons deux tangentes à la parabole CC′ et CC″, puis par le nœud abaissons deux

perpendiculaires sur ces deux tangentes. Ces perpendiculaires NN′ et NN″ couperont le cercle en deux points qui seront à la focale, puisqu'en effet les cordes sont coupées en deux parties égales par les rayons ou tangentes CC′ et CC″, ce qui rentre dans la construction du nº 17.

Si nous menons maintenant les droites N′C′ et C′N, ainsi que les rayons CN et CN′, la droite N′C′ étant normale à la focale et la droite CN′ l'étant au cercle, l'angle CN′C′ de ces deux lignes est égal à celui suivant lequel le cercle coupe la focale; or cet angle CN′C′ = CNC′, donc ce dernier est la mesure de l'angle d'intersection de la focale et du cercle.

Le même raisonnement s'applique aux points C″ et N″: donc le cercle corrélatif de deux points de la focale coupe cette courbe suivant deux angles, dont chacun a respectivement pour mesure l'angle dont le sommet serait en N, dont un des côtés passerait par le centre du cercle, et l'autre côté par le corrélatif de celui des points de la focale qu'on considère.

26. Si l'on voulait que ces deux angles d'intersection fussent égaux, il faudrait que les angles CNC′, CNC″ fussent égaux, ce qui exige que les points C′ et C″, ainsi que N soient sur une même droite.

27. Si l'on voulait en outre que le cercle proposé fut orthogonal à la focale, il faudrait que l'angle C′NC fut droit: cette condition suffit pour déterminer le point C, en la combinant avec la précédente. Nous pourrions le faire dès à présent; mais comme nous devons revenir plus tard sur ce cercle, nous nous bornerons à observer que la droite C′C″ devant passer par N, le point C doit se trouver sur la droite

CS perpendiculaire à SN, et passant par n et n', deux conditions qui n'en font qu'une seule, et dont la démonstration se trouve dans tous les traités des courbes du 2e degré.

Fig. 3. 28. En se rappellant ce que nous avons dit (22), on voit de suite que l'angle BbF, formé par la normale à la focale en B et la tangente corrélative de ce point ou l'élément b de la parabole, est égal à l'angle FbN formé par cet élément avec la droite FN. Il en résulte donc que si on suppose la parabole réfléchissante et le rayon bN un rayon lumineux incident venant de N, le rayon réfléchi se relèvera suivant la direction bB, d'où il suit que la série des rayons réfléchis de cette manière sur toute l'étendue de la parabole, représentera la série entière des normales à la focale, ou en d'autres termes, que la développante de cette dernière courbe n'est autre que la caustique par réflexion de la parabole $bann'$ supposée réfléchissante, le point N étant le point lumineux, ou le centre de départ des rayons de lumière. On verra dans la suite le parti qu'on peut tirer de cette propriété pour résoudre le problème des cercles osculateurs à la focale. (Voyez les notes placées à la fin de ce mémoire).

III.

Analogies et relations entre la focale et l'hyperbole.

Tous les théorèmes, que je vais exposer, supposent la connaissance de la théorie des projections stéréographiques, et comme Mr Hachette, dans son supplément à la géométrie descriptive de Monge, s'en est amplement occupé, je renverrai à cet ouvrage pour tous les principes que j'en ai tirés

et que je puis avoir employés pour la démonstration des théorèmes que je vais exposer.

29. Soit dans l'espace une sphère quelconque, projetons stéréographiquement sur cette sphère la focale NSNAB, et désignons par K et K' les deux cercles tangens à la focale en N, Fig. 3.
et dont les centres sont en n' et n. La focale ainsi projetée formera sur la sphère une courbe, que nous appellerons sphéri-focale, et qui aura comme l'autre un nœud que nous nommerons n''; les propriétés de cette sphéri-focale auront beaucoup de rapport avec celles de la focale.

30. D'abord tous les cercles, passant par N et tangens à la focale, se projetteront sur la sphère suivant des cercles passant par n'' et tangens à la sphéri-focale. Les cercles K et K' jouissent de cette propriété comme les autres, mais en outre on remarquera que ces deux cercles divisent la sphère en quatre régions, dont deux seulement renferment des points de la sphèri-focale: Fig. 6.
en effet, d'après tout ce que nous avons dit de ces cercles, on voit que chacun d'eux enveloppe entièrement la feuille NSN et la sépare entièrement du reste de la courbe; ainsi il en sera de même de leurs projections sur la sphère: d'après cela, soient R et r les deux régions marquées sur la sphère par le cercle K, et R' et r' celles marquées sur la sphère par K'; supposons que R et R' soient les régions qui contiennent la feuille de la sphéri-focale, on voit que la portion sphérique commune à ces deux régions contient entièrement ce nœud. De même la portion de sphère, commune aux deux régions r et r', contient entièrement le reste de la courbe; ainsi il reste deux régions, savoir, celle commune à R et r' et celle commune à R' et r entièrement vides, et celles-là comme les

autres sont opposées par le sommet : toute cette remarque est importante.

30. Le théorème (19) transcrit littéralement convient à la sphéri-focale comme à la focale. Ceci n'a pas besoin de démonstration; mais il est important de le faire observer, puisque c'est ce théorème qui va être employé.

Sans Figure. 31. Prenons le nœud n'' pour sommet d'un nouveau système de projections stéréographiques et projetons la sphéri-focale sur le plan correspondant à ce nouveau sommet, tous les cercles qui passent par n'' se projetteront évidemment suivant des droites, et par conséquent les quatre régions R, R', r, r' se projetteront suivant des angles. Soient maintenant K et K' les cercles qui forment ces quatre régions, ces cercles étant tangens à la sphéri-focale en n'', seront projetés suivant des tangentes à la projection de la sphéri-focale; mais le point de contact n'' des cercles avec la sphéri-focale se projette évidemment à l'infini, donc les deux projections de ces cercles ne touchent la projection de la courbe qu'à l'infini ; ainsi 1° cette projection a deux asymptotes rectilignes.

32. Si l'on inscrit à la sphéri-focale un hexagone, composé d'arcs de cercles passant par le nœud n'', les côtés de cet hexagone se couperont deux à deux en trois points, qui seront avec le nœud n'' sur une même circonférence (30 et 19). Observant que les six cercles se projettent suivant six droites, ainsi que le système qui contient leurs intersections, nous en conclurons que dans la projection de la sphéri-focale, l'hexagone rectiligne inscrit jouit de cette propriété : que ses côtés opposés se coupent deux à deux suivant trois points, lesquels sont en ligne droite : donc cette nouvelle projection

est une courbe du 2e degré; et puisqu'elle a des asymptotes, c'est une hyperbole. Construisons les foyers, le grand axe et le cercle décrit sur le grand axe dans cette hyperbole; en projetant ces élémens sur la sphère, nous aurons deux points qui seront les foyers de la sphéri-focale, et deux cercles dont l'un passera par le nœud de la courbe et représentera le grand axe. Ce sera le cercle diamètre de la sphéri-focale, et il contiendra les foyers; l'autre sera tangent à la courbe et coupera le cercle diamètre perpendiculairement dans les points, où celui-ci coupe la courbe aussi à angles droits.

33. Si maintenant on remonte au premier système de projection, nous pourrons projeter ces deux points et ces deux cercles sur le plan de la focale, et nous aurons deux points auxquels nous donnerons aussi le nom de foyers et deux cercles, auxquels les observations et les noms, que nous avons appliqués aux précédens, sont également convenables.

34. Ainsi en passant des propriétés de l'hyperbole à celles de la sphéri-focale, et en revenant de cette dernière courbe à la focale par le moyen de nos deux systèmes de projections stéréographiques, nous pourrons former le tableau suivant, dans lequel l'énoncé seul des théorèmes porte avec lui sa démonstration. Nous nommerons auparavant dans la focale et la sphéri-focale du nom de cercle directeur, le cercle qui dans chacune de ces courbes correspond à celui décrit sur le grand axe de l'hyperbole.

35. TABLEAU COMPARATIF.

De quelques propriétés corrélatives de l'hyperbole, de la sphéri-focale et de la focale.

HYPERBOLE.	SPHÉRI-FOCALE.	FOCALE.
L'hexagone inscrit y jouit de cette propriété, que les côtés opposés s'y coupent en trois points situés sur une même droite.	Dans l'hexagone inscrit, composé d'arcs de cercles qui passent par le nœud, les côtés opposés se coupent en trois points qui avec le nœud sont sur une même circonférence.	Même énoncé que pour la sphéri-focale.
2. Les trois diagonales de l'hexagone circonscrit se croisent dans un même point.	2. Dans un hexagone, circonscrit à la sphéri-focale et composé d'arcs de cercle, passant par le nœud, si on joint les sommets opposés par des arcs de cercles assujettis aussi à passer par le nœud, ces trois arcs se couperont dans un seul point.	2. Même énoncé que pour la sphéri-focale.
3. Une corde passant toujours par un point fixe, les tangentes menées à ses extrémités se coupent toujours sur une même droite.	3. Un cercle passant par le nœud et un point fixe, coupe la focale en deux points, par lesquels si on mène deux cercles tangens à la courbe et passant par le nœud, l'intersection de ces deux cercles sera toujours sur la même circonférence.	3. Même énoncé que pour la sphéri-focale.
4. Si par les foyers de l'hyperbole on mène des perpendiculaires aux tangentes, les points d'intersec-	4. Si par les foyers de la sphéri-focale on mène des cercles qui passent par le nœud et soient perpendicu-	4. Même énoncé.

tion seront sur un cercle qui a pour diamètre le grand axe de l'hyperbole.	laires aux cercles tangens à cette courbe et passant par son nœud, les points d'intersection seront tous sur la circonférence du cercle directeur (34).	
5. Les rayons vecteurs, partant des foyers et se réunissant en un même point de l'hyperbole, font des angles égaux avec la tangente en ce point.	5. Les deux cercles, passant par le nœud et les deux foyers, pour aller se couper sur un point de la sphérifocale, font des angles égaux avec le cercle tangent à la courbe en ce point et passant par le nœud.	5. Même énoncé.
6. Le grand axe de l'hyperbole coupe l'angle des asymptotes en deux également et il est perpendiculaire à la courbe, du reste c'est la seule ligne droite qui jouisse de cette double propriété.	6. Le cercle diamètre coupe l'angle des cercles K et K′ (31) en deux parties égales et il est perpendiculaire à la courbe, du reste c'est le seul cercle passant par le nœud qui jouisse de cette double propriété.	6. Le cercle diamètre coupe l'angle des cercles K et K′ (29 et 30) en deux parties égales. Comme il est en outre le seul perpendiculaire à la courbe, on voit que c'est celui dont nous avons déjà parlé (26, 27), et cette observation peut servir à le déterminer entièrement.

En effet, nous avons déjà vu (26 et 27) que le centre C de ce cercle perpendiculaire à la courbe doit être sur la ligne CS*n*; mais puisqu'il doit partager en deux l'angle des cercles K et K′, il faut que son rayon CN coupe en deux l'angle des rayons N*n*′ et N*n*, ce qui assigne à ce rayon deux positions et indiquerait deux centres l'un en C et l'autre quelque part en *o*; mais ce dernier se trouvant nécessairement dans la parabole, le cercle qui aurait un tel centre et qui passerait par le nœud, ne couperait pas la focale d'après ce que nous avons vu, ainsi il ne satisferait pas aux conditions de cercle Fig. 6.

diamètre : Donc le cercle NN″N′, dont le centre est en C, satisfait seul à ces conditions, c'est donc le cercle diamètre.

36. Connaissant celui-ci, il sera bien facile de trouver le cercle directeur, puisque (32) ce dernier touche la courbe aux mêmes points ou le cercle diamètre la coupe, c'est-à-dire en N′ et N″, et que dans ces points il est perpendiculaire au cercle diamètre. Je remarquerai d'ailleurs que le centre *u* de ce cercle directeur est sur la ligne NS, puisqu'il doit couper les cercles K et K′ sous des incidences perpendiculaires, comme dans l'hyperbole le cercle décrit sur le grand axe coupe à angles droits les asymptotes.

Quant aux foyers, il y a plusieurs manières de les construire, qui pour la plupart se rapportent à ce que l'hyperbole, que nous avons considérée, est équilatère ; la construction suivante est la plus simple.

Soit A le point où le cercle directeur rencontre la directrice AN de la focale; cette directrice ou asymptote de la focale est comprise parmi les cercles tangens, dont nous avons parlé au nº 4 du paragraphe 35, donc si par le point A, le nœud N et un des foyers F, nous fesons passer un cercle AFN, ce cercle sera perpendiculaire à NA et aura ainsi son centre sur la droite AN, par conséquent ce cercle est déterminé; d'un autre côté, le point F doit se trouver sur ce cercle diamètre, ainsi l'intersection des deux cercles connus N′FN″ et AFN le donnera. Une construction semblable, par rapport au point A′, donnera le second foyer F′.

38. Supposons que la droite FA coupe quelque part encore le cercle directeur, par exemple, en *a*; l'angle *a*FN étant tou-

jours droit, on pourrait décrire un cercle aFN, dont le centre serait sur aN. Supposons qu'on ait même le diamètre aN, ce diamètre pourrait être considéré comme un cercle de rayon infini, coupant le cercle aFN sur la circonférence du cercle directeur; ainsi, d'après ce que nous avons vu (35 nº 4), cette droite aN serait au nombre des cercles tangens à la focale, ce qui supposerait que par le point N on peut mener deux asymptotes à la focale, ce qui est impossible : donc le point a n'existe point, et la droite AF est tangente en A au cercle directeur, ce qui fournit un nouveau moyen fort élégant de déterminer les foyers.

39. Je terminerai ici la théorie de ce qu'on peut appeler proprement les propriétés de figure de la focale. Les théorèmes, que je viens d'exposer, ne sont cependant pas les seuls qu'on puisse déduire de la théorie que je viens d'établir; mais je craindrais de devenir d'une prolixité fatigante, si je cherchais à étendre davantage cet article; il me suffit d'avoir présenté une suite de théorèmes, d'où l'on peut en cas de besoin tirer toutes les générations de la courbe, et même partir pour en reconnaître de nouvelles propriétés, que je n'ai peut-être pas aperçues. Je terminerai donc ici ce mémoire, en donnant une formule quadratique pour la focale, laquelle m'a été fournie par Mr A. Quetelet, dans un mémoire qu'il a bien voulu me confier et qui contient sur les courbes du 3e degré en général des choses curieuses et qui mériteraient d'être plus développées par lui; je copie exactement ses paroles.
» Dans la focale régulière, c'est-à-dire celle engendrée dans Fig. 7.
» un cylindre, on a pour l'expression du rayon vecteur
» DN ou DN′, l'angle NDD′ étant φ et le rayon vecteur ρ,

$$\rho = (\sec.\varphi \pm \tang.\varphi.)\,DD'.$$

» Maintenant, l'expression de l'aire comprise entre deux rayons
» vecteurs est

$$A = \tfrac{1}{2}\int \rho^2 \, d\varphi + C.$$

» substituant la valeur de ρ, en remarquant que

$$\frac{\rho^2}{\overline{DD'}^2} = (\sec.\varphi \pm \tang.\varphi)^2$$

» devient

$$\frac{\rho^2}{\overline{DD}^2} = 2\sec.^2\varphi - 1 \pm 2\sin.\varphi \frac{1}{\cos.^2\varphi};$$

» on a

$$\frac{A}{\overline{DD'}^2} = \int \sec.^2\varphi \, d\varphi \pm \int \frac{\sin.\varphi.}{\cos.^2\varphi.} d\varphi - \tfrac{1}{2}\int d\varphi + C:$$

» d'où l'on tire, en intégrant et désignant $\overline{DD'}$ par H,

$$\frac{A}{H^2} = \tang.\varphi \pm \sec.\varphi - \frac{\varphi}{2} + C,$$

» ou bien

$$A = \mp H\rho - H^2\frac{\varphi}{2} + CH^2.$$

» Afin de déterminer la valeur de la constante C, supposons
» l'angle φ nul, l'aire correspondante sera également nulle,
» et nous aurons, comme alors $\rho = H$,

$$o = \mp H^2 + CH^2;$$

» d'où $CH^2 = \pm H^2$, et l'expression de A devient

$$A = \mp H\rho \pm H^2 - H^2.\frac{\varphi.}{2.}$$

40. Cette intégrale nous conduit à une formule graphique
Fig. 7. remarquable et que l'on verra facilement en être la conséquence.
Soit donc DNN' un rayon vecteur, du point D comme centre

décrivons les arcs NE, D′LF, N′G, et par les points, où ces arcs rencontrent la droite DG parallèle à D′K, menons à cette dernière les perpendiculaires EH, FI, GK, nous aurons alors les relations suivantes.

La surface de la portion DND′ de la focale est égale à la différence entre le rectangle FEHI et le secteur DD′L.

La surface de la portion DD′N′ est égale à la différence entre le rectangle FIKG et le même secteur DD′L.

D'où il suit que la surface ND′N′, c'est-à-dire la différence des deux aires ci-dessus, est équivalente à la différence du rectangle FIKG au rectangle EHIF. Cette surface est donc exactement quarrable.

Au fur et à mesure que le point N monte, le point E approche de D, et il s'y confond tout-à-fait lorsque le rayon vecteur devient parallèle à la directrice ; alors on a, pour la surface de la demi-feuille DND′, le quarré DFID′ moins le quart du cercle DD′F ; d'où il suit que cette demi-feuille est égale au triangle mixtiligne FID′LF.

On remarquerait sans peine aussi que la surface, comprise entre la branche supérieure D′*n*′ de la courbe, l'asymptote et le prolongement du rayon DD′, vaut le quarré DFID′ plus le quart du cercle DD′F. Conséquemment cette même surface avec la surface de la demi-feuille vaut deux fois le quarré DFID′.

Ces trois théorèmes ont été présentés par M[r] A. Quetelet sous un jour un peu différent; mais j'ai cru pouvoir les développer ainsi pour obtenir un peu plus de brièveté. Du reste si ma construction n'est pas précisément la sienne, il y trouvera toujours son idée primitive.

NOTE SUR LES CAUSTIQUES PAR RÉFLEXION.

41. Si d'un point supposé lumineux on conçoit des rayons incidens, qui aillent se rendre sur une surface réfléchissante, ils s'y relèveront tous en fesant avec la surface, c'est-à-dire avec son plan tangent, des angles de réflexion égaux aux angles d'incidence. Si ensuite on suppose que par le point lumineux on ait mené un plan de manière à couper la surface suivant une courbe, on pourra isoler par la pensée les rayons compris dans ce plan, de tous les autres; et ces rayons par leurs intersections consécutives formeront une courbe du genre des développantes et que l'on nomme caustique par réflexion de la courbe d'intersection du plan et de la surface donnée.

Fig. 8. 42, Cela accordé, soit ABCD une portion quelconque de la courbe réfléchissante, soit L le point lumineux, LB et LC deux rayons incidens infiniment proches, BR et CR les deux rayons réfléchis, puis BG et CG deux normales à la courbe: par les trois points B, C et G fesons passer un cercle, et remarquons que, l'angle BLC étant infiniment petit par hypothèse, l'arc BC l'est aussi, ainsi que l'angle BGC, et que par conséquent le point R est un point de la caustique cherchée. Cela posé, prolongeons BR jusqu'en E et menons FC et EC, nous aurons les équations suivantes;

$$GBL + CLB = CGB + GCL$$
$$GCR + BRC = CGB + GBR;$$

ajoutant ces deux équations et remarquant qu'en vertu de l'égalité des angles d'incidence et de réflexion

$$GBL = GBR, \text{ et } GCL = GCR,$$

il vient

$$BRC + BLC = 2BGC.$$

De cette équation il résulte d'abord que si l'un de ces angles est plus grand que BGC, l'autre sera plus petit; d'où il suit que si l'un des deux points L ou R est hors du cercle, l'autre sera dedans, ou bien qu'ils se trouveront tous deux à la fois sur la circonférence.

D'un autre côté, on a

$$BRC = BEC + ECR = ECR + BGC,$$
$$BGC = BFC = \ldots\ldots\ BLC + LCF,$$

d'où, $BGC - BRC = -BGC - ECR + BLC + LCF.$

et $2\,BGC - BLC - BRC = LCF - ECR.$

Or, d'après ce que nous venons de voir, le premier membre de cette équation est nul, donc $LCF = ECR$.

Comme les sinus des arcs égaux sont égaux, on a

$$\sin.\ LCF = \sin.\ ECR\ ;$$

mais on a aussi

$$\sin.\ LFC = \sin.\ REC\ ;$$

et puisque les deux triangles LCF, RCE fournissent les deux analogies :

$$\frac{CR}{RE} = \frac{\sin.\ REC.}{\sin.\ RCE.},\quad \frac{LF}{CL} = \frac{\sin.\ LCF.}{\sin.\ LFC.}$$

on a en conséquence,

$$\frac{CR}{ER} = \frac{CL}{LF}.$$

Fig. 9. Maintenant, au lieu de BC infiniment petit, supposons BC nul; RC deviendra RB, FC sera FB, et le cercle BGC sera le cercle décrit sur le rayon osculateur à la courbe au point B. Du reste l'équation finale, que nous avons trouvée, ne change pas de l'infiniment petit à zéro, donc on a

$$\frac{BR}{RE} = \frac{LB}{LF}.$$

Si l'on désigne par i la longueur LB du rayon incident, par R celle BR du rayon réfléchi, par c la corde FB ou BE, interceptée par le cercle sur le rayon incident, l'équation précédente donne cette formule pour la valeur du rayon réfléchi;

$$R = c.\frac{i}{2i - c}.$$

Cette formule peut servir dans tous les cas à déterminer fort simplement le rayon réfléchi, lorsqu'on connait le cercle osculateur à la courbe au point d'incidence. Elle conduit à la formule graphique suivante.

Fig. 9. Du point L sur le rayon incident prenez LF' = FL, mais de l'autre côté; menez F'E et LR parallèle à F'E, le point R sera à la caustique. C'est ce qu'il est facile de vérifier.

En appliquant cette construction à la parabole génératrice de la focale et prenant le nœud pour point lumineux, on pourra donc construire la caustique par réflexion de cette parabole, c'est-à-dire la développante de notre focale : c'est ce que j'avais annoncé (28).

En reprenant notre formule $R = c \frac{i}{2i - c}$, on voit que R ne peut-être infini qu'autant que l'on ait $2i - c = o$, ou $2i = c$, c'est-à-dire, que le point lumineux tombe sur le milieu de la corde FB ; ou en d'autres termes que le cercle ayant pour diamètre la première moitié du rayon osculateur à partir du point d'incidence, doit passer par le point lumineux.

Cette condition établie, nous pouvons revenir à la recherche du point d'inflexion, que nous avons reconnu à la focale.

Nous observerons d'abord que, pour ce point d'inflexion, le rayon osculateur de la focale doit être infini, donc le rayon réfléchi par la parabole au point corrélatif de ce point d'inflexion doit être infini. Ainsi le cercle décrit sur la première moitié du rayon osculateur de ce point corrélatif, et à partir de ce point, doit passer par le nœud de la focale. Écrivons cette condition en analyse : pour cela, supposons que la parabole soit rapportée à un système d'axes rectangulaires, dont l'origine soit à la rencontre de la directrice de la focale et de la perpendiculaire qu'on peut lui mener par le point S. Cette perpendiculaire et la directrice seront prises l'une pour axe des y et l'autre pour axe des x; désignons de plus par Y la distance du foyer à la directrice, et

par X l'abscisse du point N; et soient maintenant x et y les coordonnées du corrélatif du point d'inflexion cherché, a et b celles du centre d'osculation au point (x, y), ρ la valeur du rayon osculateur, on aura

$$x-a=\frac{dy}{dx}\cdot\frac{dy^2+dx^2.}{d^2y} = x.\frac{x^2+Y^2.}{Y^2.}$$

$$y-b=-\frac{dy^2+dx^2.}{d^2y}=-\frac{x^2+Y^2.}{Y}$$

et $$\rho^2= \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{(x^2+Y^2.)^3.}{Y^2.}$$

L'équation de la parabole étant $x^2+Y^2=2Yy$, dans notre système de coordonnées.

Cela étant, il est facile de voir que si l'on divise en quatre parties égales le rayon du cercle osculateur, le premier point de division à partir de la courbe aura pour coordonnées,

$$a'=x+\frac{a-x}{4}, b'=y+\frac{b-y.}{4.}$$

mais, d'après ce que nous avons vu, le cercle qui passe par x, y et qui a son centre en (a', b') doit passer par (X, o), nous devons donc avoir,

$$(x-a')^2+(y-b')^2=(X-a')^2+b'^2;$$

ou en substituant pour a' et b' leurs valeurs,

$$\left(\frac{x-a}{4}\right)^2+\left(\frac{y-b}{4}\right)^2=\left(X-x-\frac{a-x}{4}\right)^2+\left(y+\frac{b-y}{4}\right)^2.$$

développant cette équation et substituant les valeurs de $x-a$, et de $y-b$, que nous avons trouvées, il vient

$$(1)\quad y^2+(X-x.)^2+[yY+(X-x)x]\,\frac{x^2+Y^2.}{2Y^2.}=0.$$

C'est la condition à laquelle doivent satisfaire les coordonnées du corrélatif du point d'inflexion de la focale : en combinant cette équation avec celle de la parabole $Y^2+x^2=2Yy(2)$, on trouvera les valeurs absolues de x et y, et le problème sera résolu. Mais on ne sera peut-être pas fâché de trouver ici la solution graphique de ce problème.

Si dans l'équation (1) on substitue la valeur de $\frac{Y^2+x^2}{2Y}$ tirée de l'équation (2), on aura :

$$y^2+(X-x)^2+[yY+(X-x)x]\frac{y}{Y}=0.\ (3)$$

mais l'équation (2) donne $yY=x^2+Y^2-Yy$; mettant cette valeur pour yY dans l'équation (3), il vient :

$$Y(x-X)^2+Xyx+Y^2y=0.\ (4)$$

Cette équation, qui appartient aux coordonnées du point corrélatif cherché, appartient à une hyperbole qui se construit de la manière suivante : par le foyer élevons Sξ perpendiculaire sur SN, puis prenons SG $=$ Sξ, et prenons ξH perpendiculaire à ξN, puis GH perpendiculaire à SG. Ces deux droites seront les asymptotes de l'hyperbole, du reste cette hyperbole passe par le point N, puisque dans (4) pour $y=o$, on a $x=X$. Ainsi, on connait tout ce qui est nécessaire pour Fig. 3

construire cette hyperbole, une de ses branche *abc* coupe en *b* la parabole, et le point *b* est le corrélatif du point d'inflexion cherché. La recherche de la position B de ce point sera donc réduite à construire, d'après la méthode que nous avons donnée, le point de la focale correspondant au corrélatif *b*. On voit la construction dans la figure.

Ce problème forme le complément de ce que nous avons découvert sur la focale. J'aurais pu cependant ajouter encore différentes propriétés plus ou moins curieuses de cette courbe, mais il m'a paru qu'un mémoire du genre de celui-ci ne pouvait pas être trop court, et qu'il suffisait d'indiquer les théorèmes principaux, sans s'attacher à des détails d'autant plus fastidieux que le lecteur peut facilement les remplacer lui-même, surtout dans un sujet où tout le monde pourrait obtenir les résultats que j'ai obtenus, et les présenter peut-être d'une manière satisfaisante.

C'est dans la même idée que j'ai quelquefois supprimé les démonstrations de quelques corrollaires, qui dérivent si immédiatement des constructions ou des théorèmes exposés, qu'il m'aurait paru absurde de supposer que ceux qui me feront l'honneur de me lire, pourraient s'apercevoir de ces courtes lacunes. Ma plus grande crainte, en rédigeant ce mémoire, a toujours été au contraire de tomber dans une inutile prolixité.

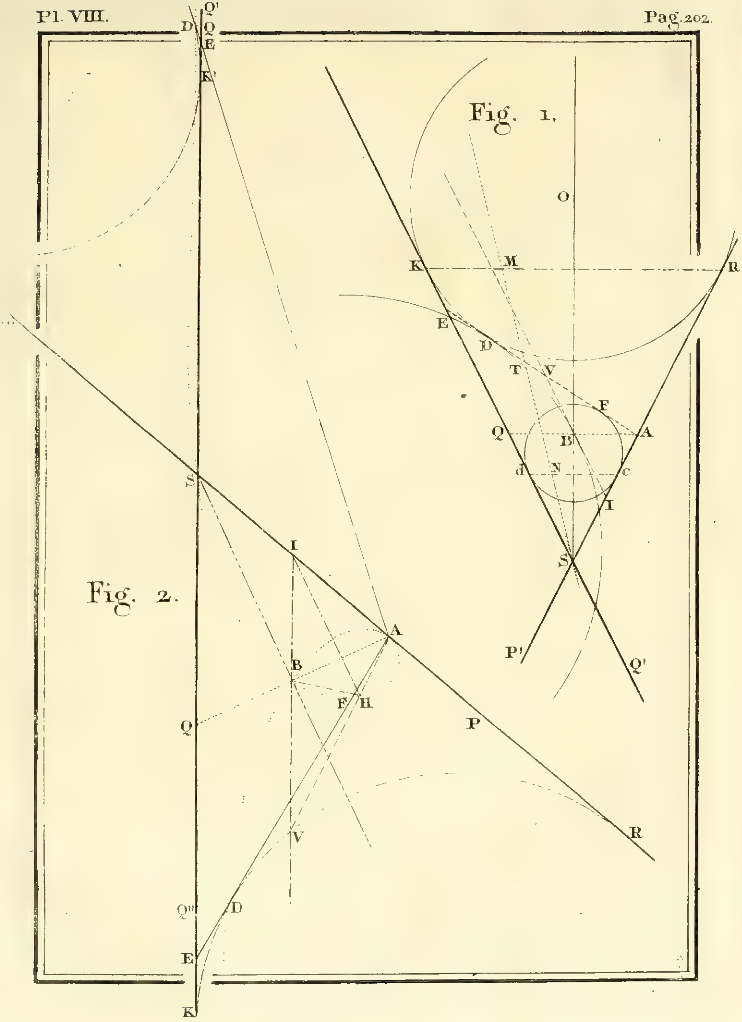


Fig. 1.
O
K
M
R
E
D
T
V
F
Q
B
A
d
N
c
I
S
P'
Q'
Fig. 2.
Q'
D
Q
E
K'
S
I
A
B
F
H
Q
P
R
V
Q''
D
E
K

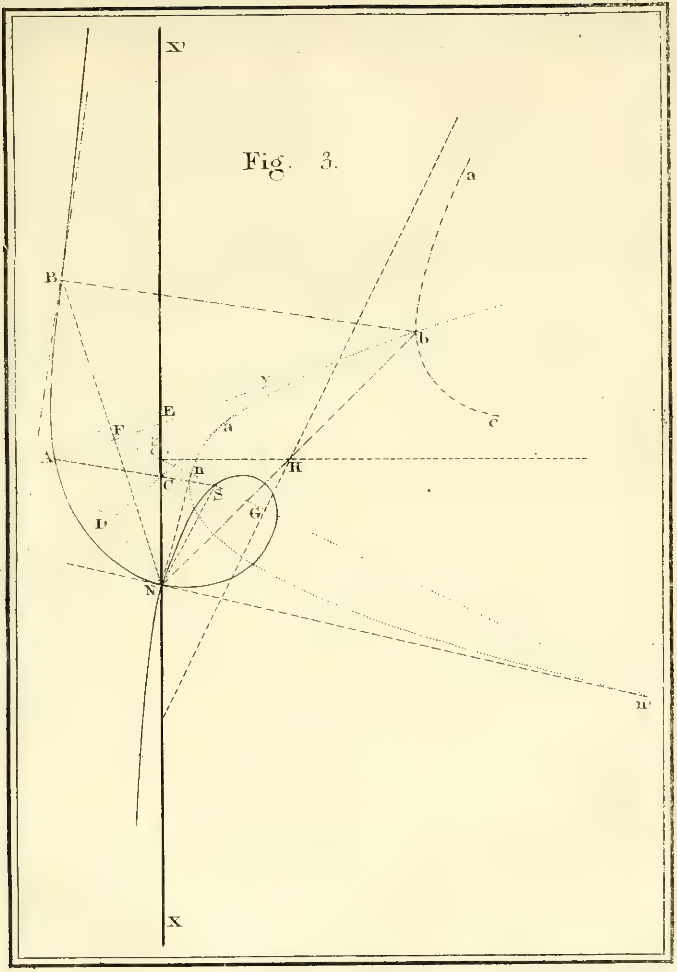


Fig. 3.
X'
B
E
F
A
C
D
N
X
a
b
c
H
S
G
n
y
n'

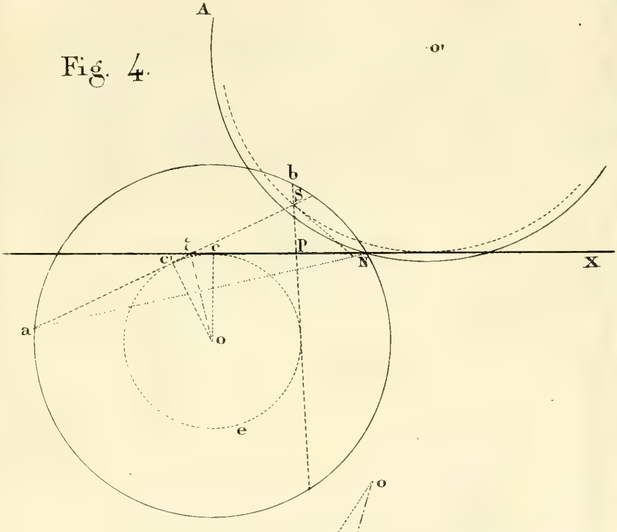


Fig. 4.

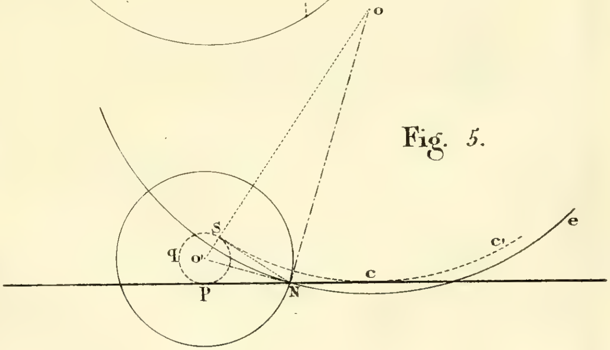


Fig. 5.

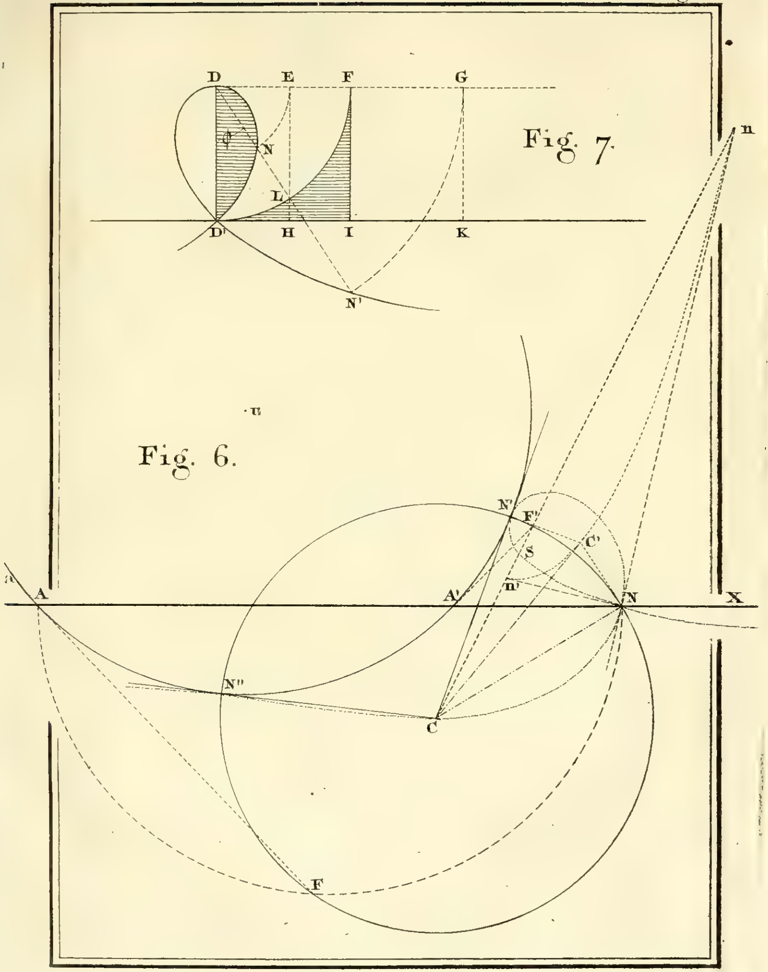


Fig. 7.

Fig. 6.

Fig. 8.

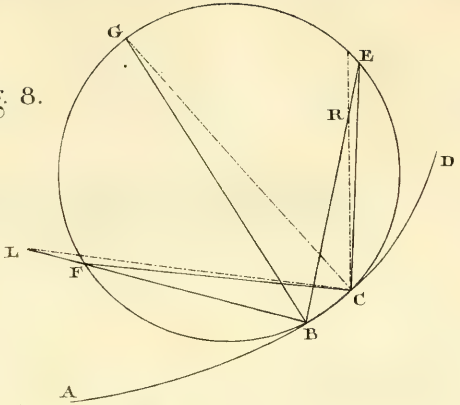
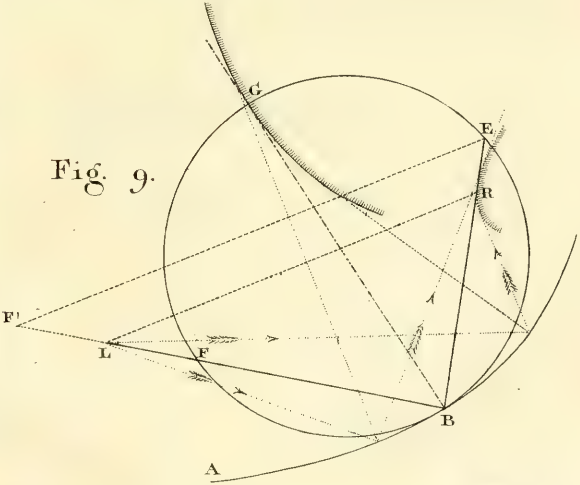


Fig. 9.



MÉMOIRES

SUR

LA LITTÉRATURE ANCIENNE

ET

L'HISTOIRE.

SECOND MÉMOIRE

SUR LA

LÉGISLATION

DES

GAULES,

PAR M. JEAN-JOSEPH RAEPSAET,

MEMBRE DE CETTE ACADÉMIE ET DE L'INSTITUT ROYAL DES PAYS-BAS;

PRÉSENTÉ A LA SÉANCE DU 22 OCTOBRE 1821.

SECOND MÉMOIRE

SUR LA

LÉGISLATION

DES

GAULES.

> Faire une coutume générale de toutes les coutumes particulières serait une chose inconsidérée, même dans ce temps-ci.
> *Montesquieu, Esp. des lois, liv. 28, chap. 31.*

DE LA *LEX ECCLESIASTICA.*

Dans mon premier mémoire j'ai traité des *lois nationales* en général; maintenant je vais traiter successivement de chacune de ces lois *nationales en particulier*, et spécialement, dans ce chapitre, de la *lex ecclesiastica.*

Elle ne fut pas une *loi nationale* proprement dite; car elle n'appartenait pas à une nation en particulier; elle régissait, dans les matières canoniques, *tous* les catholiques de quelque nation qu'ils fussent; elle fut donc une loi purement personnelle; mais, puisque la religion catholique apostolique et romaine était devenue, depuis la conversion de Clovis, la reli-

gion de l'état, on a dû nécessairement classer la loi de cette religion dans le nombre des lois *nationales*.

Les Romains, qui ont été maîtres des Gaules pendant plus de quatre siècles, se confiant en leurs forces et puissance, ont voulu faire adopter par les Belges, leurs lois, leurs mœurs et leurs Dieux; il n'en est résulté que révoltes sur révoltes; et à peine ces orgueilleux maîtres du monde furent-ils chassés de la Belgique, que les Belges reprirent leurs anciennes lois et mœurs; *moresque omnes patrios retinuēre, quos eorum posteri ad se transmissos adhuc rite observant.*

Procop *de Francis.* Hist. des états-gén., nos 9 et 10.

« *Il y a beaucoup à gagner en fait de mœurs*, a dit Montesquieu, *à garder les anciennes coûtumes;* à ce principe de morale s'unit un autre de politique pour un conquérant ou nouveau souverain, celui *de ne rien changer que l'armée et le nom du souverain.*

Esp. des lois, liv. 5, ch. 7.

Esp. des lois, liv. 10, ch. 9.

Ces deux grands principes ont guidé les Francs dans leurs conquêtes et les ont consolidées. Ils laissèrent à chaque nation non-seulement ses lois, ses mœurs et ses usages, mais encore ils en respectèrent les habitudes et les préjugés, en les traitant avant tant d'impartialité et d'humanité, que les peuples vinrent au-devant d'eux pour chasser par des forces réunies les Romains des Gaules.

C'est par ces moyens que Clovis fonda l'empire de Charlemagne, le plus vaste qui ait existé depuis, et qui, au milieu de la diversité de ces lois nationales, ne nous offrirait aucune insurrection ou défection *nationale*, si la sûreté de ses frontières n'eût pas obligé Charlemagne de dompter les Bas-Saxons ou Frisons; mais tout en les domptant, il ne s'écarta pas du grand principe; car il leur laissa leur loi nationale, *lex*

Saxonum; et pour les détacher de leurs pratiques païennes et les civiliser, il leur donna des évêques.

Les Wisigoths ont suivi les mêmes principes et avec le même succès, comme on pourra le voir dans mon *Analyse de l'histoire des droits civils et politique des Gaules, liv.* 3, *chap.* 1, qui paraîtra bientôt.

Ainsi, chaque nation conserva sa *loi nationale,* et tous les individus de la nation devaient être jugés suivant elle par des juges pris dans la nation.

Quelque grand que fût l'attachement de Charlemagne à la religion catholique, il n'en respecta pas moins les pratiques du paganisme dans ceux de ses sujets qui la professaient, comme celles de l'arianisme dans les Goths; et si nous trouvons dans les capitulaires tant de lois contre les superstitions et les pratiques païennes, elles ne concernent que les païens devenus catholiques, mais non pas ses sujets qui n'avaient pas encore embrassé la vraie foi.

Telle fut aussi la politique de Théodoric, roi des Wisigoths qui, quoique arien, vivait dans la plus grande intimité avec Sidonius, évêque catholique de Clermont et lui accordait toute la confiance, comme il est prouvé dans mon *Analyse, loco cit.*

C'est par l'instruetion des évêques, et non par contrainte, que les païens et les hérétiques des Gaules et des Espagnes ont été ramenés à l'unité de la foi, et qu'une fois rentrés dans le bercail, l'église, par sa sagesse et sa prudence, est parvenue à concilier avec ses principes des pratiques et des superstitions païennes, auxquelles il était impossible de faire renoncer de

27.

plein saut ces nouveaux convertis. Plusieurs de ces pratiques païennes sont encore en vigueur, sans qu'on s'en doute.

Il entrait, entr' autres, dans leurs pratiques religieuses d'allumer, sous des couronnes de fleurs, de grands feux et de sauter par la flamme, prévenus que tous ceux qui n'en étaient pas atteints, étaient invulnérables pendant toute l'année; or, comment faire renoncer à cette pratique des hommes toujours armés? Mais l'époque de cette cérémonie coïncidait avec les fêtes de St.-Jean et de St.-Pierre; l'église leur laissa cette pratique, sauf à dédier ces feux à l'honneur de deux saints, de l'intercession desquels ils devaient plus attendre que de leurs faux dieux, dont ils reconnaissaient l'impuissance et l'existence fabuleuse. Ils se rendirent à la raison, et voilà l'origine de nos feux à la St.-Jean et à la St.-Pierre, et de l'usage de sauter encore par la flamme sans savoir pourquoi.

Les filles nubiles portaient au col des médaillons de Vénus ou de l'Hymen pour obtenir par sa faveur des époux; les femmes mariées, des médailles de Cybèle et de la Lune, pour obtenir la fécondité et des accouchemens heureux; il n'était pas plus aisé de les y faire renoncer, que les hommes à leurs feux; mais, par l'impuissance de leurs fausses divinités, l'église les engagea à porter des médailles aux effigies de la Ste.-Vierge, de Ste.-Anne ou d'une autre sainte; voilà l'origine des *solidées* de nos femmes et de nos filles.

Nos processions par les champs pendant les jours des *Rogations* ont été subrogées de même aux processions de la statue de *Cybèle* ou *Berecynthia* par les champs pour obtenir de bonnes récoltes.

C'en est assez pour le présent sujet; je me réserve, dans

des momens de plus de loisir, de donner un supplément au Mémoire de M. Des Roches, *sur la religion des peuples de l'ancienne Belgique,* inséré dans le tome I des Mémoires de l'Académie et d'en relever quelques explications qui me semblent erronées.

Les rois francs abandonnèrent l'épurement des mœurs aux évêques et se contentèrent de seconder et d'appuyer leurs efforts.

Charlemagne porta ses vues plus loin. L'ignorance dans les Gaules était, on ne peut pas plus profonde; il y avait fondé la religion catholique; les dogmes étaient assurés; mais aucun corps de lois canoniques n'y avait encore établi la discipline; les canons du concile de Nicée n'y étaient connus que par tradition; pour consolider son ouvrage, il fit trois voyages à Rome; et de concert avec le saint père et avec les évêques de son royaume, il donna aux catholiques de ses états cette *lex ecclesiastica,* qui fait le sujet du présent Memoire.

Les capitulaires divisent la LOI NATIONALE en deux branches, l'ECCLESIASTICA et la MUNDANA dans les premiers temps; l'ECCLESIASTICA comprenait les CANONES des conciles; inutile de dire, que je n'entends parler ici que des lois de l'ÉGLISE et non pas DES ÉCRITURES SAINTES et de la TRADITION; plus tard, on y a compris les DÉCRETS et RESCRITS des souverains pontifes, le DÉCRET DE GRATIEN et finalement les DÉCRÉTALES; c'est ce que démontre avec cette profonde érudition qu'on lui connaît, le célèbre Boëhmer dans son JUS ECCLESIASTICUM PROTESTANTIUM, *tit. de constitutionibus,* et dans ses deux dissertations qui servent de préface à ses deux volumes du CORPUS JURIS CANONICI.

Boëhmer de *constit.*, n° 6.
Ibid., n° 46 et 49 et passim.
Id. Dissert. ad decret. Grat. § 12.

L'on trouve cette LEX ECCLESIASTICA, appelée JUS CANONICUM; le *décret de Gratien*, les *décrétales* et ce que nous appelons le CORPUS JURIS CANONICI, sont connus sous le nom de JUS COMMUNE; de sorte que c'est une assertion fausse et creuse, qu'on a vu avancée dans un Mémoire qui a été présenté au concours de l'Académie de Bruxelles, que, « lorsque nos édits et nos » coûtumes renvoient, en matière ecclésiastique, au DROIT » COMMUN (*gemeyn recht*) ou au DROIT ÉCRIT (*geschreven rechten*) » on ne doit pas entendre par là le CORPUS JURIS CANONICI, mais » uniquement les LIBERTÉS DE L'ÉGLISE BELGIQUE.

L'auteur de ce Mémoire, M. l'avocat d'Hoop, de Gand, n'avait pas assurément remarqué que le corps de droit canon est bien formellement appelé JUS SCRIPTUM dans une décrétale adressée en 1195, à l'évêque de Paris; que van Espen, *p.* 1, *tit.* 4, dit que les décrétales sont recues en Belgique, *pro jure communi;* que le président Wielant, en sa pratique civile pour la Flandre, divise bien formellement le DROIT ÉCRIT en *ecclésiastique* et *civil*, *c.* 25, *art.* 14 et 15, et que par le droit ecclésiastique il devait être entendu celui « que les » papes et les saints conciles ont fait et décreté sur le fait de » la jurisdiction de la sainte église; » qu'enfin, il n'aurait pas fallu des concordats entre nos princes et la cour de Rome, ni des édits restrictifs de la jurisdiction ecclésiastique, si le *droit canon* n'eût point formé, dans les Pays-Bas, le *droit commun* en matière canonique.

Que signifient d'ailleurs ces *libertés de l'église belgique?* l'auteur de ce Mémoire a-t-il trouvé cette dénomination dans une seule pièce publique ou privée des Pays-Bas avant le milieu du XVIIIe siècle? Si ces prétendues *libertés* eussent été connues, comment n'eussent-elles pas été invoquées par van

Espen qui, dans des circonstances bien malheureuses pour lui, a tant fait valoir les *libertés de l'église gallicane?* il n'appartient pas à mon sujet de parler de celles-ci, pour n'avoir été proclamées qu'en 1682 et sur lesquelles je ne saurais rien dire de neuf, après le savant Charlas, qu'on lit si peu.

Mais je dirai, *dans l'intérêt de l'histoire Belgique*, et comme contemporain, que le nom de *libertés de l'église belgique*, n'a été entendu en Belgique, qu'après le milieu du siècle passé, lorsque les doctrines, qu'on appelle aujourd'hui *libérales* ont commencé à reprendre dans ce Pays; qu'ensuite ces doctrines furent accueillies par le gouvernement, comme elles l'ont été progressivemeut par la plupart des autres cours de l'Europe; qu'il fallait les professer sous peine de passer pour bigot ou pédant; qu'on rayait des dictionnaires le mot *exemple* pour le remplacer par celui d'*antecédent,* parce que le mot *exemple* porte avec soi une idée d'autorité, tandis que le mot *antecédent* n'est pas plus clair que celui de *libéral,* et qu'enfin l'on apporta tant de zèle pour consolider ces nouvelles doctrines, que les grandes puissances font aujourd'hui des efforts pour les extirper. C'était se mettre à la hauteur du ton de la cour que de parler des *libertés de l'église belgique!*

Ces notions sur la nature de la *lex ecclesiastica* prémises, abordons la question de savoir « si le DROIT CANON ou le COR- » PUS JURIS CANONICI a eu force de loi dans les Pays-Bas? et » jusqu'à quel point, avant le nouvel ordre de choses? »

Il semble que ceux de mes compatriotes, qui l'ont traitée, n'ont pas remonté assez haut, pour parvenir à un résultat exact et décisif.

Disquis. de præd. primùm in Belg. Evang. præmissa tom. 1 Actorum select. SS. Belgii.

Sans aller chercher la juste époque à laquelle l'évangile a été prêché dans les Pays-Bas, question qui a été traitée par les savans bollandistes, les historiens sont assez d'accord que l'on n'a commencé à y établir publiquement des églises et à organiser l'hiérarchie ecclésiastique, qu'au IV[e] siècle, après que Constantin-le-Grand eut embrassé la foi. La première église à Paris, fut bâtie sous Valentinien I, vers l'an 375, sous l'invocation de St.-Étienne.

Sainte-Foix, Essais sur Paris, tom. 2.

Mais déjà au commencement du V[e] siècle, le pape Innocent I, qui est mort l'an 417, écrit qu'il est notoire qu'il n'existe, dans les Gaules, aucune église qui n'ait été établie par les pontifes romains. « Manifestum est, in OMNEM Italiam, » GALLIAS, Hispanias, Africam atque Siciliam et insulas » interjacentes, NULLUM instituisse ecclesias, nisi eos, quos » venerabilis apostolus Petrus aut ejus SUCCESSORES CONSTITUE- » RUNT SACERDOTES. »

Épist. ad Decentium Ep. Engubinum in disquis. supra § 12.

Cette assertion se justifie par le plein pouvoir que le pape HORMISDAS donne à St.-Remi, au commencement du XI[e] siècle, de rétablir dans la Belgique, les églises que les Francs, avant leur conversion à la foi, avaient pillées ou détruites; en vertu de ce pouvoir, St.-Remi érige un évêché à *Laudunum Clavatum* (Laon) AFRICANORUM CANONUM et APOSTOLICA FULTUS AUCTORITATE.

Hincmar Epist. 6, c. 18, apud Miræum, tom. 1, p. 341.

Mais si toutes les églises, dans les Gaules et dans la Belgique, ont été depuis le V[e] siècle, établies par les papes seuls, quel doute raisonnable peut-il rester, si les lois et les usages de l'église romaine y ont été introduits en même temps, lorsqu'on fait d'ailleurs attention que les Gaulois et les Belges, nouvellement convertis, ne pouvaient en connaître d'au-

tres? Et en effet, nous voyons St.-Remi n'invoquer que les canons africains et l'autorité du pape; si les Gaules en eussent eu de particulières, qui seuls les obligeassent, St.-Remi eût-il invoqué ceux de l'église d'Afrique?

Examinons maintenant en quoi consistaient ces lois et ces usages de l'église de Rome?

Du temps du concile de Calcédoine, tenu en 451, l'on y voit invoquée et lue une collection de canons, sous le titre de *Codex canonum* UNIVERSÆ ECCLESIÆ, que nous avons encore; on ne connaît point de collection plus ancienne de canons. Le pape, St.-Léon, premier du nom, s'est occupé d'introduire et de faire observer les canons compris dans cette collection, en Italie, dans les Gaules et dans la Germanie; ainsi ces canons de l'église universelle ou plutôt cette collection a eu force de loi dans les Gaules, dès le V[e] siècle, ou bien il faudrait dire, qu'alors les églises des Gaules ont vécu sans loi, et que même elles n'étaient pas soumises aux lois générales de l'église, ce qui serait absurde et démenti par l'histoire.

Fleury, hist. ecclés., liv. 28, chap. 18. Bibl. Justel, t. 1, p. 44.

Boëhmer, jus eccl. tit. de constit., n° 8.

Non-seulement ce *Codex canonum* a eu force de loi dans les Gaules, mais encore aussi les RESCRITS des papes, que l'on appelait DECRETA. C'est ainsi que les lettres du pape Léon I[er] sont appelées LIBRI DECRETORUM BEATI LEONIS par le pape Zacharie au IX[e] siècle, et par lui invoquées *comme lois,* en 748, dans sa réponse à PÉPIN MAJORDOME et à TOUS LES ÉVÊQUES DU ROYAUME DES FRANCS.

Boëhmer, dissert. præmis. decret. Gregorii IX, not. 1.

En invoquant et en envoyant ces DÉCRETS OU DÉCRÉTALES, comme loi dans les Gaules, au IX[e] siècle, Zacharie n'exerçait que le pouvoir et n'invoquait que des lois, qu'il trouvait

établies depuis le V[e] siècle et reconnues par les empereurs qui y avaient régné; car, au V[e] siècle, l'empereur Valentinien III, qui régnait alors dans les Gaules, écrivit, au sujet de la sentence prononcée par le Pape Léon I, dans le concile de Rome, contre St.-Hilaire, évêque d'Arles, ainsi que suit : « Verùm ne levis saltem inter ecclesias turba nascatur » vel in aliquo minui religionis disciplina videatur; hac PERENNI sanctione decernimus, ne quid tam EPISCOPIS GALLICANIS, quam aliarum provinciarum, contra CONSUETUDINEM VETEREM, liceat SINE viri venerabilis PAPÆ urbis æternæ AUCTORITATE TENTARE, spe illis omnibus PRO LEGE sit, QUIDQUID SANXIT vel SANXERIT APOSTOLICÆ SEDIS AUCTORITATE (1).

Boehmer, ib. nº 5 et in cal. cod. Theod., tom. 6, tit. 24.

Cette loi a-t-elle été rapportée ou abolie, par aucune loi postérieure? on n'en connaît aucune. Si donc, dès le V[e] siècle, cette *consuetudo vetus*, qui ne consistait que dans les *canones* et les *decreta pontificum*, puisqu'il n'existait et ne pouvait exister aucune autre *loi ecclésiastique*, ont eu force de loi dans les Gaules, et que l'empereur fait défense d'introduire, quoique ce soit, sans l'autorité du pape, il est bien évident, que, dès cette époque, le *droit canon* ou *celui de Rome* a formé le *droit commun* des Gaules, et conséquemment des Pays-Bas, en matière ecclésiastique.

Le *droit canon* a continué d'avoir force de loi dans les Gaules au VI[e] siècle comme Grégoire de Tours nous l'ap-

(1) Lorsque BOEHMER ne veut entendre cette loi de VALENTINIEN que des décisions du pape *en concile général*, il ne fait pas seulement violence au texte, mais encore il ne remarque pas que le concile de Rome, qui a condamné Saint Hilaire, n'était pas un concile général; sa décision n'a donc point été tenue PRO LEGE à raison de l'autorité du concile, mais à raison de celle du pape.

prend sur les empêchemens de mariage : « Hæc audiens Chil-
» pericus, quod scilicet contra fas, *legemque canonicam* uxo- Greg. Tur., c. 2 ad ann. 576.
» rem *patrui accepisset* » et, un peu plus bas, au même endroit, le même évêque dit au roi : « *Habes legem* et *canones;* hæc te diligenter rimari oportet, et tunc quæ præ-
» ceperint, si non observaveris, noveris tibi Dei judicium Ibidem, c. 19.
» imminere. »

Dans le premier cas, il s'agissait d'un empêchement dirimant purement *ecclésiastique;* dans l'autre, il était question de faire le procès à l'évêque *Prætextatus*, prévenu de félonie. Cette instruction et ce jugement tenaient de bien près, même pour le fond, à la justice séculière; cependant le roi fait serment qu'il ne fera rien en cette affaire, qui soit contraire à la *loi* et aux *canons* : « Porrectâ dextrâ, juravit per omni
» potentem Deum, quod ea, quæ *lex* et *canones* edocebant,
» nullo prætermitteret pacto »; et après que l'évêque Prétextat se fut reconnu coupable de félonie, devant le roi et les évêques, le roi partit et envoya aux évêques le *librum canonum* (1), les requérant qu'ils eussent condamné l'évêque coupable à certaine peine qu'il indiquait ; mais, dit Grégoire, attendu que la peine indiquée n'était pas conforme aux canons, *ego restiti*, je m'y suis opposé, et le désir du roi n'a point été accueilli.

Je n'entends pas justifier la compétence de ces évêques; je n'en fais usage que pour prouver que le roi reconnaissait que le *droit canon* avait force de loi dans les Gaules.

---

(1) Ce *liber canonum* n'était pas la collection de Denis-le-petit, parce-qu'à cette époque elle n'était pas encore connue dans les Gaules, comme le prouve D. Ruinart *in not. f.* dans ses notes sur Grégoire de Tours.

Le VII[e] siècle en offre des preuves non moins décisives : l'évêque *Vulfolendus* avait convoqué l'évêque *Desiderius* à un concile provincial au premier septembre 650 ; le roi *Sigebert* en étant informé, lui répond qu'il ne peut être tenu un concile dans son royaume sans son consentement, et lui défend en conséquence de s'y rendre, quoiqu'à *l'exemple de nos prédécesseurs*, dit-il, nous entendions maintenir nos *canons* et les *règles de l'église*, « *licet nos statuta canonum* et *ecclesiasticas regulas*, sicut parentes nostri, in Dei nomen conservårunt, *ita et nos observare optamus.* »

Sigeb., epist. ad Desid. Capitul., tom. 1, col. 143 et 144.

Sigebert reconnaît donc le *droit canon* pour *loi* dans ses états ; mais cette reconnaissance n'empêchait et n'empêche pas que, comme souverain, il ne souffre pas que, sans son consentement, il se tienne des conciles dans son empire ; c'est un droit de haute police, qui appartient à la souveraineté, que l'église a reconnu elle-même de tous temps, comme l'atteste le concile d'Antioche, lequel, suivant Fleury, reconnaît « *que quelquefois ce qui semble nécessaire, cause du trouble* « *quand il n'est pas fait à propos.* » C'est là aussi le motif fondamental du droit du *placetum regium* sur les bulles ; et ce ne fut que, par ce motif, que Sigebert empêcha la tenue de ce concile provincial, sans son avis et consentement ; car, dit-il, « *postea vero opportuno tempore, si nobis antea denuntietur, utrum pro statu ecclesiastico, aut pro regni utilitate sive etiam pro qualibet rationabili conditione, conjunctio* (sacerdotum) *esse decreverit non abnuimus; sic tamen, ut diximus, ut in nostri prius deferatur cognitionem.* »

Hist. eccl. liv. 27, ch. 38.

Dejà avant ces temps, nous apercevons l'usage du *placetum regium* sur les conciles, pour en mieux assurer l'exécution par l'accession de l'autorité royale : *Clovis* fait te-

nir, en 511, le concile d'Orléans; les évêques lui en demandèrent l'approbation, non pas pour en revêtir les canons d'une autorité qu'ils croient nécessaire, mais pour en assurer mieux l'exécution « *ita etiam, ut, si ea quæ nos statuimus,* » *etiam vestro recta judicio comprobentur, tanti consensus* » *regis et domini majori auctoritate firmet sententiam sacer-* » *dotum.* » Du Bos, t. 3, p. 36.

Passons au VIII^e siècle; nous y trouvons encore ces canons et ces décrets des papes former le *droit canon*, ayant force de loi dans les Gaules.

Au milieu du VIII^e siècle, il n'existait guères plus de discipline ecclésiastique dans les Gaules. C'était une suite des guerres continuelles, sources de cette *ignorance*, qui a laissé son nom à ces siècles. Loin de connaître encore ces *canones* et *decreta patrum*, les canons même du concile œcuménique de Nicée n'y avaient pas encore été promulgués en 742, ou s'ils l'avaient été, ils étaient tombés dans l'oubli; on ne reconnaissait pas seulement plus les empêchemens de mariage; mais l'indissolubilité du nœud conjugal même était devenue un problême; les évêques ne s'adonnaient qu'à la guerre et à la chasse; les prêtres ne sachant parler latin et ne le comprenant plus, baptisaient *in nomine Patria et Filia et Spiritua sancta;* le peuple adorant le matin le vrai Dieu et sacrifiant l'après-midi à Jupiter, mangeait sans scrupule la chair des victimes païennes, en faisant dessus le signe de la croix pour les purifier.

Capitul. Suession. anni 744 c. 1.

Pipini capit. synod. apud Vermerias anni 752.

Ibid.

Fleury, hist. eccl., liv. 42, ch. 49.

Wagenaar, Vad. hist. D. 1, pag. 386 et s.

Ce fut pour remédier à tant de maux publics, que Carloman convoqua, en 742, la célèbre assemblée des évêques et des grands à Leptines, près de Binche, en Hainaut.

C'est dans cette assemblée générale qu'il a été arrêté de remettre en vigueur les *antiquorum patrum canones;* il est dit : « *Et omnis ecclesiastici ordinis clerus, episcopi et pres-* » *byteri et diaconi cum reliquis clericis suscipientes antiquo-* » *rum patrum canones promiserunt se velle ecclesiastica* » *jura moribus et doctrina et ministerio recuperare.* »

Karolom. capitul. 2m. anni 743.

Capitul. 1m anni 742, c. 1.

Ces *antiquorum patrum canones et ecclesiastica jura* sont appelés, dans le *capitulare primum* de l'an 742, *canonum decreta et ecclesiæ jura.*

On y invoquait bien ces anciens canons; mais il semble qu'on ne les connaissait pas; et c'est en effet bien présumable que des évêques, qui ne s'occupaient que de la guerre et de la chasse; que des prêtres qui portaient des *saga* (*sarraux*, habit séculier des Francs); qui vivaient avec des femmes; dont plusieurs n'obéissaient à aucun évêque, ne pouvaient guères avoir des notions des anciens canons de l'église. Cependant, sans les connaître, on était disposé à s'y soumettre, et il fut résolu de porter tous les abus et toutes les difficultés à la connaissance du pape pour y pourvoir. Le pape *Zacharie* les décide suivant la tradition des pères et de l'autorité des canons. « *Deo aspirante auctoritate apostolica decrevit*, juxta » quod *a sanctis patribus traditum habemus et canonum* » *sanxit auctoritas.* »

Capitul. 1m anni 743.

Boëhmer dissert. aute tom. 2. corp. juris. canon. not. 6.

Cette *traditio sanctorum patrum* consistait en lettres et rescrits des papes, ses prédécesseurs, selon la remarque du savant Boëhmer, lesquels étaient appelés *decreta* et qui avaient été compilés sous le nom de *libri decretorum Beati Leonis;* il est très-probable, que pour leur faire connaître ces canons, il

Ibid. not. 12 ex Dion. exig. et Cointio.

leur a transmis cette collection avec sa réponse adressée, en 748, à *tous* les évêques de France et à Pépin, *universis episcopis in regno Franciæ constitutis.* Ibid.

Pépin lui avait soumis vingt-sept points, qui portaient sur l'autorité des Métropolitains, des évêques, des prêtres et autres ecclésiastiques; sur les prêtres réfractaires et vagabonds; sur la continence du clergé et les empêchemens de mariage; Hist. eccl., ces matières étaient sans contredit, des matières canoniques; liv. 42, ch. 58. aussi le pape y statue de sa seule *autorité apostolique*, et pour y statuer, dit l'abbé Fleury, « *il n'invoque d'autres lois que les* » *anciens canons*, *contenus dans le code de l'église romaine*, » *c'est-à-dire, des apôtres*, *des conciles de Nicée, d'Antioche* » *et autres avec les décrétales des papes.* »

Le pape charge St.-Boniface d'assembler un concile et d'y faire lecture de ses décisions; c'est ensuite de ces ordres qu'ont été tenus le concile de *Verberie* ou *Vermerie*, près de Compiègne, en 752, *in palatio regio* (1) et celui de *Vernon* Capitul., t. 1, col. 161. (Vernes), en Normandie, en 755, dans lequel *Pépin*, alors devenu roi, proclame ce qui suit: « *Suffecerant quidem* » *priscorum patrum regulæ sanctæ ecclesiæ catholicæ ad mortalium correctionem prolatæ, si earum sanctissima jura perseverassent illæsa; sed Pipinus rex Francorum recuperare* » *quantisper cupiens instituta canonica....* et *si tempora spa-* » *alitiaque tranquilla divinitus ei fuerint collata*, *cupit ad* » *plenum secundùm sanctorum canones..... integrè in antea* » *conservare.* »

---

(1) J'y ai passé et m'y suis arrêté en 1811; il n'y a plus ni vestiges, ni même de souvenir d'un palais.

Il résulte de là, qu'au VIII^e siècle, les *canones ecclesiæ Romanæ* formaient encore, de l'aveu même du roi, *le droit canon* des Gaules et de la Belgique, et que par conséquent la loi de *Valentinien,* qui en avait fait le *droit commun* en matière canonique, n'était pas encore rapportée.

Je n'ignore pas qu'il est des écrivains qui taxent la conduite de *Carloman* et de *Pépin* de *complaisance* et ne l'attribuent qu'à la dévotion indiscrète du premier et à la reconnaissance du roi envers le pape, par l'intermédiaire duquel il était parvenu au trône des Mérovingiens. Mais, s'il était permis de juger de la force d'une loi d'après les motifs qu'on se plait à prêter au législateur, lorsqu'ils ne sont pas énoncés dans la loi même, il n'y aurait guères de loi dont on ne parviendrait point à détruire l'autorité; et c'est sur-tout dans l'espèce, que cette objection est sans application, puisque nous démontrons que Carloman et Pépin ne se sont conduits, relativement au droit canon, que de la manière que tous ses prédécesseurs s'étaient conduits, depuis Valentinien.

Si nous ne nous étions pas proposés de conduire cette démonstration de siècle en siècle, nous pourrions nous dispenser de parler du IX^e siècle, puisqu'il est connu combien Charlemagne a désiré d'établir tout ce qui tenait au clergé sur le pied romain, au point qu'il fit venir de Rome des chantres, pour introduire dans les églises de son empire le plein-chant romain.

Capitul, tom. 1, col. 357. Son *capitulum de honoranda sede apostolica* est une espèce de profession de ses sentimens à cet égard; elle est trop formelle pour ne pas trouver place dans un ouvrage tel que celui-ci, où la lecture serait sans cesse interrompue, si, faute

d'avoir les preuves sous les yeux, il fallait à tout instant, recourir pour les vérifier, aux monumens historiques qu'on invoque. « *In memoriam*, porte-t-il, *beati apostoli honoremus* » *sanctam Romanam et apostolicam sedem; ut quæ nobis* » *sacerdotalis mater est dignitatis, esse debeat magistra ecclesiasticæ rationis; quare servanda est cum mansuetudine humiliter, ut licet vix ferendum ab illa sancta sede imponatur.* » *Jugum* feramus *et piâ devotione toleremus; si vero, quod* » *non decet, quilibet, sive presbyter, sive diaconus, aliquam* » *perturbationem machinando et nostro ministerio insidiando,* » *redarguatur falsam ab apostolica detulisse epistolam, vel* » *aliud quid quod inde non convenerit, salvâ fide et integrâ* » *circa apostolicum humilitate, penes episcopum sit potestas,* » *utrum in carcerem aut in aliam detrudat custodiam, usquequo per epistolam, aut per idoneos suæ partis apostolicam interpellet sublimitatem, ut potissimum suâ sanctâ legatione dignetur decernere, quid de talibus justo ordine lex* » *Romana statuat definire ut et is corrigatur et cæteris modus imponatur.* »

Ainsi, Charlemagne ne reconnaît pas seulement la *lex Romana* pour le droit commun en matière canonique; mais il reconnaît de plus, que le pape seul est compétent pour l'interpréter et pour statuer sur les cas omis ou douteux.

Cette *lex Romana* ou *droit canon* consistait alors dans la collection de Denis-le-Petit, et voici comment les églises des Gaules et de la Belgique en avaient acquis la connaissance.

Denis-le-Petit, qui a vécu au VI[e] siècle, et qui est l'auteur de l'ère vulgaire, qui commence à la nativité de notre Seigneur, avait fait une compilation des anciens conciles et dé-

crets des papes; sa collection commence au pape *Syrice*, qui est mort l'an 398, et par cette raison, les savans regardent pour apocryphes et appellent *spurii* tous les décrets des papes antérieurs à *Syrice*, qu'un certain *Isidore* a publiés comme ayant été découverts depuis.

A peine la collection de Denis-le-Petit fut elle connue à Rome, qu'elle y fut approuvée et reconnue pour *authentique;* dès lors elle forma le *droit commun* pour toute l'Italie, et fut successivement augmentée des *décrétales* des papes suivans, jusqu'à Grégoire II, en l'an 715.

Boëhmer, dissert. cit. nota 26.

Ibid. nota 24.

De 774 à 780, Charlemagne fit trois voyages à Rome; ayant à cette occasion témoigné au pape son vif désir de rétablir la discipline ecclésiastique dans ses vastes états, le pape Adrien I lui donna la collection de Denis-le-Petit, comme étant la meilleure, pour ne pas dire l'unique qui fut authentique, et que l'église de Rome suivait comme telle; cette collection n'était pas encore connue dans les Gaules; Charlemagne l'y introduisit; les églises des Gaules la reçurent pour *authentique;* et, dès lors, elle forma le *Jus canonicum universale* des Gaules, comme il se voit par la lettre d'*Hincmar* à l'archevêque de Rheims.

Ibid. nota 37.

Ibid. nota 70.

Ibid. nota 38.

Il nous manque plusieurs capitulaires de Charlemagne et notamment des premières années de son règne; mais le grand capitulaire d'Aix-la-Chapelle, de l'an 769, nous apprend déjà combien ce prince a fait un usage avantageux de cette collection.

Il y exhorte les évêques assemblés à prendre toutes les mesures convenables, pour mettre en vigueur les *canonicas sanctiones* et *paternas traditiones universalium conciliorum.*

Capit. Aquisgran. anni 789.

On n'a qu'à lire les *capitula* de cette assemblée pour se convaincre, qu'ils consistent en décisions ou décrets des papes *Syrice*, *Léon* et autres, et dans les canons des conciles; le chap. 57 porte, même : « *Ne quid verò sit quod præter-* » *missum a nobis forte credatur, omnia decretalia constituta,* » *tam beatæ memoriæ Innocentis, quàm omnium decessorum* » *nostrorum, quæ de ecclesiasticis ordinibus et canonum pro-* » *mulgata sunt disciplinis ita a vestra dilectione custodiri* » *debere mandamus;* » et l'on peut voir dans Gratien ce que le pape Léon y entend par *decretalia constituta.* Distinct. 20.

Charlemagne a donc reconnu, à l'exemple de ses prédécesseurs, le *droit canon* comme ayant force de loi dans ses états; et, loin de se croire autorisé de l'abolir ou d'y porter atteinte, il envoie aux pères du concile quelques articles, qui sont ceux qui suivent après le 58ᵉ, et en leur proposant de les adopter, il les prévient, tant dans le préambule général, que dans le préambule particulier, qui précède ces articles additionnels, qu'il ne leur fait pas cette proposition par présomption, mais seulement par forme d'avis ou *admonition.*

Je ne pense pas qu'on attende de moi, que je parcoure présentement la période du Xᵉ siècle, pendant laquelle les faibles descendans de Charlemagne ont encore occupé le trône; car ce n'est pas pendant leur règne que le droit canon ait perdu la force de loi, puisqu'au contraire l'on en a trop abusé pour abaisser et vilipender l'autorité royale.

Je passe donc à la troisième dynastie, qui a commencé en la personne de *Hugues Capet*, vers la fin de ce même siècle.

Boëhmer, dissert. cit. nota 55.

La collection d'*Isidore,* surnommé *Peccator* et non pas *Mercator,* s'était répandue dans les Gaules, pendant le IX^e^ siècle. Les plus savans évêques de ces temps là tenaient pour suspecte (*spuria*), comme le prouve Boëhmer, par *Hincmar de Rheims;* ils ne la rejettaient pas cependant absolument; mais voyant que diverses de ces décrétales suspectes avaient été reconnues par Louis-le-Débonnaire pour véritables et avaient été incorporées comme telles, dans ses capitulaires, ces évêques, ne sachant pas mieux, dans ces temps d'ignorance, n'osèrent plus à la fin contester l'authenticité de cette collection.

Ibid. not. 61 et 62.

Hé! quels moyens avaient-ils pour la contester? existait-il une *compilation* des canons antérieurs au pape Syrice? C'étaient donc des décrétales et rescrits isolés et détachés qu'Isidore disait avoir découverts; or, comment en prouver le faux matériel sans voir les pièces, ou le faux formel sans une critique, dont faute de livres et dans ces siècles d'ignorance, personne ne fut capable? Aujourd'hui même ne découvre-t-on pas le faux de chartes, que l'on avait réputées jusqu'ici sincères malgré les règles de critique établies depuis l'invention de l'art typographique? Jamais, d'ailleurs, la cour de Rome n'a déclaré la compilation d'Isidore *authentique*, comme elle avait déclaré celle de Denis-le-Petit. L'autorité de la compilation d'Isidore est donc demeurée dans un état de fluctuation aux yeux même de la cour de Rome. On n'avait pas assez de motifs pour la croire authentique, ni des preuves pour la démontrer fausse. Le pape Nicolas I, sur la fin du IX^e^ siècle, reproche même aux évêques des Gaules, que, pour augmenter leurs priviléges et diminuer l'autorité du siége apostolique, ils rejettent les décrétales des anciens pa-

pes, sous le prétexte qu'elles ne se trouvent point dans le *codex canonum,* qui est celui de Denis-le-Petit; mais qu'ils en font bien usage, lorsqu'elles favorisent leurs projets. *Decret. Grat. distinct.* 19, *c.* 1, et *Boëhmer. dissert. ad tom.* 2, *corp. juris can. not.* 62. On ne reconnaissait donc pas, de part ni d'autre, pour *authentique* la compilation d'Isidore, en tant qu'elle était postérieure au *codex canonum* de Denis-le-Petit; et le pape, loin de leur ordonner de la reconnaître, n'en fait pas seulement mention; mais il se borne à combattre leur prétexte de rejetter les décrétales *priscorum pontificum,* pour ne pas être comprises dans le *codex canonum,* attendu, dit-il, que, sous ce même prétexte, vous seriez en droit de rejetter les décrétales de St.-Grégoire, et de tous les papes avant et après lui, et l'ancien et nouveau testament même, puisqu'ils n'y sont pas compris non plus.

Toutefois, cette conduite des évêques des Gaules fournit une nouvelle preuve que, sur la fin du IX^e siècle, le droit canon avait force de loi dans les Gaules, puisqu'ils n'eussent pas dû exciper que ces décrétales n'en faisaient pas partie, si tant fut que le droit canon ne fit pas loi dans les Gaules.

En effet, nous lisons dans l'abbé Fleury, que vers l'an 848, les évêques de Bretagne, assemblés en concile, députèrent vers Rome, pour obtenir du pape sa décision sur divers points, sur lesquels ils ne pouvaient pas tomber d'accord. Parmi les décisions que le pape Léon IV porta sur leurs propositions, il y en a une, en termes généraux, que M. Fleury rend en Français, en ces mots : « *que les évêques ne doivent point juger sur les écrits des autres, mais seulement sur les canons et sur les décrétales des papes; et il spécifie les conciles et les papes, compris dans le code des canons.* » Par suite de Hist. eccl., liv. 48, §. 44.

ces décisions plusieurs évêques bretons furent déposés; et si, *sur l'autorité des décrétales* on déposa les évêques dans une province, dans laquelle, peu auparavant, on érigeait encore de nouveaux évêchés, sans l'intervention du pape, l'on peut en juger, quelle force et autorité les décrétales avaient dans les autres provinces des Gaules.

Au IXe siècle, la Belgique est passée sous les gouvernement de ses comtes héréditaires, dont *Bauduin*, communément surnommé *Bras de fer*, fait la tige. Une partie des Pays-Bas fut annexée à l'empire; l'autre demeura, mais seulement à titre de *ressort*, à la France; le cours de l'Escaut séparait les deux états.

Quant à l'empire, le savant Boëhmer démontre dans son *Jus eccl. protest. tit. de constitutionibus* § 12 *et seqq.* que le *Corpus Juris canonici*, tel qu'il se compose aujourd'hui, a continué de former le *droit commun* jusqu'au XVIIe siècle, et qu'il a continué à s'y maintenir ainsi, non-obstant toutes les instances de *Luther* au contraire; que, même par un décret formel de l'empire, sous les empereurs *Frédéric II* et *Rodolphe*, il a été confirmé et adopté comme *loi de l'empire*.

Boëhmer, ib., §. 25.

Quant à la France et la partie des Pays-Bas de son ressort, les arrêts des cours souveraines attestent qu'il y avait pareillement force de loi; mais que, depuis les dissentions qui se sont élevées entre *Philippe-le-Bel* et Boniface VIII, au XIVe siècle, le *Sextus* de Boniface, les *extravagantes* et les *clementines* avaient perdu beaucoup de leur autorité.

Toutefois ces circonstances prouvent, que jusqu'à la naissance de ces dissentions, le droit canon n'avait rien perdu de son

antique autorité en France, et que ce changement n'a eu d'autre cause, que cette brouillerie; mais, comme cette brouillerie ne regardait pas les Pays-Bas, possédés héréditairement par des comtes souverains, il n'y a pas de motif pour nous d'accorder moins d'autorité au *sextus,* aux *extravagantes* et aux *clémentines,* qu'aux autres parties du corps de droit canon.

Et de fait : qu'on recoure aux ordonnances du 12 septembre 1485 et 20 mai 1497, l'on y verra, que le droit canon a toujours fait le *droit commun*, en matière canonique, dans nos provinces; que les Belges étaient obligés quelquefois d'aller plaider à Rome en première instance, et que cette juridiction papale s'étendait par fois jusqu'aux matières civiles, à la faveur de la clause *sub pœnis cameræ.* Ces ordonnances prouvent en même temps, qu'en les portant, aucun de nos comtes n'a entendu contester à la cour de Rome sa compétence de jurisdiction dans les matières canoniques; mais qu'ils n'ont eu d'autre but, que d'arrêter les abus que la *chancellerie* et la *rota* de Rome faisaient de la jurisdiction du pape, en obligeant les Belges d'aller à grands frais plaider à Rome.

1r plac. de Fland., page 205 et suiv.

Il faut toujours distinguer entre le *pouvoir* et l'*abus du pouvoir;* entre la *loi* et ses *ministres.* Lorsqu'il s'est agi du *pouvoir*, nos princes, à l'exemple de tous les souverains des pays catholiques, ont toujours concilié les discussions avec la cour de Rome par des traités et des concordats; mais lorsqu'il s'agissait de l'abus de ses *ministres* et de l'empiétement de ses *tribunaux*, ils les ont réprimés par des édits ou par des appels comme d'abus. Ainsi la comtesse Marguerite de Flandre et Hainaut fit *faire opposition* par son procureur en 1266, *à l'exécution* d'une bulle *bénéficiale.* C'est sur de *pareils* abus

St. Genois, pag. 612. Miræi, tom. pag. 1258.

que roulent les ordonnances de 1485 et 1497 précitées; il résulte même de celle de 1497, que ces appels ne se faisaient pas dans ces pays au parlement, mais au pape; et faute par lui d'y pourvoir au *saint futur concile général*. Ces édits ne concernent que les *provisions* apostoliques des *bénéfices* vacans dans ces pays et les évocations en la cour de Rome; aussi nos princes ne portent ces ordonnances *qu'en tant que en nous est;* il y a donc abus et erreur à les étendre à d'autres matières.

Si, au reste, quelqu'un s'avisait de contester au droit canon *la force de loi* et de *droit commun* en matière canonique dans les Pays-Bas, je lui demanderais quelles sont donc les lois et où elles existent, qui aient été suivies *en cette matière* dans notre pays?

Mais en disant qu'il avait force de loi dans nos pays, il ne faut pas entendre par-là que toutes les décrétales indistinctement eurent force de loi et y formèrent le droit commun; le corps du droit canon comprend d'abord toutes les matières mixtes et les canoniques; or, ce n'est que dans les matières purement canoniques, qu'il formait le droit commun; il le formait aussi dans les matières mixtes, mais en tant seulement, que ses dispositions ne fussent pas contraires à nos lois nationales et civiles; cette position résulte de l'universalité des consultes de toutes les cours royales et des avis des états des provinces, données sur la réception du concile de Trente, qui se trouvent rassemblés dans le *tractatus de jure Belgarum circa bullarum pontificiarum receptionem*, du conseiller Stockmans; en conséquence le concile de Trente a été reçu sur l'ancien pied, savoir : « sans préjudice des hauteurs, » droits, prééminences et jurisdiction d'icelle, ses vassaux,

» estatz et subjectz, lesquels on entend devoir demeurer en
» tel estat, qu'ils ont été jusques ores, sans rien changer ou
» innover, mesme quant à la jurisdiction laïcale jusques à
» présent usitée sur les ecclésiastiques, aussi le droit de pa-
» tronage laïcal, indult et droit de nomination, cognoissance
» de cause en matière possessoire de bénéfices et dismes pos-
» sédées ou prétendues et administration jusques ores usi-
» tée par les magistratz et aultres gens lays sur les hopitaux
» et fondations pieuses et autres choses semblables, plus am-
» plement reprises par l'avis autrefois par vous donné sur le
» fait de l'acceptation générale dudict saint concile, les quels
» advis aurez à recevoir et regarder si en conformité d'iceluy
» et aussy selon aultres nouvelles occurrences depuys sur-
» venues l'on vous pourroit sur ce donner quelque ordon-
» nance ou instruction et icelle entre vous concevoir avecq
» clause d'y pouvoir adjouster, commuer ou changer selon
» qu'avecq le temps sera (*trouvé*) convenir, tenant cepen-
» dant bon soing, que rien soit changé ou innové comme
» dessus. »

Placards de Flandre. liv. 2, pag. 49 et liv. 3, pag. 1357.

Il n'est donc pas bien possible de déterminer en principe *général*, en quelles matières le corps de droit canon doit servir de règle *absolue*, non plus dans les Pays-Bas, que dans les autres parties du monde chrétien; tout ainsi qu'il n'est pas possible de le déterminer pour le corps de droit civil ou romain.

Boëhmer, dissert. aute t. 1. corp. juris canon. § 18, nota 3.

C'est sur ce motif que *Boëhmer* censure le professeur *Scharck* et ensuite *Luikens*, *Struvens* et *Rhetius*; le premier pour avoir posé la question en thèse générale, et les autres pour avoir restreint l'autorité du corps de droit canon, 1° aux affaires des mariages; 2° aux causes pies; 3° aux pactes et aux em-

Tit. de constit. § 70.

phyteus ; 4° aux biens ecclésiastiques ; 5° aux testamens ; 6° aux sermens ; 8° à l'ordre judiciaire ; 9° aux usures ; 10° aux antichrèses, et 11° aux dîmes.

A son tour, il établit d'autres règles sur l'autorité du corps de *droit canon*, qui sont plus conformes à l'usage général et à la saine raison, et qui coïncident avec les réserves déterminées par les actes d'homologation de nos coutumes belgiques sur l'autorité du corps de *droit civil*, « lequel est déclaré » avoir force de loi dans tous les cas non décidés par la » coutume particulière du lieu, ou par la coutume générale » de la province ou par les ordonnances de nos souverains. »

Ibid. § 75. Ainsi, pour savoir, dit *Boëhmer*, si le corps de droit canon doit servir de règle pour la décision, il faut examiner avant tout :

1° Si la disposition du droit canon, qu'il s'agit d'expliquer, est en analogie avec les lois fondamentales de l'état ?

Cette règle est fondée sur l'approbation de *Clovis* et sur le consentement du roi *Sigebert*, rappelés ci-dessus, dont le premier revêt de sa sanction le concile d'Orléans, et l'autre défend de laisser tenir un concile dans ses états, sans son consentement. C'est aussi dans ce sens, qu'en 1183, il fut jugé à Bruges, sur la propriété de quelques maisons du chapitre de St.-Donat, *non solum jure ecclesiastico, sed etiam lege totius curiæ Flandrensis*.

Miræi, tom. 1, pag. 717.

2° Si cette décision canonique n'est pas contraire aux synodes, aux concordats, aux *usages* constans des Pays, et si elle est compatible avec eux ?

Cette règle est conforme au rescrit du pape Honorius III, au chapitre de Paris et à la décrétale déjà invoquée. C. q. x. de consuet. C. II. cod. tit.

Mais, à l'égard de ces *usages*, dit-il, il ne faut pas y aller légèrement; il faut au contraire, examiner mûrement, si cet *usage*, qu'on prétend opposer à la loi, est *constant*, *certain* et général?

A défaut de ces deux règles, dit-il, il faut tenir que le *corpus juris canonici* forme le *droit commun* en matière canonique.

Cependant, il est toujours sous-entendu que le canon qu'il s'agit d'appliquer, soit reconnu pour *authentique*, puisque l'*authenticité* n'est pas accordée aux compilateurs *Gratien* et *Isidore*, mais au *pape*, dont le canon est émané. Et telle a été toujours la règle suivie, tant par nos princes, que par les évêques mêmes des Pays-Bas; la lettre de l'évêque *Etienne*, qui fut sacré évêque de Tournai, en 1192, forme la série de nos preuves.

« *Rursus*, écrivait-il au pape, *si ventum fuerit ad judicia* » *quæ juro canonico sunt tractanda, vel a vobis vel ab ordi-* » *nariis cognoscenda, profertur a venditoribus inextricabilis* » *sylva decretalium epistolarum, quasi sub nomine Alexandri* » *papæ; et antiquiores sacri canones, abjiciuntur, respuuntur,* » *exspuuntur.* » Il sollicite le pape en conséquence de vouloir déterminer quels sont ceux, dans ce grand nombre, qui sont sincères et véritables, et c'est aussi ce que nous devons examiner lorsqu'il s'agit d'appliquer une décrétale, dont l'authenticité n'est pas bien reconnne; car il est bon de savoir que, dans le nombre, il y en a dans le corps de droit qui sont tronquées, et qui, si elles étaient insérées en entier, présen-

Boëhmer, dissert. ante tom. 2, corp. jur. can. nota 81.

teraient une toute autre décision ; telle est, entr'autres, la fameuse décrétale *Tanta est vis matrimonii ;* elle déclare les enfans adultérins incapables de légitimation *per subsequens matrimonium ;* si elle y était insérée en entier, l'on verrait que la légitimation a été refusée, parcequ'à cette époque, l'*adulterium simplex* formait un empêchement dirimant ; ce qui a été changé depuis, de sorte qu'il ne peut y avoir de doute qu'aujourd'hui, les enfans provenus d'un *simple* adultère, ne soient légitimés par le mariage.

Audenarde, le 29 juin 1821.

J. J. RAEPSAET.

MÉMOIRE

DANS LEQUEL ON EXAMINE

QUELLE PEUT ÊTRE LA SITUATION

DES DIFFÉRENS ENDROITS

DE

L'ANCIENNE BELGIQUE,

DEVENUS CÉLÈBRES

DANS LES

COMMENTAIRES DE CÉSAR,

PAR LES ÉVÉNEMENS MÉMORABLES QUI S'Y SONT PASSÉS;

PAR M. DEWEZ.

LU DANS LES SÉANCES DU 14 OCTOBRE 1820, 14 AVRIL
ET 16 JUIN 1821.

MÉMOIRE

DANS LEQUEL ON EXAMINE

QUELLE PEUT ÊTRE LA SITUATION

DES DIFFÉRENS ENDROITS

DE

L'ANCIENNE BELGIQUE,

DEVENUS CÉLÈBRES

DANS LES

COMMENTAIRES DE CÉSAR,

PAR LES ÉVÉNEMENS MÉMORABLES QUI S'Y SONT PASSÉS;

§ I.

Où faut-il placer le champ de bataille contre les Nerviens, défaits par César, sur la Sambre, dans sa première campagne?

César quitta les frontières des Ambianiens, qui correspondent à la Picardie, et qui touchaient à celle des Nerviens. *Ambianorum fines Nervii attingebant. Cæs., lib.* 2, *cap.* 15. Il partit d'un endroit peu éloigné de la source de l'Escaut, près du

Câtelet. Après avoir trouvé, en trois jours de marche, le pays des Nerviens, il s'arrêta à un endroit où il rencontra des fuyards, qui lui apprirent qu'il n'était éloigné de la Sambre que de dix mille pas, et que les Nerviens, réunis aux Atrébates et aux Vermandois, s'étaient retirés au-delà de cette rivière, où les Atuatiques, qui déjà étaient en marche, devaient venir les joindre pour attendre les Romains. *Id. ibid.*, *cap.* 16. César ayant envoyé des hommes affidés, afin de choisir un lieu commode pour asseoir son camp, s'arrêta dans un endroit qu'il y crut propre. C'était une colline qui, de son sommet, va se confondre par une pente égale avec le bord de la Sambre. Sur le bord opposé s'élevait une colline exactement correspondante, ayant une même déclivité, dont le bas aboutit à la rivière par une plaine de deux cents pas, et couverte sur le haut d'un bois, dont le feuillage touffu ne permettait pas à la vue de pénétrer aisément dans l'intérieur. La profondeur de la rivière y est de trois pieds. Telle est la description que César donne de cet endroit. *Ibid.*, *cap.* 18. Mais où est cet endroit? Les opinions des savans varient sur ce point. Boucher et Desroches, qui en assignent deux différentes situations, y retrouvent également la plupart des circonstances que rapporte César; la hauteur des bords, la profondeur de la rivière, les deux collines opposées et la forêt. Mais ces deux savans historiens diffèrent tout-à-fait sur cette forêt. Le premier y reconnaît celle de *Mormal,* et le second, s'appuyant d'une note qui lui avait été communiquée par le marquis de Châteler, y retrouve celle de *Marlagne*, qui s'étend le long de la rive droite de la Sambre, à peu-près depuis Fosses jusqu'à Namur, et c'est d'après ces deux opinions diverses qu'ils placent l'endroit de la bataille, le premier, entre les abbayes de Maroilles et de Haut-Mont, aux environs de Berlaimont,

et le second, à Prêle, village sur la Sambre, à deux lieues de Fosses et de Charleroi.

En s'arrêtant ici, ces deux systêmes peuvent être aussi soutenables l'un que l'autre. Mais il est d'autres circonstances, qui peut-être donneront plus de probabilité à celui de Desroches, et la principale de ces circonstances, la plus propre à l'appuyer, est la distance de l'endroit du départ de l'armée romaine à celui de la bataille.

C'est en trois journées que César a parcouru l'espace de terrain depuis l'extrémité du pays des Nerviens jusqu'à l'endroit distant de la Sambre de 10,000 pas. Trois milles romains font à-peu-près une lieue commune, et l'on évalue la journée de marche des Romains à 20,000 pas par jour, c'est-à-dire, 6 à 7 lieues, conséquemment 60,000 pas, ou 20 lieues pour trois jours. Or, il n'y a guère cette distance de la source de l'Escaut à l'endroit éloigné de la Sambre de 10,000 pas, qui est l'espace que Boucher suppose que César a parcouru en trois jours. Il observe à la vérité qu'il marchait à petites journées pour ne pas fatiguer ses soldats, qui devaient se battre dès qu'ils rencontreraient l'ennemi, qu'ils savaient n'être pas éloigné. Mais d'abord, c'est ce que César ne dit pas, et d'ailleurs, on ne peut guère le supposer; car les Romains n'étaient pas habitués aux petites journées, et ces robustes soldats, fortement exercés dès leur enfance à tous les genres de fatigues, ne marchaient, surtout dans les occasions pressantes, comme celle-ci, qu'à grandes journées, et même à marches forcées. Il est donc bien plus vraisemblable que le systême de Desroches est mieux fondé que celui de Boucher; car comme ces deux savans ont remarqué les mêmes circonstances

sur la nature du terrain, c'est particulièrement sur la distance, point sur lequel ils diffèrent essentiellement, qu'il faut appuyer; car c'est ce point qui doit, je pense, décider la question. Or, l'endroit d'où probablement César est parti, c'est-à-dire, des environs du Câtelet à ceux du village de Rèves, province de Hainaut, à 2 lieues de Nivelles, on aura 20 lieues, qui font les trois jours de marche. De ce village à la Sambre, en passant par Fleurus, on retrouve les 10,000 pas de distance marqués par César. Si donc l'on convient que, dans un cas si pressant, César n'a pas dû faire marcher son armée à petites journées, c'est le systême de Desroches qu'il faut embrasser.

A cette preuve tirée de la distance, j'en joins une autre prise de l'étymologie des noms des endroits où je pense qu'il faut placer le champ de bataille. Je sais que les preuves fondées sur les étymologies, qui, pour la plupart, sont forcées, sont souvent futiles et quelquefois ridicules; mais une étymologie naturelle peut devenir une preuve solide, quand elle est, comme il me le paraît ici, tirée d'une circonstance historique.

Le nom de *Prêle*, comme celui de plusieurs villages connus par des batailles célèbres, vient de *prælium, combat*. Les endroits voisins paraissent également avoir des étymologies qui ont un rapport bien frappant avec cet événement. Le lieu où la victoire fut décidée, paraît être Vitrival, village à une lieue de Prêle, dans une espèce de vallée, et qui tire probablement son nom de la double dénomination de *victoire* et de *vallée, victoriæ vallis*. Cette terminaison en *val* est commune à tous les villages situés dans des vallées. *Fosses*, petite ville à une demi-lieue de Vitrival, par une suite naturelle de ces conjectures si vraisemblables, ne tirerait-elle pas son nom du latin *fossa*, qui signifie bien retranchement? Car ne se-

rait-il pas très-possible que ce fût dans cet endroit que l'une ou l'autre des armées aurait formé ses retranchemens? Cette étymologie, du moins, ne paraît pas forcée, comme tant d'autres, ni cette conjecture, trop hasardée.

Mais une circonstance qui concourt d'une manière bien frappante encore à appuyer cette opinion, est la quantité d'ossemens humains qu'on a retrouvés à Prêle, comme l'atteste la note du marquis de Châteler. Or, comme l'histoire ne rapporte pas que, dans la suite, cet endroit ait été le théâtre d'une bataille, on doit remonter à celle des Nerviens pour en conclure que c'est à ce carnage qu'il faut attribuer cette quantité d'ossemens.

Ainsi d'abord la nature de l'endroit appuie la preuve que j'ai tâché d'établir pour décider cette question; la distance des lieux la corrobore; l'étymologie la confirme, et l'amas d'ossemens la complète.

§ II.

Où était situé le camp de Q. Cicéron, au pays des Nerviens?

César, au retour de son expédition contre les Tréviriens, distribua ses légions dans la Belgique, en différens camps, dont les plus éloignés les uns des autres, ne laissaient entre eux qu'une distance de cent mille pas romains, qui font à-peu-près 33 lieues. *Harum omnium legionum hiberna millibus passuum C continebantur.* Cette expression, à la vérité, n'est pas très-facile à entendre. Si on l'interprète littéralement, on dira que tous les camps étaient renfermés dans une espace de 33

lieues; mais le compte ne serait pas juste; car le camp de Crassus dans le pays des Bellovaques, est distant de celui de Sabinus et Cotta dans le pays des Eburons, (à *Atuatuca*, selon la leçon ordinaire), de plus de 50 lieues. Je m'en tiens donc à l'explication de Desroches, qui entend que les plus éloignés de ces camps ne laissaient, comme je viens de le dire, entre l'un et l'autre qu'une distance de cent mille pas.

Q. Cicéron, frère de l'orateur, fut chargé de commander la légion que César plaça dans le pays des Nerviens. Il y fut vivement serré par les Eburons, les Atuatiques et les Nerviens réunis, que César, venu au secours de Cicéron, força d'abandonner le siége. Les savans sont divisés sur la position de ce camp. Schrieck le place à *Veltsig* ou *Velsig,* entre Gand, Alost et Audenaerde; Wendelin, à *Vaudret,* entre Mons et Binche; Cousin, à *Tournay*. Cette dernière opinion est la moins probable. Mais Cousin, natif de Tournai, chanoine de cette ville, aimait sans doute, comme ordinairement ceux qui écrivent l'histoire de leur ville, de donner du relief à son pays natal.

L'annaliste du Hainaut, Vinchant, le place à Mons, et il se fonde sur les distances. D'après un commentateur de César, nommé Bandole, il évalue les cent mille pas à 25 lieues, et il trouve cet éloignement de Mons à Térouanne, où était la légion de Fabius; à Tongres, où étaient Sabinus et Cotta, etc. Si son évaluation était juste, la question serait décidée; mais il s'en faut que 25 lieues représentent cent mille pas. L'évaluation généralement adoptée, et qui paraît la plus exacte, est de trois mille pas pour une lieue, de sorte que, comme je viens de le dire, cent mille pas font à-peu-près 33 lieues,

au lieu que 25 lieues, évaluation adoptée par Vinchant, ne donneront que 75,000 pas.

Le savant historien Desroches, qui suit l'évaluation portée à 33 lieues, place ce fameux camp au village d'Assche, entre Alost et Bruxelles, et si l'on ne se décide que par les distances, ce système serait le plus admissible; car, en suivant son évaluation, le calcul est à-peu-près juste, c'est-à-dire, que ces camps présentent en lieues cette distance entre l'un et l'autre. Cependant si l'on considère que les endroits où ces camps étaient placés, ne sont désignés dans César que par le pays en général, *in Morinis, in Remis*, *in Nerviis,* etc., et non en particulier par l'endroit où ils étaient situés, puisque l'un est à Térouanne, ou à Boulogne; l'autre, à Charlemont, ou, plus haut, entre Charlemont et Revin; le troisième, à Tongres, ou, plus bas, entre Maestricht et Aix-la-Chapelle, à Wittem, on pourrait fixer le camp de Cicéron à Mons, aussi bien qu'à Assche, parce qu'on trouvera approximativement tous ces camps dans la même distance d'un endroit que de l'autre, c'est-à-dire, que si, en partant de Mons on trouve sur un point une distance plus ou moins forte, qu'en venant d'Assche, on trouvera également, en partant de ce dernier endroit, une différence de distance sur un autre point. Tout paraît donc à-peu-près égal.

Si maintenant on examine les autres circonstances, je crois qu'on penchera assez pour Mons. C'est d'ailleurs l'opinion de Miræus, *Chron. Belg. an.* 54 *ante Chr.*, et de Boucher, *Belg. Roman. lib.* 1, *cap.* 8, qui place ce camp à Mons ou à Bavai. En effet, Mons était anciennement appelé *Castri-Locus,* nom

vraiment latin, qui probablement est une corruption de *Locus Castrorum*, puisque dans ce sens *castra* n'a point de singulier. Guyse, à la vérité, n'est pas de cet avis : il prétend que l'origine de *Castri-Locus* doit être rapportée aux Francs plutôt qu'aux Romains. Je crois qu'il se trompe; car cette dénomination, qui paraît désigner bien clairement le lieu où fut placé un camp, donne un grand fondement à l'opinion de Vinchant, de Miræus et de Boucher, sur-tout si l'on considère qu'on ne voit pas dans quelle autre occasion ni par quelle autre raison on aurait donné ce nom à cet endroit. La position de ce fameux camp donne d'ailleurs à la conjecture tirée de cette étymologie, toute l'apparence d'une certitude; car cet endroit étant situé sur une grande voie militaire, qui y passait en venant de Bavai (et elle y passe encore actuellement), offrait aux Romains une situation où il est très-possible qu'ils aient formé un camp.

César, qui avait son quartier général à *Samarobriva* ou, selon Ptolomée, *Samarobriga*, nom qui, défiguré par les Romains, signifiait en langue belge, *pont sur la Somme,* aujourd'hui *Amiens,* ayant appris le pressant danger où se trouvait Cicéron, envoya à Crassus qui commandait la légion placée dans le pays des Bellovaques, aux environs de Beauvais, l'ordre de venir le joindre sur l'heure, et à Fabius, qui commandait celle qui était stationnée dans celui des Morins, aux environs de Térouanne ou de Boulogne, de venir le rencontrer sur les limites du pays des Atrébates. Crassus arriva à Amiens à la quatrième heure du jour, et César, après lui avoir laissé le commandement de la légion destinée à la garde de cette place importante, partit au même instant; et ayant rencontré Fabius au moment fixé et au lieu indiqué, il prit lui-même le commandement de son corps, qui montait à peine à sept

mille hommes, à la tête desquels il arriva par une marche forcée dans le pays des Nerviens. En s'approchant de l'endroit où Cicéron était assiégé, il découvrit les ennemis de l'autre côté d'une vallée terminée par un ruisseau. Mais quelle est cette vallée? quel est ce ruisseau? Desroches fait arriver César par le grand chemin, où depuis fut construite la chaussée romaine qui passe par Enghien. Il s'arrêta au village de Wambeek, d'où il aperçut dans le lointain un vallon, à gauche duquel est une forêt, qui est celle de Liedekerke, et au bout, un ruisseau, qui est celui de Belle. Il faut convenir qu'ici tout se trouve et tout s'explique. Mais si l'on veut le faire venir sur Mons, il faut le faire passer par l'endroit où, dans la suite, fut bâtie la ville de Valenciennes, et c'est dans ces environs qu'il aura rencontré la vallée; mais où est le ruisseau? c'est l'Escaut, qui, dans cet endroit était si petit, que César, qui ne connaissait pas ce grand fleuve, put bien prendre pour un ruisseau; car ce n'est que depuis qu'il a été rendu navigable. César défit les Nerviens dans cette vallée le matin, et le soir il arriva au camp de Cicéron; et soit qu'on place cette vallée dans les environs de Valenciennes, pour venir à Mons, soit qu'on la suppose dans le voisinage de Wambeek, pour venir à Assche, c'est toujours une journée de marche, plus forte à la vérité par la première route que par l'autre.

Tout est donc encore à-peu-près égal, et il serait bien difficile de se décider pour un endroit plutôt que pour l'autre, parce que des deux côtés les distances sont ou trop courtes, ou trop longues pour faire un compte juste. Je crois cependant trouver dans un endroit de César un passage qui pourrait fort bien aider à décider la question. La légion de Labiénus

était placée dans le pays des Rémois, sur la lisière des Tréviriens, *in Remis in confinio Treverorum.* Cette expression détermine assez exactement le lieu où était cette légion; car la Meuse sépare les Rémois et les Tréviriens. Puisque ce camp était sur la lisière des Tréviriens, il était donc sur la Meuse. Les Rémois commençaient à-peu-près à l'endroit où est Revin sur cette rivière. C'est donc un peu plus haut que cet endroit que devait être placé le camp de Labiénus, conséquemment entre Revin et Charlemont. Or, César dit qu'il y avait du camp de Labiénus à celui de Cicéron 50,000 pas. *Cum ab hibernis Ciceronis millia passuum L abesset* (Labiénus). *Lib.* 5, *cap.* 53. Or, d'Assche à Revin, on doit compter plus de 60,000 pas, et de Mons, on ne peut en compter que 50,000. Je crois donc pouvoir m'appuyer de ce calcul seul pour trancher la difficulté, et dire que le camp de Cicéron était placé à Mons.

§ III.

Quel est, dans la géographie moderne, l'endroit correspondant à la ville ou forteresse appelée par César opidum Atuaticorum, *où ce conquérant força les Atuatiques, qui s'y étaient retirés au nombre de* 57,000 ?

Après la défaite des Nerviens, les Atuatiques, qui avaient marché à leurs secours, retournèrent sur leurs pas, et sentant qu'ils étaient trop faibles pour résister à un ennemi si puissant, que sa victoire rendait plus furieux et plus terrible, ils se jetèrent dans une de leurs forteresses (car ils en avaient plusieurs), très-bien défendue par la nature. Cette place, bordée de rochers très-élevés et très-escarpés, n'était accessible

que par une petite plaine, large de deux cents pas environ. La plupart des historiens et des géographes s'accordent à placer cette forteresse à l'endroit où depuis a été bâti le château de Namur, et le père de Marne dit qu'il est constant que la situation de ce château est exactement conforme à l'idée que César donne de la forteresse des Atuatiques. Ce sont mêmes rochers, mêmes précipices, même plaine par où l'on peut aborder. En un mot, ajoute cet historien, il semble que César, en décrivant cette forteresse, avait devant les yeux la montagne où a été construit le château de Namur. Cependant, quels que soient ces traits de ressemblance, il déclare qu'il ne peut se persuader qu'elle ait été placée dans cet endroit. Est-il à présumer, dit-il, que dans la description que César nous a donnée de la forteresse des Atuatiques, il eût oublié de faire mention des deux rivières qui, dans le système de de Marne, devaient entourer presque entièrement la forteresse ? Le dernier historien de Namur Galliot, avec qui, dans ma jeunesse, j'ai souvent eu des conférences sur l'histoire de cette province, appuyait cette objection de son prédécesseur. Je lui répondais dès lors qu'un général, qui, comme César, écrit l'histoire de ses campagnes, n'est pas obligé de donner une description minutieuse des lieux qu'il a parcourus, et qu'il ne doit insister sur une circonstance topographique que quand elle a pu exercer une influence particulière sur son expédition. Or si, comme il le paraît dans celle-ci, cette circonstance, je veux dire, le confluent des deux rivières, n'a pu ni arrêter ni gêner son opération, pourquoi en aurait-il parlé ? César a entrepris plus d'une expédition sur la Dyle, sur la Lys, sur la Senne, sur l'Ourte ; il a passé et repassé plus d'une fois ces rivières ; en a-t-il parlé ? il ne les cite pas même. Voilà ce que je répondais, et je ne pus qu'être très-satisfait quand je vis

le savant historien Desroches avancer à-peu-près les mêmes raisons pour réfuter cette objection. Néanmoins, après y avoir plus profondément réfléchi, je revins à l'opinion des deux modernes historiens de Namur. Je conçois en effet que, dans une circonstance indifférente, un général peut fort aisément oublier ou négliger de parler d'une rivière qu'il n'a fait que voir ou traverser; mais si c'était à l'endroit où est situé Namur, qu'eût été placée la forteresse où César attaqua les Atuatiques, les deux rivières qui entouraient presque entièrement cette grande montagne, ne pouvaient lui être indifférentes; et si même elles n'avaient pas contribué à faciliter son expédition, ou à la géner, n'est-il pas probable qu'après avoir décrit les précipices et les rochers escarpés qui environnent la place, et la pente douce qui les approche, il aurait fait entrer les deux rivières dans la description qu'il trace de cette forteresse, ne fût-ce peut-être que pour donner plus d'importance et d'intérêt à son expédition, ou plus de grâce à son récit? Car César en général aime assez d'orner ses petits tableaux des traits que lui fournissent les endroits où il s'arrête; et celui-ci, certes, n'eût pas été un des moins pittoresques qu'il eût pu saisir. On sait en effet que des hauteurs qui dominent Namur, la Meuse qui s'avance comme d'un long enfoncement, avec majesté et rapidité tout à la fois pour venir allier ses flots à ceux de la Sambre aux pieds de ces montagnes, présente un spectacle fort imposant.

Mais je reviens à l'expédition même. César avait élevé autour de la place un retranchement de 15,000 pas pour empêcher les sorties fréquentes et les escarmouches réitérées par lesquelles les habitans harcelaient et fatiguaient les Romains. Or, les deux rivières n'auraient-elles pas servi d'une excellente

contrevallation pour la plus grande partie de l'espace qu'il fallait couvrir : il n'aurait resté qu'un petit intervalle de l'endroit dit *la Pairelle,* sur la Meuse, au lieu nommé *les Balances,* sur la Sambre, et un retranchement de 1500 pas d'un point à l'autre eût suffi pour achever d'entourer la place. Il paraît donc que de toutes les manières, le silence de César sur ces deux rivières est une forte objection contre la situation que l'on donne communément à la forteresse des Atuatiques.

Toute cette nation, tant hommes que femmes et enfans avec leurs bestiaux, étaient renfermés dans cette forteresse, au nombre de 57,000. Or, je le demande, dit le père de Marne, le château de Namur est-il d'une étendue à pouvoir contenir cette quantité de monde et de bestiaux ? Le savant géographe d'Anville a partagé le sentiment de l'historien, et il prétend démontrer l'impossibilité de renfermer tout le monde dans cette enceinte, puisque, selon son calcul, elle ne comportait que 300 toises de long sur 100 de large. Mais l'illustre géographe, qui ne connaissait pas par lui-même les localités, n'a considéré que le rocher sur lequel la citadelle a d'abord été construite, et il n'a pas réfléchi, ou plutôt il ne l'a pas su, parce qu'il ne l'avait pas vu, que ce rocher communique avec d'autres rochers très-élevés, que César distingue si clairement. Or, tous ces rochers réunis présentent une étendue de plus de 1000 toises de long sur plus de 800 de large, et cet espace était certainement plus que suffisant pour contenir les 57,000 individus qui s'y réfugièrent. Une réflexion bien simple (et ce sont souvent les plus simples qui échappent) détruit cette grande objection, qui, au premier abord, peut donner de l'embarras. Faut-il donc, puisqu'on croit que

l'*opidum Atuaticorum* correspond au château de Namur, que l'enceinte de l'un et de l'autre soient précisément la même, comme si l'on avait rebâti l'un sur l'autre dans les mêmes dimensions et les mêmes bornes, comme ont fait de Marne et d'Anville, qui ont supposé qu'il fallait borner l'endroit qui avait servi d'asyle aux Atuatiques, au rocher sur lequel a été bâti l'ancien château ou donjon qui existait sous les anciens comtes ? Mais il ne faut pas s'y tromper : ce n'est pas dans ce qu'on appelle rigoureusement le château de Namur, que les Atuatiques se sont retirés; c'est dans la forteresse, *in opidum*. Or, cette forteresse ou ville pouvait être très-étendue; car les Belges, comme les Germains, leurs ancêtres, n'avaient pas de villes proprement dites, mais des assemblages de maisons, qui ne tenaient et ne touchaient pas les unes aux autres, mais étaient séparées et éloignées par un long espace de terrain. Ces demeures s'appelaient *vici*, selon Tacite, et les édifices qui les formaient, n'avaient ni cohérences ni communications. Si maintenant l'on peut dire que la forteresse des Atuatiques comprenait non-seulement l'enceinte du château, mais encore la prolongation des rochers contigus au château, l'objection de de Marne est réfutée; car si la construction, ou plutôt l'emplacement des maisons ne lui en donnait pas la forme, l'espace du terrain lui en donnait l'étendue; et si enfin ce n'était pas une ville, c'était une enceinte fermée qui pouvait contenir une immense population. Mais de Marne prétend que par *opidum* on ne peut pas entendre une si vaste enceinte; car *opidum*, selon lui, n'emporte pas l'idée d'une ville. C'étaient, dit-il, des retraites au milieu des forêts, munies de retranchemens et de fossés, ou défendues par des bois fourrés. Les Bretons, à la vérité, donnaient ce sens au mot *opidum*, selon César même. *Opidum Britanni vocant*

cum silvas impeditas vallo et fossâ munierunt, quò incursionis vitandæ causâ convenire consueverunt. Lib. 5, cap. De Marne veut absolument appliquer cette définition à la demeure des Atuatiques. Mais il se trompe, je pense, en restreignant la signification du mot *opidum* au sens que lui donnent les Bretons. *Opidum* se disait de toutes les villes, excepté de Rome, qui fut la première appelée *urbs ;* ce n'est que dans la suite qu'on a appelé les autres villes *urbes.* Mais enfin ces deux mots devinrent synonymes; ils l'étaient du temps de Cicéron, qui dit : *Ejusmodi conjunctionem tectorum opidum vel urbem appellant.* Le mot ne fait donc rien ici à la chose ; car on peut supposer à une enceinte appelée *opidum* l'étendue qu'on veut comme à *urbs.* Ainsi l'emplacement où l'on peut conjecturer qu'était situé l'*opidum Atuaticorum,* a pu présenter assez d'étendue pour y placer les 57,000 Atuatiques. Cette seconde objection de de Marne, tirée de l'étendue de la forteresse est donc bien moins concluante que la première, tirée du silence de César sur les deux rivières.

La question reste donc toujours indécise. De Marne et d'Anville, tout en convenant que d'après la description de César, il n'est pas possible de trouver une situation qui offre une ressemblance plus frappante, ne peuvent cependant se déterminer à y placer la fameuse forteresse. Mais où enfin la placeront-ils? D'Anville est tenté de reconnaître dans la ville des Atuatiques le village de Fallaix, sur la Mehagne, dont il est presque entouré. Je n'examinerai pas cette opinion, parce qu'elle me parait si peu fondée, que je ne pense pas que, quelque respect que méritent les opinions de d'Anville, celle-ci vaille la discussion. Il ne la donne aussi que comme une conjecture. De Marne n'a pas d'opinion plus fondée. Quel est

donc, demande-t-il, l'endroit où les Atuatiques se retirèrent? Il répond ingénuement qu'il l'ignore, et il ajoute qu'on ne peut le déterminer qu'en conjecturant. C'est dans les environs de Tongres qu'il le place enfin, en convenant néanmoins que la situation moderne de Tongres ressemble peu à la description que César a faite de la forteresse des Atuatiques, et il suppose, selon l'opinion commune, que Tongres correspond à la forteresse désignée au 5e livre de César, sous la dénomination d'*Atuatica*. Mais cette opinion est-elle bien fondée? car enfin des historiens et des géographes respectables, tels que Wendelin et Foullon, lisent *Vatuca*, et placent cette forteresse à *Wittem*, entre Maestricht et Aix-la-Chapelle. L'édition de Robert Etienne de 1544 porte sur la foi des anciens manuscrits, *ad Varutam*. Ce serait donc encore une autre situation. Je tâcherai d'ailleurs de démontrer dans le paragraphe suivant, que de quelque manière qu'on lise ce mot dans César, il n'est pas possible d'admettre le système de de Marne. Celui des écrivains qui ont placé la forteresse en question à Anvers ou à Bois-le-Duc, est bien moins soutenable encore; il est si peu vraisemblable, qu'on peut dire qu'il est ridicule.

Je crois donc devoir m'arrêter à la position de Namur, non du château, mais des environs, qui présentent le même aspect que le château, mêmes rochers, mêmes montagnes, telles enfin que César les décrit; et son silence sur la Sambre et la Meuse, qui déconcerte ceux qui voudraient, pour toutes les autres raisons, pouvoir placer la forteresse *atuaticienne* à Namur, ne peut plus faire de difficulté, puisque ces deux rivières, étant plus éloignées de l'endroit, ne devaient plus occuper

César, qui ne pouvait en tirer aucun parti pour son expédition. C'est pourquoi il n'en aura point parlé.

J'en reviens donc à l'opinion de mon compatriote Galliot, dernier historien de Namur, avec lequel j'ai eu autrefois plus d'une discussion sur ce point de notre histoire. Je ne pouvais me décider; mais j'hésitais. Cependant après avoir fait avec une nouvelle attention l'inspection de tout le terrain, je me suis convaincu, autant qu'on peut l'être dans un sujet aussi obscur, que c'est bien là, c'est-à-dire, dans les environs de Namur, l'emplacement de la fameuse forteresse. J'y trouve une situation tout-à-fait semblable à cette description de César, qui avait fait penser au plus grand nombre que c'était l'emplacement du château de Namur, et la Sambre et la Meuse ne me gênent plus. Je vais développer le plan tel que je l'avais tracé avec l'historien dont je viens de parler.

Aux environs de Namur, s'élève une montagne, nommée *Hastédon,* dont la situation, les rochers et l'avenue ont avec la description de César une ressemblance aussi juste que la position du château. En suivant à gauche le tour de cette montagne par les fonds dits de *Heuvi*, *St.-Servais*, *Beau-Vallon* et *St.-Marc*, et à droite, par ceux d'*Arquet*, on ne voit qu'une continuation de rochers et de précipices qui bordent la montagne, et qui se terminant des deux côtés à l'endroit dit *les communes de Vedrin*, se rejoignent tellement qu'ils ne laissent qu'une seule avenue à une vaste plaine qui contient toute la juridiction de *Bernacomines*. Ceux qui connaissent cette montagne, son étendue, les rochers qui en forment le contour, comprendront aisément que cette ligne devait nécessairement passer par l'endroit nommé *la campagne de St*-

Marc et *le bois de Friset*, et, en revenant sur Namur, par le petit *bois de Champion*, et que conséquemment cette ligne pouvait avoir au moins 15,000 pas de circuit, qui formaient la ligne de circonvallation de César. Ce plan est appuyé par d'autres circonstances, qui concourent, j'ose le dire, à en convertir la supposition en réalité. Dans la campagne de St.-Marc on a découvert vers le milieu du siècle dernier, un tombeau construit en pierres de taille, dans lequel étaient renfermés un casque, un bouclier, des armes, des ossemens, qui annonçaient que ce devait être un tombeau romain. Dans les fouilles qu'on a faites à-peu-près dans le même temps au *Beau-Vallon* pour creuser les fondemens des papeteries qu'on y a établies, on a trouvé bien avant dans la terre une quantité d'armes anciennes, casques, boucliers, coutelas, fers, javelots, flèches et autres espèces qui étaient en usage chez les Gaulois et les Belges.

Galliot ajoute à toutes ces circonstances une preuve qu'il tire de l'étymologie du mot *Hastédon*, qui, d'après les vieux chroniqueurs namurois, vient de *hastæ donum*, parce que César avait obligé les Atuatiques de rendre les armes dans cet endroit. Mais cette étymologie paraît fausse comme tant d'autres, et ne peut conséquemment fournir une preuve. Ce mot *Hastédon* est celtique, et signifie *métairie sur une éminence.* Cette dénomination est tout-à-fait conforme à la localité.

§ IV.

Quel est l'endroit appelé dans la plupart des éditions des Commentaires, Atuatuca, *au* 6e *livre, chapitre* 32?

C'est, dit César, un petit château, situé au milieu du pays des Eburons. *Id castelli nomen est. Hoc fere est in mediis Eburonum finibus.* Cluvier pense, et assure même, selon sa coutume, qu'il avait été bâti par les Atuatiques pour contenir les Eburons dans la soumission. *Atuatica,* dit-il, *Eburonum olim castellum, princeps postea fuit Tungorum urbs. Nomen haud dubiè habet ab Atuaticis, qui gentem hanc victam ut faciliùs in obsequio continerent, castellum istud condiderunt.* Ce que Cluvier avance ici comme une chose indubitable, n'est, ce me semble, qu'une conjecture, qui ne peut être fondée que sur une ressemblance de nom. Mais pourquoi cette ressemblance? car enfin elle doit avoir un fondement, et le plus probable est celui que lui donne Cluvier; et ce qui y ajoute plus de poids, c'est qu'à l'arrivée de César dans ce pays, les Eburons payaient aux Atuatiques un tribut, dont César les affranchit. *Quod Cæsaris operâ*, dit le roi des Eburons Ambiorix, *stipendio liberatus esset quod Atuaticis finitimis suis solvere consuesset. Lib.* 5, *cap.* 27. C'est d'après cela que Cluvier suppose, non sans quelque apparence de raison, que la forteresse ou ville d'*Atuatuca*, avait été cédée aux Eburons à charge d'un tribut annuel. Tout ce système de Cluvier n'est donc fondé que sur la supposition où le nom de cette forteresse soit réellement *Atuatuca,* comme le porte le très-grand nombre des éditions des Commentaires. Sous Auguste, les Tongrois ont succédé aux Eburons, ou les Eburons

ont pris le nom de *Tongri.* La ville appelée *Atuatuca,* qui, du temps de César, était de la dépendance des Eburons, était donc sous Auguste et ses successeurs, du domaine des Tongrois, et c'est à cette époque qu'elle prit le nom de *Tongri,* ou *Atuatuca Tongrorum,* selon l'usage de ce temps, où les villes abandonnant leurs anciens noms, prenaient simplement celui du peuple, ou l'ajoutaient au génitif, à leur nom primitif, comme *Remi,* ou *Durocortorum Remorum*, Reims, *Parisii,* ou *Lutetia Parisiorum,* Paris, etc.

C'est à cet endroit *Atuatuca* que de Marne voudrait fixer la forteresse où César força les Atuatiques. Il convient cependant que la situation moderne de Tongres ressemble peu à la description que César a faite de cette forteresse. Mais les changemens que cette ville et ses environs ont éprouvé pendant tant de siècles par les grands travaux qu'on y a pratiqués, soit par des défrichemens, soit par des constructions, ont pu, selon cet historien, en changer la face. Mais ils n'auront pas changé la nature et la forme du terrain, et l'on y retrouvera sans doute encore quelques traces de l'aspect qu'elle avait au temps de César. Or de Marne même convient qu'elle n'en présente pas : aussi répète-t-il qu'il ne donne cette idée que comme une conjecture. Pourquoi donc y place-t-il la forteresse en question? Parce que ne croyant pas pouvoir l'indiquer à l'endroit où est Namur, il fallait bien qu'il la placât quelque part, et il ne trouvait pas d'endroit, qui, sinon par rapport à la situation, du moins par rapport au nom, s'y prêtât d'une manière plus vraisemblable, ou du moins plus commode. Mais il n'est pas moins vrai de dire que ce sera toujours une étrange méprise, ou plutôt une singulière licence de placer cette forteresse à un autre endroit que celui que César

indique. Il distingue en effet les deux endroits si clairement, qu'on ne peut, ce me semble, s'y méprendre. Le pays des Atuatiques était garni de plusieurs villes et forts. Dans ce nombre, il s'en trouvait une, *opidum*, qui était très-bien fortifiée par la nature, et c'est dans celle-là qu'ils se retirent à l'approche de César, vainqueur des Nerviens. Cela me paraît très-clair. Le pays des Eburons, au contraire, n'avait qu'un fort, *castellum*, où, dans son expédition contre les Eburons pendant la cinquième campagne, César plaça un camp pour y déposer ses bagages. *Impedimenta omnium legionum Atuatucam contulit. Id* castelli *nomen est. Lib.* 6, *cap.* 32 *sup. cit.* Voilà donc déjà, pour le dire en passant, une grande différence dans la dénomination des deux endroits : *opidum* est une ville ; *castellum*, un fort, un petit fort, et de Marne tombe ici dans une contradiction causée sans doute par une inadvertance. Si c'est dans ce dernier endroit, à *Atuatuca*, petit fort, qu'il faut placer la forteresse, c'est-à-dire, à Tongres, comme il le voudrait, comment donc y placera-t-il les 57,000 Atuatiques, qu'il ne sait déjà placer dans le lieu où ils s'étaient retirés, qui était une ville, *opidum?* car c'est une des principales raisons pour lesquelles il ne peut se résoudre à reconnaître la situation de Namur dans la ville des Atuatiques.

D'ailleurs, en adoptant le système forcé de de Marne, on bouleverserait toute l'expédition de César, qu'il est si facile de suivre dans les différentes campagnes qui la partagent. C'est dans la première qu'il défait les Nerviens. Les Atuatiques, qui venaient à leur secours, apprenant qu'ils sont battus, se retirent dans la forteresse la plus sûre et la plus voisine, et y attendent le vainqueur. Pourquoi donc auraient-ils été s'enfoncer dans le pays des Eburons pour s'y réfugier

dans un petit fort, où ils n'auraient pu faire qu'une bien faible et bien courte résistance? Ce n'est que dans sa cinquième campagne que César attaque les Eburons; c'est dans celle-là qu'après avoir partagé son armée en trois corps, il laisse les bagages avec une légion et deux cents chevaux dans le camp d'*Atuatuca*, sous les ordres de Cicéron. *Loco cit.* Si l'on voulait régler l'expédition de ce conquérant suivant la tactique du père de Marne, il faudrait qu'après avoir battu les Nerviens sur la Sambre, il interrompît brusquement sa marche pour courir dans le pays des Eburons, et y assiéger les Atuatiques dans *Atuatuca*, Tongres : il devrait alors abandonner ce plan, et venir soumettre les Morins. Tout cela paraît bien bizarre, et cependant, c'est ce qu'il faudrait admettre, si l'on voulait adopter l'opinion de de Marne.

Dans toute cette discussion, je n'ai encore raisonné que dans la supposition où *Atuatuca* serait la véritable leçon de César. Mais si c'est par corruption du texte que ce nom d'*Atuatuca* s'est glissé dans les différentes éditions, et qu'il faille y substituer un autre nom, tout le système croule, et Tongres disparaît. Or Wendelin et Foullon, au lieu d'*Atuatuca*, lisent *Vatuca*, et supposent qu'il faut placer cette forteresse à *Wittem*, ou enfin aux environs, entre Maestricht et Aix-la-Chapelle (1). Deux motifs pourraient justifier cette conjecture. La plus grande partie des Eburons demeuraient entre le Rhin et la Meuse, et les Sicambres n'en étaient séparés que

---

(1) *Vatuca trans Mosam fuisse debuit quantùm ex locorum positu et Cæsaris narratione intelligitur. Commodè à quibusdam ponitur Trajectum inter et Aquas granias, ubi nunc est* Vittemia. Foull. Hist. Leod. comp. pag. 4.

par le Rhin. Or quand ces derniers eurent envoyé un corps contre les Eburons, ce corps passa le Rhin un peu en-dessous de l'endroit où est situé Cologne ; et quand ils se furent avancés dans les terres des Eburons, ils apprirent par un prisonnier de cette nation, qu'en trois heures, ils pourraient arriver à *Atuatuca. Lib.* 6, *cap.* 35. Or pour arriver à l'endroit où est Tongres, il fallait passer la Meuse, et César ne dit pas qu'ils l'aient passée. Doit-on présumer d'ailleurs que ce corps de Sicambres, qui n'était que de deux mille, se serait enfoncé aussi imprudemment dans un pays aussi étranger, laissant derrière eux un fleuve qui leur aurait coupé la retraite? Ces raisons paraissent bien propres à donner à cette opinion une grande apparence de vérité : elles prouvent du moins, à mon avis, que la situation de ce camp était en deçà de la Meuse, respectivement au Rhin, et c'est, à mes yeux, le point décisif.

Telles étaient les diverses opinions des historiens et des géographes, quand récemment un savant Hollandais, M. Bruining, *Res Belgicæ, Batavicæ, Frisicæ, etc., Lugd. Batav.*, 1818, a avancé une opinion nouvelle, ou plutôt en a renouvelé une ancienne; car elle n'est nouvelle que parce qu'elle n'est pas connue, et ce n'est peut-être pas la moins fondée. Ce savant prétend donc que la forteresse désignée sous les noms d'*Atuacutum Tongrorum*, *Aduaca* et *Atuaca*, n'est pas Tongres, et il le prouve, parce que la distance de *Geminiacum*, Gembloux, à *Atuaca*, est plus grande qu'elle ne l'est de Gembloux à Tongres. Cependant tous les géographes ont confondu *Atuaca* avec Tongres, parce qu'on a ajouté au nom de la forteresse la dénomination de *Tongrorum*. Mais ce n'est pas, selon M. Bruining, une raison pour en conclure que l'ancienne *Atuaca* est la Tongres moderne. Les anciens géographes ont pu lui donner cette dénomination

34

de *Tongrorum*, parce que, de leur temps, les *Tongri* s'étendaient jusqu'au point où était cette forteresse d'*Atuaca,* qui au jugement de M. Bruining, est la ville qu'Ammien Marcellin appelle *Obtricense opidum,* dans laquelle le savant Hollandais reconnaît avec plusieurs géographes la ville de Maestricht. Cette ville serait-t-elle donc l'*Atuacutum* de Ptolomée? Non, sans doute, puisque la distance est encore plus grande de Gembloux à Maestricht qu'à Tongres. L'endroit désigné par Ptolomée, l'itinéraire et la table, ne serait donc pas celui dont parle César, situé au milieu du pays des Eburons, et ce ne serait qu'une erreur qui proviendrait d'une ressemblance ou identité de nom; car, comme l'observe Wendelin, ce nom a été commun à plusieurs forteresses; mais il a subi plusieurs altérations. On voit en effet qu'il a été tout-à-fait défiguré de différentes manières dans les monumens géographiques postérieurs à César; c'est *Atuacutum Tongrorum* dans Ptolomée, *Aduaca* dans l'itinéraire, *Atuaca* dans la carte. Tous ces mots sont donc corrompus; et il peut fort bien l'être dans les Commentaires. C'est ce que pense M. Bruining, qui prétend qu'il faut suivre la leçon de Robert Estienne, qui, dans son édition de 1544, a imprimé sur la foi des anciens manuscrits *ad Varutam.* C'est l'ancien nom de l'Ourte, selon cet auteur. Je ne me rappelle pas d'avoir vu ce mot dans aucun auteur ancien pour désigner l'Ourte. C'est M. Bruining qui me l'apprend. Ce serait donc d'après cela un château situé sur cette rivière, dont elle aurait pris le nom; mais en quel endroit précisément? C'est ce qu'on nous laisse ignorer.

Le savant abbé de Feller, qui, à mes yeux, est une grande autorité dans ces matières, avance une autre opinion : il n'hésite pas de dire que cet endroit est *Waroux* ou *Varoux,* vil-

lage à une lieue de Liége, et que c'est par erreur que dans la plupart des éditions de César, on lit *Vatuca* ou *Adtuatuca*. Il fait aussi mention de l'édition de Robert Estienne de 1544, qui porte *ad Varutam;* mais il ajoute que dans les exemplaires anciens, on lit *Varuca;* et en effet, Hubert Thomas de Liége dit que dans un manuscrit qu'il avait vu, on lisait *ad Varucam*, et il ajoute : *Est Varuca etiam nunc ejus nominis castellum, haud amplius dimidio milliari germanico ab urbe Leodio distans.* Ainsi voilà l'opinion de Feller appuyée par une autre autorité, et celle-ci pourrait, sous plus d'un rapport, paraître la mieux fondée. La ressemblance entre l'ancien nom *Varuca* et le nom moderne *Varoux* lui donne une grande probabilité, et la situation de cet endroit à une lieue de Liége lui donne un nouveau poids, puisqu'elle répond à celle de l'endroit cité par César. C'est en effet, à-peu-près là, *ferè,* qu'on peut placer le milieu du pays des Eburons, en le prenant dans sa longueur (1).

Voilà donc le nom de cette forteresse présenté de quatre manières *Atuatuca, Vatuca, Varuta* et *Varuca*. Mais les anciens manuscrits, les anciens exemplaires, qui présentent les deux dernières leçons, méritent-ils plus de confiance les uns que les autres? Souvent les copistes ont ainsi altéré les noms pour les adapter au système qu'ils voulaient établir. Celui qui n'a voulu reconnaître cette forteresse ni dans *Tongres,* ni dans *Wittem,* a rejeté *Atuatuca* et *Vatuca,* et y a substitué *Varuta,* parce qu'il a cru que l'emplacement sur l'Ourte

(1) Le village de Waroux est célèbre dans l'histoire de Liége, par les guerres entre les seigneurs de ce village et ceux d'Awans, qui ont commencé en 1298, et ont duré 38 ans.

était plus probable. Celui, au contraire, qui n'a pas cru devoir adopter cette position, l'a cherchée ailleurs, et a pensé la trouver dans le village de *Waroux* ou *Varoux;* et pour l'y placer plus commodément, il a remplacé *Varuta* par *Varuca,* afin que cette ressemblance de nom donnât plus de probabilité à son systême. Mais enfin tous ces changemens, toutes ces substitutions sont aussi hazardées qu'arbitraires. Ce n'est donc pas sur des preuves de cette espèce qu'on peut établir un raisonnement dans une matière aussi controversée. Le point principal d'où me paraît dépendre la décision de toute la difficulté, est celui que j'ai déjà indiqué, savoir, si, en venant du Rhin, comme ont fait les Sicambres, la forteresse en question était en deça ou au-delà de la Meuse. Je pense qu'elle était en deça (1), et je m'appuie sur la raison que j'ai déjà avancée en parlant de l'arrivée des Sicambres dans le pays des Eburons, je veux dire qu'ils n'ont pas passé la Meuse; et pour fortifier de plus en plus cette opinion, j'ajoute que César, après avoir donné la description très-détaillée du combat qui s'engagea entre les barbares et les Romains, dit simplement que les Sicambres, désespérant de pouvoir se rendre maître du camp des Romains, prirent le parti d'aller reprendre le butin qu'ils avaient caché dans les forêts, et repassèrent le Rhin, *trans Rhenum sese receperunt.*

---

(1) Quand je dis en deça, *cis,* on pourrait croire au premier abord que je suis en contradiction avec Foullon, dans le passage cité ci-dessus (n. 1 p. 256), puisqu'il dit *trans,* au-delà. Cette différence provient de ce que Foullon indique la position en venant de Liége (dont la plus grande partie est sur la rive gauche de la Meuse), et moi, en partant du Rhin. Ainsi nous sommes d'accord.

Lib. 5, *cap.* 41. S'ils avaient dû repasser la Meuse, pourquoi César n'aurait-il parlé que du Rhin? Ce dernier trait me semble décisif pour démontrer le point essentiel que j'ai voulu établir. Il ne s'agit donc plus de *Tongres, Atuatuca,* ni de *Waroux*, *Varuca,* qui, l'un et l'autre, sont au-delà de la Meuse: il faut conséquemment se décider pour *Vatuca* ou *Varuta*. Pour adopter l'un ou l'autre, il ne faut plus maintenant que s'arrêter à un autre point. Je m'explique. Le fort était situé presqu'au milieu du pays des Eburons. Si on le place sur l'Ourte, qui se jette dans la Meuse à Liége, il ne sera guère possible de le supposer dans le milieu du pays, et encore, quel emplacement lui assignera-t-on avec quelque vraisemblance? On n'en indique pas. Ce serait, dit-on tout simplement, une forteresse située sur l'Ourte, *ad Varutam,* si toutefois encore, *Varuta* est bien l'Ourte.

Il ne reste donc que *Vatuca,* qui serait Wittem, village entre Maestricht et Aix-la-Chapelle, à deux lieues, un quart, de cette dernière ville, et qui serait à-peu-près, *ferè,* au milieu des Eburons, en le prenant dans sa largeur. Voilà donc le fait prouvé par la *situation*.

Suivons maintenant la marche des Sicambres. C'est un peu au-dessus de Cologne qu'ils passent le Rhin (1); ils s'arrêtent

(1) Pour bien comprendre ce point, il est nécessaire de rappeler les détails suivans. César a fait construire deux ponts sur le Rhin, le premier dans la 3e campagne *(Comment., lib.* 4, *c.* 17). Ce pont fut bâti entre Bonn et Andernach, comme l'avance Desroches, Hist. anc., tome 2, p. 97. Le second fut construit dans la 5e campagne (*Comment.*, *lib.* 6, *c.* 9), un peu au-dessus de l'endroit où il avait passé le Rhin deux ans auparavant, *paulò supra eum locum quo antea exercitum transduxerat.* Les vestiges de ce se-

dabord sur les premieres limites des Eburons, *primòs Eburonum fines adeunt:* la crainte les y retient probablement; ils s'avancent cependant, et ils enlèvent une grande quantité de bétail, dont ils sont très-avides. Alléchés par l'espoir d'augmenter leur proie, ils s'enfuient plus avant dans le pays, *longiùs procedunt :* rien ne les arrête, ni les marais, ni les forêts qu'ils rencontrent, habitués qu'ils sont à la guerre et au brigandage. Ils étaient donc déjà bien avancés. De l'endroit où ils avaient passé le Rhin, jusqu'à Aix-la-Chapelle, on peut compter 13 à 14 lieues, et l'on peut très-raisonnablement supposer qu'ils s'étaient avancés à 12 lieues dans l'intérieur du pays depuis leur départ. Ils n'étaient donc pas éloignés de l'endroit où est Aix-la-Chapelle. Or de cette ville au village de Wittem, il y a deux lieues et un quart. Il ne leur restait donc guère que trois lieues à-peu-près pour arriver au camp

---

cond pont ont été retrouvés en 1744 dans un lieu nommé *Engers*, entre Andernach et Coblentz, et le baron Philippe de Reiffenberg en a donné la description dans un manuscrit, cité par Hontheim, *in Prodr. Hist. Trev.*, *tom.* 1, *p.* 209. César passa le fleuve sur ce pont, et entra dans le pays des Ubiens, pays qui correspond à celui de Cologne. Mais la crainte de manquer de vivres (*Comment.*, *lib.* 6, *c.* 29) l'ayant déterminé à ne pas s'engager plus avant, il rompit le pont dans la largeur de deux cents pieds, et fit élever du côté opposé une tour à quatre étages pour le défendre, afin d'entretenir dans l'esprit des barbares de la Germanie la crainte de le voir revenir dans leur pays. C'est à 30 milles plus bas que ce pont, que les Sicambres passèrent le Rhin (*Ibid.*, *c.* 35). Or il y a de Coblentz à Cologne 16 lieues, et à Andernach, 3. Il faut donc supposer que le pont entre Andernach et Coblentz était à 13 ou 14 lieues de Cologne, et 30 milles font 10 lieues, en évaluant (ce qui est plus juste) les trois milles à une lieue. C'est donc à trois ou quatre lieues au-dessus de Cologne que les Sicambres ont passé le Rhin.

romain, comme ils l'avaient appris du prisonnier éburon. Voilà donc le fait prouvé par la *distance*, comme il l'a été par la *situation*. Or ces deux circonstances sont les points, dont l'un venant à l'appui de l'autre, me paraissent propres à décider la question. J'en conclus donc que c'est à *Wittem* qu'on peut placer avec le plus de vraisemblance le camp dont il s'agit.

§ V.

L'Escaut se jetait-il dans la Meuse au temps de César?

Dans son expédition contre les Eburons, César, ayant laissé les bagages dans le camp d'*Atuatuca* ou *Vatuca* avec une légion et 200 chevaux, sous les ordres de Cicéron, envoya Labiénus avec trois légions sur les côtes de l'Océan qui touchent au pays des Ménapiens, et Trébonius, également avec trois légions, dans les cantons voisins des Atuatiques, et il marcha lui-même, à la tête des trois dernières légions, vers l'endroit où l'Escaut se jetait dans la Meuse. *Ipse* (Cæsar) *cum reliquis tribus ad flumen Scaldim, quod influit in Mosam, extremasque Arduennæ partes, ire constituit. Lib.* 6, *cap.* 33.

Les commentateurs de César ont décidé presqu'unanimement que César avait commis une grande faute de géographie, en avançant que l'Escaut se jetait dans la Meuse. Ce sont au contraire ces hardis commentateurs qui se trompent; car la Meuse, au temps de César, communiquait avec l'Escaut oriental par un lit différent de son lit actuel, ou, pour m'expliquer mieux, par un second bras. Cette jonction se fai-

sait aux environs de l'endroit où est actuellement la ville de Berg-op-Zoom, devant l'île de Tholen, ou peut-être un peu plus haut au voisinage de celui où est le fort de Lillo.

Je vais au reste expliquer la chose comme je la conçois, après avoir étudié et confronté les anciens pour tâcher de les accorder.

Le Rhin, dit Tacite, se sépare en deux fleuves, à l'entrée de l'île des Bataves, au point où a été bâti le fort de Schenck; l'un qui conserve son nom et sa rapidité, se précipite dans l'Océan; l'autre, plus large et plus tranquille, prenait le nom de Vahal, qui, ayant pris celui de Meuse, se jette dans l'Océan, par une immense embouchure. *Rhenus apud principium agri Batavi velut in duos amnes dividitur; servatque nomen et violentiam cursûs quà Germaniam prævehitur, donec Oceano misceatur; ad Gallicam ripam latior et placidior adfluens, verso cognomento Vahalem accolæ dicunt : mox id quoque vocabulum mutat Mosâ flumine, ejusque immenso ore eumdem in Oceanum effunditur. Ann. lib.* 2, *cap.* 6. C'est là le principal bras de la Meuse. Mais Ptolomée en désigne un second, qui est la branche occidentale, et qui, réunie à l'Escaut, se répliait vers le couchant et se rendait dans l'Océan, près de l'endroit où est la ville de l'Ecluse. Ce géographe ne donne à l'Escaut d'autre sortie que dans ce bras de la Meuse.

Pline, qui, conduisant l'Escaut depuis sa source jusqu'à l'Océan, en fait la séparation entre la Belgique Gauloise et la Belgique Germanique, donne à l'Escaut l'embouchure que Ptolomée attribue à la Meuse.

Si, au premier aspect, ces deux géographes paraissent être en contradiction, il est facile, ce me semble, de les accorder, Ptolomée, s'attachant à la Meuse, et Pline à l'Escaut, conduisent, le premier, la Meuse vers l'occident; le second, l'Escaut vers le Nord; l'un prétend que la Meuse se rend dans l'Escaut, et l'autre, que c'est au contraire l'Escaut qui se jette dans la Meuse; mais le fait est toujours que les deux fleuves se rencontraient au même point.

César était donc fondé à dire que l'Escaut coule dans la Meuse.

Les commentateurs et les historiens, qui n'avaient point assez approfondi ce point de géographie ancienne, ont cru devoir substituer la Sambre à l'Escaut *(Sabim* à *Scaldim),* parce qu'en effet la Sambre se jette dans la Meuse, et c'est tout ce qu'ils ont vu. C'est ainsi qu'en voulant, par une espèce de raffinement, rectifier une erreur prétendue, ils en ont commis une réelle et grossière.

Si ces raisons tirées de la nature de la chose, ne suffisaient pas pour maintenir le texte de César dans les termes que je l'ai cité, je crois qu'on pourrait le justifier par une raison politique qui se présente très-naturellement. Qu'eût été faire César dans les environs de la Sambre, qui étaient à-peu-près le pays des Atuatiques, puisqu'il avait envoyé dans ce voisinage, *ad eam regionem quœ Atuaticis adjacet,* Trébonius avec trois légions?

Si enfin, malgré ces raisons, il pouvait rester encore quelque doute, le texte de César l'aurait bientôt levé; car le meilleur moyen pour comprendre un auteur, est de l'expliquer par

35

lui-même, et souvent on y parvient, quand on se donne la peine de l'approfondir. Le texte de César explique donc assez qu'il veut parler du pays voisin de l'Escaut puisqu'après avoir dit : *ad flumen Scaldim quod in Mosam influit,* il ajoute immédiatement après : *extremasque Arduennæ partes.* Or d'après le calcul qui présente la longueur de cette forêt, c'est-à-dire, 500 milles romains, selon César, ou (ce qui revient au même) de 4000 stades olympiques, selon Strabon, l'extrêmité de cette immense forêt, ou de ce vaste espace de forêts continues, était précisément à cet endroit où le second lit de la Meuse faisait sa jonction avec l'Escaut, aux confins du Brabant.

MÉMOIRE

SUR CETTE QUESTION

A QUELLE ÉPOQUE LES COMTES ET LES DUCS SONT-ILS DEVENUS HÉRÉDITAIRES DANS LA BELGIQUE?

PAR M[R] DEWEZ.

LU A LA SÉANCE DU 3 NOVEMBRE 1821.

MÉMOIRE

SUR CETTE QUESTION :

A QUELLE ÉPOQUE LES COMTES ET LES DUCS SONT-ILS DEVENUS HÉRÉDITAIRES DANS LA BELGIQUE?

Les comtes, qui, dans leur première institution, étaient, selon leur véritable étymologie, les *compagnons* des rois, n'étaient proprement sous le gouvernement des Francs, que des officiers du prince. Les comtés appartenaient à la couronne, et les comtes n'en étaient que les gouverneurs au nom du souverain.

Les comtes étaient ordinairement subordonnés aux ducs, qui avaient régulièrement sous leur surveillance douze comtés. C'est Constantin qui créa cette dignité de duc, nom qui, dans l'origine, signifiait *général*. Dans la suite, on donna ce titre à l'officier qui commandait les troupes d'une province. Les ducs étaient donc en quelque sorte les gouverneurs des provinces, et les comtes, des villes. Mais, comme le dit Montes-

quieu, on n'a pas eu des idées justes, lorsqu'on a regardé les comtes comme des officiers de justice, et les ducs comme des officiers militaires. Les uns et les autres étaient également officiers militaires et civils. Tant que la puissance des rois Francs, confiée à des mains fermes, se maintint dans toute sa force, les châteaux, les seigneuries, les provinces se donnaient à des gouverneurs particuliers, non à perpétuité, mais seulement à vie, quelquefois même seulement pour un an. Les rois se réservaient même le droit de leur ôter ces gouvernemens selon leur bon plaisir, et l'histoire offre des exemples assez fréquens de ces sortes de destitutions.

Mais ces gouverneurs, profitant de la faiblesse et des embarras où les rois se trouvaient engagés soit par des guerres étrangères, soit par des troubles civils, prirent insensiblement un tel ascendant dans l'état, qu'ils se frayèrent la voie à l'indépendance, où ils parvinrent enfin dans les neuvième et dixième siècles. Louis-le-Débonnaire fut le premier qui, au rapport de l'historien de sa vie *(Thegan. de gest. Ludov. pii, c. 19)*, accorda à ses *leudes*, *fidèles*, ou sujets, *fidelibus suis,* la possession héréditaire des châteaux. Ces donations, qu'il revêtit de son sceau et de sa signature, furent comme le premier degré par lequel les seigneurs parvinrent à rendre leurs dignités et leurs titres héréditaires dans leurs maisons. *In tantum largus, ut antea nec in antiquis libris, nec in modernis temporibus auditum est, ut villas regias, quæ erant sui avi et tritavi, fidelibus suis tradidit eas in possessiones sempiternas; et præcepta construxit et annuli sui impressione cum subscriptione manu propriâ roboravit.* Charles-le-Chauve, avant sa seconde expédition d'Italie, dont il n'eut que le temps

de faire les préparatifs, puisqu'il mourut en chemin, craignant que ses neveux ou son fils même, qui devaient être chargés pendant son absence de l'administration provisoire du royaume, ne tentassent de s'emparer de l'autorité, crut que le moyen le plus sûr de les mettre dans l'impuissance de lui nuire, était de gagner les grands en déclarant que la dignité de comte était héréditaire, et déclara par un capitulaire de l'an 877, que dans le cas où un comte dont le fils serait absent ou mineur, mourrait pendant l'absence du roi, le prince Louis, son fils, chargerait de l'administration de ce comté les plus proches parens du défunt et les officiers du comté avec l'évêque au diocèse duquel le comté ressortissait, en attendant que la nouvelle en fût parvenue au roi, qui conférerait au fils la dignité de comte; et que dans le cas où le comte défunt ne laisserait pas de fils, le prince Louis, de concert avec les officiers et l'évêque, nommerait celui qui serait chargé de l'administration provisoire du comté vacant. *Si comes de isto regno obierit, cujus filius nobiscum sit, filius noster cum ceteris fidelibus nostris ordinet de his qui eidem comiti plus familiares propinquioresque fuerunt, qui cum ministerialibus ipsius comitatûs et cum episcopo in cujus familia fuerit ipse comitatus, ipsum comitatum prævideant, usque dum nobis renuntietur, ut filium illius qui nobiscum erit, de honoribus illius honoremus. Si autem filium parvulum habuerit eisdem filius ejus cum ministerialibus ipsius comitatûs, et cum episcopo in cujus parochia consistit, eumdem comitatum prævideant, donec obitus præfati comitis ad notitiam nostram perveniat, et ipse filius ejus per nostram concessionem de illius honoribus honoretur. Si verò filium non habuerit, filius noster cum ceteris fidelibus nostris ordinet qui cum ministerialibus ipsius comitatûs et cum episcopo*

proprio ipsum comitatum prævideat, donec jussio nostra inde fiat. Capit. Reg. Franc. tom. 2, *col.* 269 *et* 270.

L'Allemagne présente un semblable spectacle occasioné par des causes semblables. Les comtes et les ducs, profitant également des troubles de l'état et de la faiblesse des empereurs, commencèrent à changer leurs dignités, qui étaient amovibles, en charges héréditaires, s'érigeant en seigneurs propriétaires des lieux dont ils n'étaient que les officiers temporaires, révocables au gré du prince, et les empereurs étaient obligés par condescendance, par politique, ou pour mieux dire, par force majeure, de sanctionner en quelque sorte ces espèces d'usurpations, en conférant, comme en France, ces provinces aux héritiers de ces ducs et de ces comtes, qui disposèrent enfin, comme de leur propre patrimoine, des domaines dont ils ne jouissaient que comme de simples bénéfices. C'est l'origine du gouvernement, ou plutôt de l'anarchie féodale, où une foule de petits tyrans, qui opprimaient un peuple d'esclaves, reconnaissaient dans le souverain, non un maître, mais un chef, qui avait plus de pompe apparente et d'éclat extérieur, que de pouvoir réel.

Mais ce n'est guère qu'à dater du règne de Charles-le-Simple que cette révolution arriva dans la Belgique, quand ce prince fut appelé en 912 au trône de la Lotharingie ou Lorraine par les Belges. Avant ce temps, les comtés étaient à la vérité en quelque sorte héréditaires; car le prince les continuait de père en fils; mais ce n'était qu'un acte purement volontaire du souverain, qui avait cette déférence pour leurs noms et leurs services, et la coutume était devenue à cet égard comme

un droit acquis et une loi tacite. Ce n'était pas toujours au reste, par déférence que les souverains tenaient cette conduite à l'égard des seigneurs; c'était plus souvent par politique et par crainte. Ces seigneurs devenaient, pour ainsi dire, de jour en jour plus turbulens, plus ambitieux, plus entreprenans, et les souverains, pour les contenir, étaient forcés de permettre ou, du moins, de tolérer leurs usurpations. Ce n'est qu'ainsi que les premiers comtes de Flandre, de Hainaut, de Namur et de Luxembourg sont considérés comme comtes héréditaires; mais ils ne l'étaient, à proprement parler, que *de fait*. La véritable époque où l'on peut dire que ces seigneurs devinrent héréditaires *de droit*, est donc, comme je viens de le dire, le règne de Charles-le-Simple, qui, pour s'attacher plus étroitement les grands, dont l'appui lui était si nécessaire pour se maintenir dans sa nouvelle souveraineté, leur fit cette large concession.

C'est donc dans le dixième siècle que commencent les races héréditaires des comtes de Hainaut, de Namur et de Luxembourg. La tige de ceux de Hainaut est Régnier au Long-Col, qui avait épousé Albrade, fille unique d'Albon II. Ce dernier mourut en 860. C'est donc à ce temps, à-peu-près, que doit commencer le règne de Régnier, qui mourut en 913, 914, 915 ou 916; car les auteurs varient sur la date. Ses prédécesseurs ne doivent être considérés que comme de simples gouverneurs avec le titre de comte; c'est du moins de l'opinion de Miræus et de Haræus, et le premier comte héréditaire de Hainaut, selon ces historiens, a été Régnier I. Cette opinion est contraire à celle de Vinchant, qui prétend que le comté du Hainaut, dans l'étendue qu'il avait au temps de Ste-Waudru, était le

domaine héréditaire de Walbert et de ses filles Waudru et Aldegonde, puisque le quartier de Maubeuge, Coursolre avec les terres et les seigneuries voisines, étaient la dot de Ste-Aldegonde, et que celui de Château-lieu, qui comprenait Mons, Soignies, Braine, Halle et toutes leurs dépendances, était demeuré à Ste-Waudru. C'est par cette raison que cet historien pense que celle-ci doit être considérée comme comtesse propriétaire et héréditaire du Hainaut. Les deux historiens que je viens de citer, Miræus et Haræus, qui tiennent à une opinion différente, quelque instruits, quelque judicieux qu'ils soient, ne l'ont appuyée probablement que sur un fait général. Les comtes n'étaient dans l'origine que des gouverneurs temporaires. Mais si cette vérité historique est applicable en général aux comtes et aux ducs dans la France, dans la Germanie et dans la Belgique, il n'est pas moins certain que dès le temps même de la première race, il existait déjà des comtes héréditaires, comme étaient, selon Vignier, Pasquier et Pithou, ceux de Bretagne et d'Aquitaine, et comme selon Vinchant, peut-être ceux de Hainaut.

La souche des comtes de Namur est, selon l'opinion commune, Bérenger. De Marne et Wastelain regardent cependant Albert, son fils, selon le premier; son petit fils, selon le second, comme le premier comte héréditaire; et c'est, je crois, l'opinion qu'il faut adopter. C'est ce prince, du moins, qui jeta les fondemens de l'indépendance et de la puissance de ces comtes.

Le chef des comtes héréditaires de Luxembourg est, selon l'idée générale, Sigebert, qui fit l'acquisition du château de Luxembourg de Vikère, abbé de S. Maximin, en l'échangeant,

par acte du 12 avril 963, contre sa terre de Fehellen, en latin du temps *Viulna.* C'est cependant Guillaume I qui, le premier, prit vers l'an 1120 le titre de comte.

Le premier comte héréditaire de Flandre est sans contredit, je pense, Baudouin *Bras-de-Fer,* en faveur de qui Charles-le-Chauve érigea ce pays en comté en 863, avec le droit de le transmettre à sa postérité comme propriété patrimoniale. C'est un point que j'ai traité particulièrement dans un autre mémoire.

Le commencement de la dynastie des comtes héréditaires de Louvain doit être rapporté à l'an 948, date d'un diplome de l'empereur Otton I, par lequel ce prince crée avoué de Gembloux, Lambert, comte de Louvain, le premier qui soit connu dans les monumens historiques.

L'époque où les ducs de Lothier ou Basse-Lotharingie sont devenus héréditaires est moins certaine. Ce point est vivement débattu. Les historiens modernes (car les contemporains n'en parlent pas) disent que Godefroid II, qui succéda en 1140 dans le duché de Lothier à son père Godefroid-le-Barbu, est le premier de ces ducs qui soit parvenu à cette dignité par droit héréditaire. Cette assertion paraît un peu hasardée; car les faits prouvent que dans les deux siècles précédens, les fils succédaient aux pères dans ce duché, comme dans les comtés qui y étaient compris : l'usage y avait également prévalu, et était aussi devenu comme une loi tacite. Le diplome par lequel l'empereur Henri V confia le duché de Lothier à Godefroid-le-Barbu, en offre une preuve, qui me parait irréfragable. Cet acte, de même que celui par lequel l'empereur

Conrad confirma Godefroid dans cette dignité, est perdu. Mais un écrivain du quinzième siècle, Dintre, (lib. 4, cap. 5), avait certainement eu sous les yeux le premier de ces diplomes, dont il cite les expressions, qui prouvent évidemment que cet ordre de succession était établi et suivi avant cette époque; car l'empereur y déclare qu'il confère cette dignité au duc Godefroid, pour en jouir selon la coutume, droit et privilége d'après lesquels ses prédécesseurs l'avaient possédée, *eadem consuetudine, eodem jure et privilegio.*

La postérité de Godefroid s'est constamment arrogé ce droit de succession. Les actes diplomatiques de ce temps en sont la preuve incontestable, celui entr'autres de Godefroid III, de l'an 1151, rapporté par Miræus, tom. 1, pag. 392, dans lequel il se donne le titre de troisième héritier de cette dignité et de ce nom. *Ego Godefridus Dei gratia dux Lotharingiæ, tertius dignitatis hujus ac nominis hæres.* Les conventions passées en 1179 entre Godefroid III, duc de Lothier, et Philippe, comte de Flandre, pour régler les conditions du mariage du prince Henri, fils du premier, et de la princesse Mathilde, fille du second, offrent aussi la preuve la plus complète de cette vérité historique. Cet acte porte en effet que si Henri survit au duc son père, il lui succédera dans son duché, comme son héritier; et que si au contraire il arrivait que Henri mourut avant son père, l'héritier de Henri, s'il en a de la princesse Mathilde, succédera à son aïeul dans son duché, comme Henri lui eût succédé, s'il avait vécu plus que son père. *Si Henricus plus vixerit quàm dux pater ejus, succedet ei in ducatum tamquam hæres suus; . . . . . et si forte contigerit Henricum mori ante patrem, hæres Henrici, si quem post se reliquerit ex Mathilde, ita succedet duci avo suo in ducatum et omnem*

possessionem suam. . . . . . . sicut Henricus fecisset, si diutiùs patre vixisset. Mir., tom. 1, pag. 107.

L'empereur Philippe, en 1204, a formellement reconnu ce droit héréditaire dans un diplome cité par Dintre, dans lequel il statue, de son autorité royale, qu'au défaut d'héritiers mâles les filles du duc pourront succéder dans ses fiefs comme ses fils. *Regiâ auctoritate nostrâ statuimus et memorato duci concedimus, ut filiæ suæ, si masculum hæredem non habuerit in feudis suis liberè ei tamquam masculi succedant.*

Les règne agités d'Otton IV et de Frédéric II, qui succédèrent à Philippe, facilitèrent aux ducs de Lothier les moyens de relâcher les liens par lesquels ils étaient attachés aux empereurs comme à leurs suzerains; et le déplorable interrègne qui suivit les règnes de Frédéric II et Conrad IV, achevèrent de les rompre entièrement. L'empire, privé de chef, déchiré et dépecé par les rivaux ambitieux qui se le disputaient, était tombé dans un état de faiblesse et d'anarchie qui annonçait une prochaine décadence. Les empereurs qui succédèrent à ce temps de trouble et de confusion, étant presque toujours occupés ou retenus dans l'Italie ou dans la Germanie, avaient absolument abandonné le séjour de la Belgique, où ils n'exerçaient plus leur autorité immédiate comme dans le temps qu'ils y tenaient des assemblées ou des synodes. Les ducs, n'étant plus contenus par la présence des empereurs, suivirent l'exemple que les comtes avaient donné dans le siècle précédent : ils regardèrent les provinces, qu'ils ne possédaient qu'à titre bénéficiaire, comme leur patrimoine. Cependant dans les siècles suivans, les ducs, à leur avènement, continuèrent à rendre aux empereurs un vain hommage et à leur prêter un

serment inutile. Mais ces actes n'étaient plus qu'une simple formalité d'usage, une vaine apparence de soumission, puisque ces fiers cliens, qui n'en avaient plus que le nom, s'étaient absolument soustraits à toutes les espèces de charges auxquelles les vassaux étaient astreints; de sorte que les empereurs, qui n'avaient plus retenu qu'une suprématie apparente dans ces provinces, n'y exerçaient plus d'autorité réelle et n'en tiraient plus d'impôt ni de milice.

FIN.

MÉMOIRE

SUR CETTE QUESTION :

A QUEL TITRE BAUDOUIN, SURNOMMÉ BRAS-DE-FER, PREMIER COMTE DE FLANDRE, A-T-IL GOUVERNÉ CETTE PROVINCE? EST-CE COMME COMTE HÉRÉDITAIRE, OU COMME USURPATEUR?

PAR M. DEWEZ.

LU A LA SÉANCE DU 3 DÉCEMBRE 1821.

MÉMOIRE

SUR CETTE QUESTION :

A QUEL TITRE BAUDOUIN, SURNOMMÉ BRAS-DE-FER, PREMIER COMTE DE FLANDRE, A-T-IL GOUVERNÉ CETTE PROVINCE? EST-CE COMME COMTE HÉRÉDITAIRE, OU COMME USURPATEUR?

Baudouin, surnommé *Bras-de-Fer*, fils d'Ingelram, et non d'Audacer, vulgairement d'Odacre (1), qui avait vu tous les malheurs de Louis-le-Débonnaire, ou plutôt le faible, s'était attaché à Lothaire, l'aîné de ses trois fils, et il avait combattu sous ses étendarts dans les champs de Fontenai, où se dé-

(1) Cette assertion paraît d'autant mieux fondée, qu'Audacer, selon la conjecture de Vredius, ne serait pas un personnage, mais un surnom qui a été donné à Ingelram ou à Baudouin lui-même. Voici comme il s'exprime (Fland. ethn., p. 509). « Conjicio confictum esse nomen e cura custodiæ » maritimæ, dum exhortando custodes, sæpius pronunciant: *houden waker,* » quod nobis significat, *vigilem te tene.* Inde natum *Odoacer* et *Audacer,*

ployèrent toutes les fureurs des haines fraternelles. Les trois frères se décidèrent enfin à terminer leur querelle par la voie des négociations, et ils s'assemblèrent à Verdun, où le partage de leurs états fut réglé par un traité solennel au mois d'août 843. La Flandre échut dans ce partage à Charles-le-Chauve, et Baudouin fut chargé du gouvernement de cette province. Il signala sa valeur par les services éclatans qu'il rendit au roi en combattant tant contre les Normands que contre les Sarrazins, et sa sagesse par les beaux établissemens qu'il donna au pays. Une passion malheureuse qu'il ne put maîtriser, lui fit perdre les bonnes grâces de son prince. Judith, fille de celui-ci, avait épousé dans sa plus tendre jeunesse, Ethelwolph, roi d'Angleterre, qui mourut en 858, et c'est alors qu'elle revint en France. Baudouin, qui avait été élevé à la cour de Charles-le-Chauve, la vit, l'aima et lui plut. Mais le roi ne voulut pas consentir à leur union. Baudouin enlève la princesse, et Charles, dans sa colère, les fait excommunier tous les deux : ils ont recours à la protection du pape Nicolas I, qui parvint à obtenir leur grâce, et le roi ayant enfin donné son consentement, et croyant sans doute que, pour l'honneur de sa maison, il fallait donner plus d'éclat et de fortune à l'époux de sa fille, lui céda un brillant apanage, en réunissant à ce qu'on appelait *Flandre* dans ce temps, et

---

» Ingelrami seu Balduini agnomen, nataque fabula de Audacro seu Odoacro, » Ingelrami filio, Balduini patre. » Si cette étymologie peut, comme tant d'autres, paraître un peu forcée, il n'est pas moins vrai de dire que cet Odoacre est un personnage fabuleux ; et ce qui confirme cette opinion, c'est que, comme l'observe notre savant confrère M. de Bast, dans sa dissertation sur les forestiers de Flandre, on ne trouve dans aucun monument d'une autorité irréfragable le nom d'Odoacre.

qui correspondait à la partie de ce pays qui forma le *Franc de Bruges*, tout le pays renfermé entre l'Océan Belgique, l'Escaut et la Somme depuis l'embouchure de l'un jusqu'à celle de l'autre : il érigea tout ce pays en *comté* en 863, et le donna à Baudouin, avec le droit de le transmettre à sa postérité comme propriété patrimoniale. C'est ce que disent positivement la chronique de S. Bavon, les annales de St-Bertin, Ipérius etc. C'est donc à dater de cette époque 863 que Baudouin commença à gouverner la Flandre comme souverain.

C'est ici un grand sujet de contestation entre les historiens, dont un grand nombre a avancé comme certain ce fait, tel que je viens de le rapporter; mais une autre partie prétend que Baudouin, comme les autres princes de ce temps, a établi sa souveraineté sur les débris de l'autorité royale : il ne serait donc qu'un usurpateur. C'est en effet en profitant de la faiblesse des rois que les comtes et les ducs s'érigèrent en souverains héréditaires des provinces dont ils n'étaient qu'administrateurs temporaires. Le fait est vrai, et c'est ce que présente l'histoire de toutes nos provinces. Mais la Flandre me paraît présenter une différence. Dans les autres provinces, ce n'est qu'insensiblement et par degrés que les comtes se rendirent héréditaires et comme souverains. En Flandre, au contraire, je vois tout-à-coup un comté érigé par l'autorité royale et formé de l'ancienne Flandre, *Flandrensis pagus*, et de divers autres petits comtés, villes ou diocèses pour en faire un état considérable. Je sais qu'il se présente ici une objection très-simple, et je ne me la dissimule pas. L'acte d'inféodation ne nous est pas parvenu. Cela est vrai, et à défaut de monumens authentiques ou de documens historiques, on ne peut guère procéder que par des probabilités. Mais

enfin si cet acte ne nous est pas connu, est-ce donc à dire pour cela qu'il n'a pas existé? Ne doit-on pas croire au contraire que les historiens qui ont rapporté ce fait sans témoigner le moindre doute sur son existence, avaient vu ou connu cet acte, qui peut avoir été perdu depuis? Et ici, ce qui rend le fait très-probable, c'est que Charles-le-Chauve, qui s'était absolument, de gré ou de force, réconcilié avec Baudouin, trouvait sans doute que c'était blesser l'honneur de la princesse de lui donner pour mari un de ses officiers ou gouverneurs, et que pour éviter cette espèce de mésalliance qui aurait en quelque sorte dégradé la famille royale, il convenait de n'y admettre que des princes souverains. Charles d'ailleurs, par un capitulaire de l'an 877, craignant que ses neveux ou ses fils ne tantassent pendant son absence (il partait pour l'Italie) de s'emparer de l'autorité, crut que le moyen le plus sûr de mettre les seigneurs dans l'impuissance de nuire, était de déclarer la dignité de comte héréditaire, et c'est ce qu'il fit par ce fameux capitulaire. Mais, dira-t-on, cet acte est postérieur à l'érection de la Flandre en comté; car il est de 877. Cela est encore vrai; mais le principe était établi avant qu'il fût formellement et textuellement decrété, et Charles le mit en pratique avant de l'avoir converti en loi. Il forma de la Flandre un vaste comté, pour le donner à son gendre, parce qu'un motif puissant l'y avait déterminé; il voulait soutenir l'honneur de sa famille; mais il n'établit sa loi sur ce principe que quand un autre motif l'y poussa; il craignait de perdre sa puissance, sourdement menacée par des vassaux ambitieux et entreprenans.

Au défaut de l'acte d'inféodation, je pense qu'on peut, sans trop de légéreté ou de témérité, le remplacer en quelque

sorte par une lettre d'Hincmar, archevêque de Reims, au pape Nicolas I, de l'an 864, dans laquelle il lui dit que sur les instances de ce pontife, Charles avait donné des *honneurs* à Baudouin. Honores *Balduino pro vestra solummodo petitione donavit.* Que faut-il entendre ici par ces *honneurs*? C'est un mot vague, dira-t-on. Pas tant, si l'on se reporte au temps où on l'employait. C'était, à ce qu'il paraît, le mot consacré dans les actes publics pour signifier les dignités, les emplois éminens, comme on le voit dans le fameux capitulaire que j'ai cité, de 877, où il est déclaré que le fils doit jouir des *honneurs* de son père après sa mort : *filius de patris honoribus honoretur*, c'est-à-dire, que le fils doit être revêtu des *dignités* du père. C'est ainsi que Sirmond l'interprète. *Sirmondus in notis ad Capit. versùs finem, ad pag.* 144, *intelligit per honores, beneficia aut dignitates et munera publica quibus funguntur.* Vredius le prend également dans cette acception, en parlant même de Baudouin. *Balduinus non patris tantùm* honoribus, *id est quinque comitatibus antedictis honoratus fuisse credendus est, sed et comitatibus Berengarii, Herluini etc. Fland. ethn. p.* 511. Je n'hésite donc pas à avancer qu'il faut entendre dans la lettre d'Hincmar par le mot *honores* le comté de Flandre, et je suis même étonné qu'on ait fait tant de conjectures et de raisonnemens sur le véritable sens de ce mot *honores.* Les savans ne l'ont jamais compris autrement, et ce n'est pas seulement en basse latinité qu'on l'employait dans ce sens, mais en très-bon langage. On disait (et Cicéron employait ces expressions) *perfunctus honoribus, obrepere ad honores. Honores non petiit,* dit Cornelius Nepos, en parlant de Caton.

Toutes ces raisons me portent donc à croire que Baudouin doit être considéré comme premier comte légitime et souverain

héréditaire de Flandre; et ce qui prouve incontestablement l'hérédité au moins, c'est, comme le dit Marchantius, la suite interrompue de tant de comtes, qui transmirent sans contestation de père en fils cette éminente dignité. *Flandriæ comites ab initio citra interruptionem imperium ad hæredes transmiserunt. Flandr. descript. lib.* 2, *p.* 179. Ce qui prouve leur souveraineté, c'est qu'ils se disaient, à commencer par Arnoul le-Vieux, troisième comte, et petit-fils de Baudouin *Bras-de-Fer, comtes par la grâce de Dieu, adminiculante supremi regis clementiâ, Dei nomine, gratiâ Dei,* etc., et cette prérogative leur était tellement propre, qu'elle s'étendait à leurs officiers. C'était l'illustre famille des Rases de Gavre qui, dès les temps les plus reculés, possédait la dignité de grand échanson héréditaire de Flandre (les princes de Gavre portaient encore ce titre sous le gouvernement Autrichien), et un des membres de cette ancienne maison était déjà revêtu de cette dignité en 1186, comme le prouve un diplome de cette année, rapporté par Miræus, tom. 1, p. 548, par lequel ce seigneur prend le titre suivant: *Razo de Gavera, divinâ ordinante providentiâ, comitis Flandriæ pincerna.*

Voilà donc des motifs bien puissans pour établir une différence marquée entre les comtes de Flandre et ceux des autres provinces. La souveraineté de celle-ci n'a point d'autre titre que leur usurpation, et celle de Flandre présente des traces de légitimité. C'est sans doute pour cette raison que pendant plusieurs siècles après son érection, le comté de Flandre conserva le titre de *monarchie*, qu'elle portait déja au temps de Baudouin *Bras-de-Fer*, ou du moins bien peu après, comme on le voit par les actes de la vie de S^t-Winoc, *in Act. SS. ord. S. Bened., sæc.* 3, *part.* 1, *c.* 16, *p.* 311, écrits avant le milieu

du 11[e] siècle, où on lit : *Karolus, cognomine calvus, Francorum, in sceptris imperium agebat, Baldewinus ejus gener* monarchiam *Flandriarum gloriosè pollebat.* On trouve également dans un grand nombre d'actes originaux ou authentiques ces expressions : *Flandrensium* monarchiam *moderante Balduino glorioso marchiso ; Flandriæ* monarchiam *obtinente marchione Rotberto.* Philippe d'Alsace, dans un diplome du 12[e] siècle, donne à la Flandre le titre de *monarchie, Flandrensis monarchia.* Les glossaires de du Cange et de Carpentier, au mot *Monarches,* portent *Titulus honorarius comitum Flandrensium. . . . . . Monarchiæ titulo insignitur comitatus Flandriæ.* S'ils n'en avaient eu que le titre, on pourrait dire que ce n'est qu'une distinction honorifique; mais si, à cela, l'on ajoute leurs grandes prérogatives, le droit de lever des troupes et des impôts, de battre monnaie, de faire grâce, de porter des lois, d'accorder des priviléges, de prononcer la peine de mort, etc., ne conviendra-t-on pas que les comtes de Flandre peuvent bien être considérés comme souverains? et si l'on persiste à dire que ce titre de monarque n'est qu'honoraire, on ne niera pas du moins qu'ils n'exerçassent les principaux droits qui y sont attachés; et je demanderai encore pourquoi les autres comtes ou ducs ne portaient pas le même titre.

Mon respectable et savant confrère, M. de Bast, qui ne partage pas absolument mon avis, et qui, en considérant ce titre comme purement honorifique, convient cependant que ces comtes jouissaient de plusieurs prérogatives souveraines, a cité néanmoins deux traits qui appuient, ce me semble, beaucoup mon système. Il rapporte que les comtes de Flandre dataient des années de leur *règne,* et il renvoie au tombeau de Baudouin VI, découvert en 1811 dans les débris de

l'abbaye de Hasnon. Il observe de plus qu'il fut stipulé dans le traité de Madrid de 1526, article 3, *que le roi de France renonçât à la souveraineté. . . . . de la province de Flandre.* En réunissant ces deux preuves à celles que j'ai exposées de mon côté, je ne crains pas de persister dans mon opinion.

FIN.

RECHERCHES

SUR

LA DÉCOUVERTE

DU

CHARBON DE TERRE

DANS LA CI-DEVANT PRINCIPAUTÉ DE LIÉGE;

VERS QUEL TEMPS ET PAR QUI ELLE FUT FAITE;

PAR M. LE BARON

DE VILLENFAGNE D'INGIHOUL.

RECHERCHES

SUR

LA DÉCOUVERTE

DU

CHARBON DE TERRE

DANS LA CI-DEVANT PRINCIPAUTÉ DE LIÉGE;

VERS QUEL TEMPS ET PAR QUI ELLE FUT FAITE.

Si l'origine des découvertes les plus remarquables a été long-temps enveloppée de ténèbres, telle, par exemple, que celle de l'imprimerie, sur laquelle, selon quelques personnes, il reste encore des doutes à dissiper; combien, à plus forte raison, le sujet que je vais discuter, remontant à une plus haute antiquité, est-il moins facile à éclaircir! L'on ne marche d'ailleurs ici qu'entouré de faits fabuleux où l'on aura beaucoup de peine à apercevoir quelques traces de la vérité.

Notre annaliste Gilles d'Orval était, prétend-on, presque

le contemporain de la découverte du charbon de terre chez nous ; cependant son récit, relativement à cet objet, copié et embelli par ceux qui l'ont suivi, est entremêlé de choses bien extraordinaires ; mais cet auteur ne les transcrit que comme des bruits vagues et incertains, puisqu'il se sert de l'expression *fertur* (1), *on débite.*

Ce vieillard inconnu qui ressemblait à un ange, et qu'on nous donne même pour un ange, était, ainsi que le conjecture Guicchiardin (2), un voyageur ; et dans cette supposition on soupçonne qu'il naquit en Angleterre (3), où l'on faisait usage du charbon de terre long-temps avant peut-être qu'il fût connu parmi nous (4). Du mot *anglus,* anglais, comme le veut notre historien Bouille (5), on a fait *angelus,* ange : de là l'apparition d'un ange, au lieu d'un Anglais, si toutefois on peut admettre ce conte.

Quoi qu'il en soit, ce bon vieillard, ayant reconnu que notre pays possédait des mines de houille, doit avoir indi-

---

(1) *Gesta pontif. Leod.* dans le recueil de Chapeauville, tom. 2, pag. 191.

(2) *Description des Pays-Bas*, etc. Anvers, 1582, pag. 470.

(3) Voyez l'*Histoire de l'État de Liége,* etc. pag. 61.

(4) L'éditeur des *Voyages Métallurgiques* de Jars, de l'académie royale des sciences de Paris, croit qu'on doit fixer en 1066 la date des premières exploitations des mines du charbon de terre dans la Grande-Bretagne, parce que Guillaume le conquérant disposa, cette année, de celles de Nieuw-Castle ; mais ces mines ne pouvaient-elles pas être connues avant cette époque ?

(5) *Histoire de Liége,* etc. tom. 1, pag. 213.

qué à un pauvre maréchal qui se plaignait de la cherté du charbon de bois, un moyen peu dispendieux pour alimenter sa forge, en lui montrant la manière de se servir de ces mines : on ajoute qu'il disparut ensuite subitement. Mais pourquoi faire honneur à un ange, ou à un Anglais, d'une découverte que nous devons certainement à un de nos concitoyens? Nous reviendrons encore sur le récit de Gilles d'Orval. Le père Fisen appelle ce maréchal, HULLOS de Plenevaux (1).

Mais, où la prétendue apparition de cet ange, ou si vous aimez mieux, de ce vieillard, au malheureux Hullos, a-t-elle eu lieu? Est-ce bien sur le *Publemont*, nommé aussi le Mont-St.-Martin, près duquel était située l'abbaye de St.-Laurent? Ou est-ce sur la montagne de St.-Gilles, qui est aussi près de Liége? Ou bien n'est-ce pas peut-être sur celles qui touchent au Val-St.-Lambert, monastère construit dans un vallon agréable, sur les bords de la Meuse, à deux petites lieues de cette ville? Tous ces endroits offrent des mines de charbon de terre. D'après la narration du père Fisen, nous pouvons croire que Hullos était natif du village de Plenevaux, qui n'est pas très-loin du dernier de ces monastères. Il n'est pas le seul qui soit de ce sentiment, comme je vais le montrer.

Nous avons beaucoup de chroniques manuscrites sur nos fastes qui sont, en général, l'écho de celles de Jean-d'Outremeuse (2), souvent citées par nos historiens; elles répè-

---

(1) *Historia Eccles. Leod. pars* 1ª, pag. 272.

(2) Cette chronique est aussi inédite. J'en possède deux copies anciennes qui ont appartenu au savant baron de Cler; elles offrent des différences assez considérables. Jean-d'Outremeuse écrivait vers 1370.

tent presque toutes le passage suivant que le jésuite Foullon a placé à la marge de la page 304 du tome I, de son histoire de Liége : *En 1198, furent trouvées les premières houilles par un prudhomme nommé Hullos, de Plenevaux.* Je n'admets pas entièrement tout ce que contient ce passage; mais il mérite cependant de fixer notre attention.

Hullos était donc du village de Plenevaux, bâti sur une montagne, lequel n'est pas très-éloigné de l'abbaye du Val-St.-Lambert, et où l'abbé avait sa maison de plaisance. Hullos avait sans doute sa forge, si toutefois il exerçait, comme l'avance Fisen, le métier de maréchal, à Plenevaux, ou peut-être à Ivot, hameau qui est au pied de la montagne en question, sur la grande route qui mène en France. Ce hameau était aussi de la dépendance du Val-St.-Lambert.

Consultons à présent la chartre de fondation de cette abbaye, ce que n'ont pas fait les auteurs que je viens de citer, et peut-être parviendrons-nous à repandre quelque jour sur la discussion où nous nous sommes engagés.

Le comte de Clermont avait donné à quelques religieux du monastère de Signy, des fonds de terre, entr'autres, le village de Plenevaux, pour y établir une maison de leur ordre ; mais ces religieux, n'ayant pas trouvé Plenevaux de leur goût, s'en retournèrent chez eux. Cependant Hugues de Pierrepont, prince de Liége, voulant seconder les bonnes intentions du comte de Clermont, rappela, quelques années après, d'autres moines du même monastère, et leur donna, en 1202, un lieu plus commode et plus agréable, appelé le *Champ des Maures,*

Campus Maurorum (1). C'est dans ce lieu qu'on construisit l'abbaye du Val-St.-Lambert.

Pesons attentivement l'expression du *Champ des Maures*. Il est bien sûr que cette nation lointaine n'a point fait d'incursion dans la principauté de Liége, et qu'elle n'y a pas laissé par conséquent des marques de son caractère féroce qui aurait pu en perpétuer le souvenir ; ainsi ne semble-t-il pas qu'on ait voulu marquer par ces mots, *Campus Maurorum*, une campagne où passaient fréquemment les houilleux, c'est-à-dire les ouvriers qui exploitaient les mines de houille si abondantes dans ce canton? On sait qu'en sortant des entrailles de la terre, ils sont aussi noirs que des Africains : c'est donc par sobriquet qu'on les aura nommés *Maures*, et l'on aura nommé aussi le *Champ des Maures, Campus Maurorum*, la campagne qu'ils traversaient pour y déposer les houilles dans un parc, afin de pouvoir la transporter ailleurs par la Meuse.

La même chartre de Hugues de Pierrepont corrobore cette conjecture. Ce prince ajoute à sa fondation, pour y élever une grange, un endroit qu'il appela *Cham-de-Bure*, où il existe encore aujourd'hui une belle ferme qui porte ce nom et qui appartenait à l'abbaye du Val-St.-Lambert; cette ferme est située sur la montagne d'Ivot; c'était là où se trouvait le puits, ou le bure de la houillière (2) : et Hullos, d'où le mot *houille*,

---

(1) *Miræi Opera Dipl.* tom. 1, pag. 730.

(2) Il faut observer que l'endroit où est la ferme dont je parle, connu déjà alors, comme il le parait, depuis long-temps sous le nom de *Cham-de-Bure*, était en 1202 inculte et présentait une surface assez étendue dont une partie se rapproche de la Meuse : c'est dans cette partie que le bure de la houillière avait été placé.

en latin *hulla*, est tiré, avait peut-être établi la première houillière du pays de Liége à *Cham-de-Bure*, voisin de Plenevaux.

Nos auteurs varient sur l'année précise de cette précieuse découverte; les uns la placent vers la fin du règne de notre prince Albert de Cuyck (1198), et les autres, au commencement du règne de son successeur, Hugues de Pierrepont; ils varient aussi dans les circonstances qui y conduisirent. Gilles, que j'ai déjà cité, né à Liége vers l'an 1200, moine dans l'abbaye d'Orval, est le premier qui en ait parlé; il ne fait mention ni du Publemont, ou Mont-public, ni de l'abbaye de St.-Laurent; mais par l'expression de Montagne des Moines, *Mons Monachorum*, dont il se sert, il a pu donner à penser qu'il entendait les religieux de ce monastère. Il ne rapporte, comme on a vu, que des bruits vulgaires, tel que l'apparition de ce vieillard, révêtu d'une robe blanche, et dont le menton était orné d'une barbe vénérable, lequel, passant par un endroit nommé *Cochè* (1), rencontra un maréchal qui se plaignait amèrement de la cherté du charbon de bois : il se tait sur le nom de ce maréchal que le père Fisen croit être Hullos.

Tout le récit de Gilles d'Orval est si rempli de choses merveilleuses, qu'il n'est guère possible de l'adopter; il en convient en quelque façon; car il n'est pas si attaché à son opinion qu'il ne la regarde lui-même comme un *dit-on, fertur;* néanmoins les auteurs postérieurs ont encore renchéri sur

---

(1) J'ai fait des perquisitions pour savoir s'il y avait encore à présent un endroit de ce nom, soit dans les environs de St-Laurent, soit dans les environs de St-Gilles et du Val-St-Lambert; mais le résultat de mes démarches a été infructueux.

lui : et si on rapproche le temps où vivait ce chroniqueur avec celui où l'on fixe la découverte de la houille, ne sera-t-on pas étonné des contes qu'il nous débite? Il florissait, selon Chapeauville, en 1230, une trentaine d'années, prétend-on, avant cette découverte : elle se fit donc dans son enfance : comment est-il arrivé qu'il n'en connût pas toutes les particularités?

D'un autre côté, la chartre de fondation de l'abbaye du Val-St.-Lambert, de l'an 1202, nous laisse entrevoir qu'il existait, long-temps avant cette fondation, un bure sur la montagne d'Ivot, près du village de Plenevaux; ce bure servait à extraire du charbon de terre que les houilleux transportaient sur les bords de la Meuse, dans le *Champ des Maures,* expression qui ne peut convenir qu'à ces malheureux ouvriers, comparés comme je l'ai dit, à cause de leur noirceur, à des Africains.

Tout ceci annonce donc une ancienne exploitation qui était en activité près de deux siècles peut-être avant Gilles d'Orval; et une remarque essentielle à faire encore ici, c'est que pendant ces deux siècles, nous ne comptons personne qui ait pris la plume pour nous informer des événemens qui se sont passés dans notre pays. Voilà pourquoi cet auteur qui a entrepris sa chronique vers 1235, ou 1240, s'est borné à ramasser ce qu'on racontait alors de fabuleux sur l'origine de la découverte du charbon de terre chez nous. C'était le goût des siècles barbares du moyen âge; on ne savait pas encore distinguer le vrai du faux. Je suis d'ailleurs bien persuadé que le passage de Gilles d'Orval, touchant l'époque de cette découverte, qui commence par ces mots : *Hoc quoque tempore (c'est dans ce temps),* a été abusivement placé sous le règne

d'Albert de Cuyck, et qu'il aurait dû être rangé sous les premières années du règne de notre prince Théoduin (vers 1049). Cette transposition de passages, opérée souvent par des copistes ou des abréviateurs ineptes, n'est pas une chose extraordinaire; plusieurs anciennes chroniques ont été ainsi mutilées; de savans écrivains français ont fait cette observation avant moi (1).

Au reste, je n'hésite pas à me prononcer sur le véritable auteur de la découverte si utile dont je viens d'entretenir mes lecteurs; c'est certainement Hullos, du village de Plenevaux, et non un étranger sous quelque figure que ce soit; on en a une preuve convaincante dans ce que ses concitoyens reconnaissans firent en sa faveur; ils donnèrent son nom à la mine précieuse qu'il venait de découvrir : ils n'auraient su, en effet, employer un moyen plus assuré pour transmettre à la postérité la mémoire de cet homme estimable.

---

(1) Voyez les *Mémoires de l'acad. des inscrip. et belles lettres*, etc.

EXTRAITS

DES OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES,

FAITES A BRUXELLES

PAR J. KICKX.

EXTRAITS *des observations Météorologiques faites à Bruxelles dans la partie moyenne de la ville pendant les mois de novembre et décembre* 1821.

Ces observations ont été faites régulièrement cinq fois par jour : à sept et à dix heures du matin; à deux, à six et à dix heures du soir, sur un baromètre et thermomètre à mercure, échelle de Réaumur placés à l'ombre et au nord. Il en résulte pour le mois de novembre:

1° Que la plus grande élévation du baromètre, a été le 8 du mois, à 28 pouces, cinq lignes.

2° Que sa moindre élévation a été, le 18, de 27 pouces, trois lignes.

3° Que le thermomètre a été à son plus haut degré d'élévation, le 3, le 15 et le 16, étant à onze degrés au-dessus de zéro.

4° Que sa moindre élévation a été le 5, le 7 et le 10 étant à 4 degrés.

5° Que pendant le même mois de novembre nous avons éprouvé 6 ouragans, savoir : la nuit du 2 au 3, celle du 3 au 4, la soirée du 4, la journée du 16, et les soirées du 22 et du 30.

6° Que le vent dominant a été sud-ouest pendant 19 jours; et qu'il a varié pendant 11 jours entre sud-ouest-quart-ouest, ouest-quart-sud, ouest-sud-ouest, ouest-quart-nord, nord-ouest, et nord-ouest-quart-nord.

40.

7° Que nous avons eu 16 jours de pluie, dont 4 de pluie forte, accompagnée de vent; 12 jours de temps clair ou serein, et 2 jours de brume épaisse.

Pour le mois de Décembre.

1° Que le plus haut point d'élévation du baromètre a été le 12, à 28 pouces, six lignes.

2° Que sa moindre élévation a été de 26 pouces, cinq lignes, le 25 du mois.

3° Que le thermomètre à sa plus grande élévation marquait le 16, neuf degrés 1/4.

4° Qu'il était à sa moindre hauteur, le 7, à deux degrés au-dessus de zéro.

5° Que le vent dominant a constamment été comme au mois de novembre, sud-ouest pendant 23 jours, et qu'il a varié pendant les huit autres jours, entre ouest-sud-ouest, nord-ouest-quart-nord, sud-est et nord-est.

6° Qu'il y a eu sept ouragans, savoir: la nuit du 16 au 17, celle du 19 au 20, la soirée du 21, la nuit du 22 au 23, du 23 au 24, et le plus violent de tous pendant la nuit du 24 au 25, et du 28 au 29.

7° Que nous avons eu 21 jours de pluie, et 10 jours de temps clair ou serein.

Extrait des Journaux.

Depuis le 17 jusqu'au 29 de ce mois, des tempêtes continuelles se sont succédées: elles ont été toutes désastreuses et particulièrement celle du 25. Les côtes de l'Adriatique, de la

France, de l'Italie, de l'Angleterre, la Suisse, le Piémont et l'Espagne, furent plus ou moins ravagées. Le port de Gênes souffrit considérablement : plus de 40 bâtimens de toutes grandeurs y furent jetés par la mer; la pointe du vieux môle fut détruite, et la batterie qui la surmontait, engloutie.

Marseille, Toulon et Venise furent en partie submergées; dans cette dernière ville, les barques voguaient sur la place de St.-Marc, spectacle inoui depuis 1794. Olone dans le bas Poitou, Marennes en Saintonge, éprouvèrent aussi de grands désastres; une pluie à torrent, mêlée de grêle, accompagnée d'un vent impétueux, y tomba pendant 13 jours. Les côtes de l'Océan aquitanique furent couvertes dans une étendue de plus de 30 lieues de débris de navires et d'objets de cargaison.

Le Guadalquivir se déborda en Espagne, des torrens échappés de leurs lits ravagèrent le Piémont, et causèrent des pertes incalculables.

En Angleterre plusieurs digues se rompirent; les eaux montèrent au niveau des comptoirs dans les boutiques d'Eton; dans d'autres endroits des maisons furent découvertes, des cheminées abatues, des personnes ensevelies sous les ruines. . . . .

Le 19, 20 et 21 décembre, une éruption très considérable se manifesta à proximité de l'hécla, dans un endroit qui n'avait éprouvé depuis 1612 aucun symptôme volcanique. On a trouvé à un mille du cratère des pierres du poids de 80 livres, à moitié calcinées : la masse des cendres sulfureuses qui avait formée une croute épaisse sur les champs des environs, a été enlevée depuis, par un violent ouragan,

et une pluie abondante. L'explosion était accompagnée de fortes détonnations et de secousses de tremblement de terre assez sensibles.

Tels ont été les résultats de cette tempête qui, par son extension et sa continuité fera époque dans les annales de la météorologie ; il est à craindre que par la suite nous n'apprenions qu'une catastrophe n'ait eu lieu dans une partie éloignée du globe.

EXTRAITS *des observations Météorologiques faites à Bruxelles pendant le premier semestre de l'an* 1822.

Mois de Janvier.

La plus grande élévation du baromètre a été de 28 p. 4 lign., les 12, 19, 21, 23, 27, 30 et 31. Sa moindre élévation a été le 4, de 27 p, 4 lignes.

Le thermomètre au point le plus élevé marquait le 13, 6 degrés au-dessus de O. Il descendit le 7 à 1 degré au-dessous de zéro.

Nous n'avons éprouvé pendant ce mois qu'un seul ouragan; il éclata dans la nuit du 14 au 15, il était accompagné de tonnerre, d'éclairs, de grêle et de pluie.

Le vent sud-ouest a dominé pendant huit jours, il a varié pendant les autres entre ouest-sud-ouest, ouest-quart-sud, sud-ouest-quart-ouest, nord-ouest-quart-ouest, nord-ouest, nord-est et est.

Nous avons eu six jours de pluie, trois jours de neige faible, sept jours de temps clair ou serein, neuf jours de temps couvert et six jours de brume ou brouillard.

Le 19 janvier on ressentit dans le royaume de Naples quatre secousses de tremblement de terre. Une forte commotion se manifesta également le 22 à dix heures du soir dans le duché d'Yorck en Angleterre. Extrait des Journaux.

Dans la nuit du 22 au 23, un ouragan tel que de mémoire d'homme on ne s'en rappelait pas de pareil, éclata à Srint-Pétersbourg; la Newa se déborda et inonda une partie de la ville.

Mois de Février.

Le baromètre à sa plus haute élévation indiquait les 17, 18 et 19, 28 p. 4 1/2 lign. Sa moindre élévation fut le 3, de 27 p. 8 lignes.

Le thermomètre à sa plus grande hauteur marqua le 5, 9 degrés au-dessus zéro; il indiquait le 1er à sa moindre élévation 1 degré au-dessous du point de la glace.

Nous essuyames deux ouragans, le premier dans la nuit du 2 au 3, le second dans celle du 4 au 5.

Le vent fut sud-ouest pendant dix jours, ouest-sud-ouest pendant 10 autres, il varia le reste du mois entre ouest, nord-ouest, ouest-quart-sud, sud-est, est-quart-nord.

Nous avons eu 17 jours de temps clair ou serein, deux jours de pluie et 9 jours de temps couvert.

Extrait des Journaux.

Ce mois a été fertile en événemens extraordinaires dans presque toutes les parties de l'Europe. Le 3 février un ouragan furieux qui dura 24 heures éclata à Stockholm; le baromètre y était plus bas qu'il n'avait été depuis 55 ans; la marée y fut extraordinairement haute pendant toute la journée.

Le 19, à neuf heures du matin environ, on éprouva à Lyon une forte secousse de tremblement de terre, elle s'étendit à Chambéry, Tournon, Tain, Grenoble, Genève, Vésoul, Valence,

Rumilly, Yenne, St.-Innocent et Brisson. A St.-Germain les eaux se sont élevées de 6 à 10 pieds; les sources chaudes d'Aix et des environs prirent un accroissement subit, les eaux souffrées prirent une couleur blanc-grisâtre et restèrent troubles pendant plus de deux heures; leur température n'a pas variée : les eaux alumineuses n'éprouvèrent aucune altération. Ces phénomènes sont les mêmes que ceux qui accompagnèrent le tremblement de terre qui détruisit Lisbonne en 1755. Le lac du Bourget en Savoie sortit de son lit et s'éleva en bouillonnant à plus de deux pieds. A Belley la commotion dura plus de 40 secondes, on voyait s'agiter les sommets des montagnes, l'air y était calme, le thermomètre à 12 degrés au-dessus de zéro et le baromètre au variable. A Alby plusieurs personnes éprouvèrent pendant la secousse l'effet d'une commotion électrique dans diverses parties du corps. Les habitans de Bourg et des communes situées à l'est, à deux lieues environ, entendirent des détonations plus ou moins fortes, comparables à celles du canon et dirigées sur la ligne de l'ouest dans la plaine. La plus haute élévation du baromètre pendant cette journée était chez nous de 28 p. 4 1/2 lign. et sa moindre élévation de 28 p. 4 lignes. Le thermomètre variait de 4 à 6 degrés au-dessus de zéro.

Depuis le 17 du mois, les détonations du Vésuve annonçaient une éruption prochaine : elle eut lieu le 21 et continua jusques dans la nuit du 27 au 28; une pluie de cendres volcaniques très-épaisse s'éleva du cratère et retomba dans les environs de *Portici* et de *Torre del Greco;* dans la matinée du 28 cette pluie cessa et le Vésuve demeura tranquille.

Le 23, une nouvelle secousse de tremblement de terre

très-forte, quoique moins longue que celle du 19, se fit sentir à Belley, à trois heures après-midi.

Mois de Mars.

La plus haute élévation du baromètre a été de 28 p. 4 lignes les 1er, 2, 3, 12, 18 et 29. Sa moindre élévation était de 27 p. 6 lignes les 7, 8 et 30.

Le thermomètre à sa plus grande élévation, marquait 15 degrés au-dessus O, le 28; et zéro à sa moindre hauteur le 1er du mois.

Nous eûmes six ouragans, savoir : dans la nuit du 5 au 6, dans la journée du 6, dans la soirée du 8, pendant la nuit du 10 au 11, dans la soirée du 11, et dans la nuit du 30 au 31. L'ouragan du 8 était accompagné de pluie, de grèle et de tonnère; il s'étendit à Oost et Westmalle, communes situées dans l'arrondissement de Turnhout, province d'Anvers, à Groeningen et à Slype. Dans la journée du 31 il gréla fortement à plusieurs reprises.

Le vent dominant a été sud-ouest pendant 12 jours; il a varié pendant les 19 autres entre ouest, ouest-quart-nord, nord, nord-quart-ouest, ouest-quart-sud, et sud-sud-ouest.

Nous avons eu 12 jours de temps clair ou serein, 15 jours de pluie et 4 jours de temps couvert.

Extrait des Journaux.

On a remarqué à Londres que le 6 de ce mois, les eaux de la Tamise baissèrent au point de la rendre guéable en plusieurs endroits malgré un vent sud-ouest qui aurait dû les re-

fouler dans le fleuve. Un phénomène semblable a été observé le même jour sur la côte septentrionale du comté de Cantorbery; la mer s'y retira à une distance considérable, telle qu'on y trouva un grand nombre d'objets précieux.

Le 22 il se forma à Marsala en Sicile, deux grandes crevasses dans le rivage; le même jour au moment où la mer paraissait calme, une barque fut jettée contre les rochers par un mouvement extraordinaire des flots; ces effets furent attribués à l'éruption d'un volcan sous-marin.

On ressentit le 11 à 4 heures du matin à Halberstad, en basse Saxe, une légère secousse de tremblement de terre; un terrible ouragan désola le même jour les côtes de la Norwége.

Pendant cet hiver 23 inondations se sont succédées à Hambourg : les régions septentrionales n'eurent point de neige, rarement des gelées, souvent même plusieurs degrés de chaleur, tandis qu'au mois de janvier il règnait à Naples un froid très-vif et que le Vésuve se couvrit de neige. Quelques parties de l'Islande ont éprouvé un hiver des plus rigoureux et d'autres au contraire ont constamment joui d'une température modérée.

Mois d'Avril.

Le plus haut point du baromètre a été de 28 pouces 3 lignes, les 1, 2, 28, 29 et 30, et sa moindre élévation le 22, de 27 pouces 6 lignes.

Le thermomètre n'est pas monté au delà de 17 degrés et demi : il marquait le 3 à sa moindre hauteur deux degrés au-dessus de zéro.

Nous n'avons éprouvé aucun ouragan ; seulement un vent plus violent que d'ordinaire souffla dans la journée du 25. Un orage éclata dans l'après-midi du 18.

Le vent sud-ouest a dominé pendant 11 jours : il a varié pendant les autres entre nord, nord-nord-ouest, nord-quart-ouest, est, nord-est, nord-nord-est, ouest, ouest-quart-sud, et ouest-sud-ouest.

Nous avons eu trois jours de pluie, deux jours de grêle très-forte mêlée de pluie et de neige, 17 jours de temps clair ou serein, et huit jours de temps couvert.

Extrait des journaux.

Le 18, entre neuf et dix heures du matin, une secousse très-forte de tremblement de terre se fit sentir à Crieff en Angleterre.

Mois de Mai.

Le baromètre à sa plus grande élévation n'a pas dépassé 28 pouces 3 1/2 lignes : sa moindre hauteur a été le 10 de 27 pouces 6 lignes.

Le thermomètre au point le plus élevé marquait le 6, 20 degrés au-dessus de zéro, et 7 à sa moindre élévation le 9 du mois.

Nous avons essuyé cinq orages, savoir : dans l'après-midi du 6, du 7, du 11, du 19 et dans la soiré du 25. Le vent a été nord-ouest pendant 16 jours : il a varié pendant les autres entre nord-est-quart-nord, nord-quart-ouest, nord-nord-ouest, et nord-ouest.

Nous avons eu 3 jours de pluie dont un de pluie forte,

20 jours de temps clair ou serein, et huit jours de temps couvert : le 21 et le 29 brouillard très-épais avant midi.

Dans les premiers jours du mois les commune de Haillot, Gesves, Onhaye, Haltinne, et plusieurs autres du canton d'Andenne, ont beaucoup souffert de la grêle. Extrait des journaux.

On éprouva le 6 vers le soir une forte commotion de tremblement de terre à Nicosia dans l'île de Chypres, et le 10 une autre plus forte encore que la précédente ; le temps était clair, une horrible détonnation suivie d'autres secousses se fit entendre : les mêmes commotions ont été senties à Catania, en Sicile, éloigné de 50 mille de Nicosia.

Le 6 et le 7 il éclata à Bonn un orage furieux accompagné de grêle : sept communes ont été entièrement ravagées.

L'orage que nous essuyames le 7, s'étendit également à Miscum, entre Diest et Tirlemont, à Bruges, à Gand, à Huy et à Amand près de Valenciennes : dans cette dernière commune une grêle affreuse a détruit tout espoir de récolte. Le même jour, une grêle d'une grosseur extraordinaire, a maltraitée 26 villages des environs de Douai.

Le 8, à cinq heures du soir, l'ouragan le plus violent qui ait été vu de mémoire d'homme, a porté en une heure de temps, le ravage dans 25 communes du département de l'Yonne.

Un orage affreux jeta le même jour la désolation dans le Kiszutzerdal, en Hongrie : cinq communes sont totalement détruites : de 300 maisons qui les composaient il ne reste plus de vestige : la grêle était amoncelée de quatre pieds de hauteur.

Le 11 une grêle, dont plusieurs grêlons étaient plus gros qu'un œuf, hacha les champs des Ardennes.

Un orage effroyable accompagné de grêle très-forte éclata le 19 à 4 heures de l'après-midi à Audenaerde : tous les environs sons ravagés, et tout espoir de récolte anéanti.

Le 25 un orage accompagné de tonnerre, d'une très-forte pluie et de grêle d'une grosseur étonnante, éclata à Londres : on comptait 1300 carraux de vitres cassés dans le seul palais du roi.

Une forte secousse de tremblement de terre sema la consternation le 31 de ce mois, à Nantes, Niort, la Rochelle, etc., à 7 heures 50 minutes du matin : elle a durée 3 secondes.

Quatorze communes des environs de Bologne ont été très-endommagées par un ouragan des plus destructeurs ; il y tomba des grêlons qui pesaient jusqu'à 9 onces.

On a ressenti pendant ce mois en Dalécarlie une forte secousse de tremblement de terre.

Mois de Juin.

La plus grande élévation du baromètre a été de 28 pouces 3 1/2 lignes, le 1er du mois, et sa moindre élévation de 27 pouces 10 lignes, le 15.

Le thermomètre à son plus haut point indiquait 23 1/2, le 10, et à sa moindre hauteur le 13, 9 degré au-dessus de glace.

Nous avons eu pendant ce mois deux orages, dont l'un dans la nuit du 11 au 12 n'a été entendu que dans le lointain ;

le second éclata le 23 et s'étendit à Boom, Anvers, Gand, Oostakker, Loochristy, et Winkel : les 5 dernières de ces communes éprouvèrent de grands dégats.

Le vent a été nord-est pendant 19 jours; il a varié pendant les 11 autres entre ouest, nord-ouest, nord-nord-ouest, et sud-ouest.

Nous avons eu 3 jours de pluie, dont 2 de pluie faible, 4 jours de temps couvert, et 23 jours de temps clair ou serein.

Le 4, à 6 heures du soir, l'ouragan le plus furieux désola la Vallée de Leffe, près de Dinant; la rivière s'est élevé à 12 pieds au-dessus de son niveau ordinaire.

Extrait des journaux.

Au commencent de ce mois diverses provinces de France ont éprouvé les orages les plus désastreux. A Lempde (Haute-Loire) une énorme masse d'eau s'est précipitée tout-à-coup d'une colline voisine dans le village ; elle s'éleva jusqu'à la hauteur de 20 pieds; à Riom plus de 3000 vitres ont été brisées.

Le 25 dans la soirée, on essuya à Strasbourg, Kelh, et sur une partie de la rive droite du Rhin, un ouragan terrible.

Sur le penchant oriental de l'Etna, dans une plaine à 200 pas de la mer et à un mille 1/2 au nord de la rade de Riposto, on a vu depuis peu se former un volcan d'argile : le cratère n'excède pas 2 1/2 pieds; l'argile fangeuse qu'il vomit s'élève à la hauteur de 6 à 7 pieds, et forme en se repandant une espèce de bourbier; elle est excellente pour les ouvrages de poterie.

Dans la nuit du 13 au 14 juin, il y a eu dans les environs de Pétersbourg et dans quelques autres provinces septentrionales

de la Russie, une gélée qui a détruit toute la jeune végétation, et surtout celle des pommes de terre.

On écrit de Naples, le 23, que depuis plusieurs jours le Vésuve lançait d'épaisses colonnes de fumée.

Le 25, Venise a été le théâtre d'un orage terrible; trois navires ont été brisés; les couvertures en plomb des coupoles et des toits de diverses églises ont eté en partie enlevés: la grêle tombait par torrens, les grêlons étaient de la grosseur d'une noix ou d'un œuf, plusieurs du poids d'une demi-livre, quelques uns même, d'une livre. Déjà depuis vingt jours, cette capitale éprouvait une très-grande sécheresse et une chaleur étouffante. Le lendemain on portait à 137 le nombre des victimes qui avaient péri tant par la chûte des débris, que par la violence des eaux.

RELATION

D'UN VOYAGE

FAIT A LA GROTTE DE HAN

AU MOIS D'AOUT 1822,

PAR MM. KICKX ET QUETELET.

LUE A LA SÉANCE DU 28 OCTOBRE.

RELATION

D'UN VOYAGE

FAIT A LA GROTTE DE HAN

AU MOIS D'AOUT 1822,

PAR MM. KICKX ET QUETELET.

L'Académie désirant avoir des renseignemens positifs sur la grotte de Han et le nouveau passage que l'on vient d'y découvrir, nous avait désignés pour aller examiner les lieux et lui faire à ce sujet un rapport circonstancié. Jaloux de remplir avec toute l'exactitude possible cette honorable mission, nous nous sommes empressés de réunir les instrumens nécessaires et de prévenir la mauvaise saison qui aurait pu porter obstacle à nos recherches. En conséquence nous nous mîmes en route le 19 août dernier; arrivés sur les lieux, notre premier soin fut de nous procurer les notions préliminaires et les moyens de réussir dans notre entreprise. D'après ces notions nous fîmes notre plan de travail, et il fut convenu que pour économiser le temps et faciliter nos recherches, l'un de nous se chargerait de la topographie intérieure de la grotte, tandis

que l'autre s'occuperait de sa partie extérieure, géognosique et physique.

Afin de procéder avec ordre, la relation que nous allons avoir l'honneur de faire à l'Académie comprendra d'abord une esquisse de la géographie physique de la contrée, où est situé le rocher : cette esquisse se lie immédiatement à l'objet principal de notre voyage, et il eût été difficile de nous dispenser de l'offrir; ensuite nous donnerons une description particulière de la grotte de Han et l'indication de quelques autres cavités qui existent dans les environs.

Quelques réflexions sur les causes qui ont pu produire ces grottes ne paraîtront peut-être pas déplacées à la suite de ces descriptions : si l'on met de l'intérêt à connaître la grandeur de leurs salles et l'élégance de leurs stalactites, auxquelles l'imagination frappée prête d'ailleurs souvent des formes qu'elles ne possèdent pas, il nous a paru que l'on peut bien en mettre également à connaître les causes physiques de ces excavations et les commotions que ces masses ont éprouvées dès les premiers temps de leur création.

Enfin nous terminerons par une notice de quelques individus végétaux et animaux les plus curieux que nous ayons recueillis dans notre course et dans le peu d'intervalles que nous laissaient nos occupations essentielles. Nous espérons que l'ensemble de notre travail satisfera l'Académie et qu'elle sera convaincue de nos efforts pour répondre à la confiance qu'elle a bien voulu nous témoigner.

La Lesse, qui traverse la grotte que nous étions chargés d'examiner, prend son origine aux bois de Luchy et de Ba-

nay, près de Neufvillers, à deux lieues sud par ouest de Neufchâteau, province de Luxembourg; de sa source à son embouchure, elle parcourt une étendue de pays de 13 à 14 lieues de vingt au degré. Ce pays offre une suite de rochers, dont les uns sont absolument nus ou couverts seulement d'un gazon, épais de quelques centimètres, à travers lequel s'élèvent leurs crêtes, tandis que d'autres plus chargés de terre présentent la plus belle végétation.

Ces rochers portent tous les caractères géognosiques et minéralogiques de la formation transitive et consistent en calcaire et schiste et en argile schisteuse, que dans le pays on nomme *aguesse*. Le calcaire s'élève beaucoup et constitue une belle sorte de marbre, susceptible du plus beau poli : il est disposé en couches d'autant plus épaisses, plus dures, plus grenues, plus noirâtres, qu'elles se rapprochent davantage de la base de ces masses pierreuses; plusieurs de ces couches sont traversées par des veines de spath calcaire, dans lesquelles on remarque souvent des cristaux de chaux fluatée violette : elles sont inclinées sous divers angles, depuis vingt à vingt-cinq degrés jusqu'à soixante; il y en a même de presque verticales, d'autres sont courbées ou inclinées en sens contraire des couches voisines, et il est rare de voir deux roches de ce calcaire, qui suivent le même parallélisme, avoir leurs bancs disposés uniformément ou dans le même plan d'inclinaison. Les fossiles y sont peu nombreux et ne consistent qu'en anomies, *anomia pecte*, Lin., et en polypolithes tubipores, *tubipora stellata*, L., que les gens du pays appellent *guépiers*, sans doute à cause de leur ressemblance avec les gâteaux des guêpes.

Le schiste argilleux s'appuie sur la base de ces masses calcaires : il s'élève souvent assez haut sur leurs flancs, mais

alors ses bancs alternent avec des couches de calcaire et diminuent en épaisseur, à mesure qu'ils s'élèvent vers le sommet de cette roche. Ces bancs sont en général si fortement inclinés, que la plupart s'approchent de la ligne verticale; ils sont surmontés assez communément par l'argile schisteuse dont les couches ne s'inclinent pas toujours dans le sens de celles du schiste qui lui est inférieur : cette roche est immédiatement recouverte par la terre végétale presqu'entièrement composée d'argile.

Le village de Han est situé entre ces rochers dans un vallon creusé par la Lesse : le fond moyen de ce vallon s'élève à cinquante-huit mètres environ au-dessus du confluent de la Lesse et de la Meuse et à cent quatre-vingt-neuf mètres au-dessus de la mer. Ces mesures, ainsi que plusieurs autres, dont il sera question plus bas, ont été prises au moyen du baromètre, en ayant égard aux réductions nécessitées par l'état thermométrique de l'air.

Quand nous arrivâmes à Han, nous venions de Rochefort, qui en est éloigné d'environ une lieue : nous avions passé sur plusieurs rochers calcaires, couverts cependant d'une assez grande quantité de terre en plusieurs endroits; tandis que dans d'autres, la roche schisteuse, sillonnée par des ravins,

---

(1) En comparant le niveau de Namur à celui du canal de Bruxelles, nous eûmes la satisfaction de voir coïncider à peu de chose près notre calcul avec celui de M. le Baron de Poederlé fils, consigné dans le tome I des anciens mémoires de l'Académie : M. de Poederlé estime la différence à 255 pieds, elle nous a paru être 252, disparité qui peut dépendre de la partie de Namur, où nous fîmes nos observations respectives ou de l'état du thermomètre, dont M. de Poederlé a pu négliger de tenir compte.

Le village et la Montagne de Han

Quinetet del *Madou* *lith de Jobard*

fatiguait les regards. Parvenus sur la hauteur qui se trouve en face du village, la scène changea entièrement : nous nous arrêtâmes quelque temps pour jouir de la beauté du spectacle qui se déployait devant nous : à nos pieds s'étendait une riche vallée, où l'on avait moissonné quelques jours auparavant : plus loin se montrait le village avec sa modeste église, et plus loin encore, le rocher de Han, dont le front couronné de bois épais s'élève au-dessus des montagnes qui l'environnent et ferme majestueusement le tableau : sur ses flancs escarpés et tapissés de verdure, on aperçoit de loin le vaste entonnoir au fond duquel se trouve le gouffre; plus bas, la Lesse qui s'en échappe brillante et limpide comme un cristal, glisse paisiblement sous des bouquets d'arbrisseaux et après avoir serpenté dans la plaine qu'elle féconde, elle se cache derrière le village, pour reparaître ensuite plus large et plus belle sous un rideau de peupliers. Tout contribue à faire de ce vallon un séjour enchanteur : l'imagination la plus riante aurait peine à se créer un tableau plus gracieux que celui qu'offre la Lesse près de sa sortie : elle semble s'élargir et s'étendre devant le rocher, comme un vaste miroir, pour réfléchir les masses de feuillage qui penchent sur ses bords : dans le fond, l'entrée de la grotte, que l'on commence à découvrir, jette une teinte sombre sur la surface des eaux et relève encore la molle verdure des saules et des arbustes, qui la cachent en partie. Au sortir de ce bassin, les eaux s'échappent avec un doux murmure, à travers une digue de cailloux, qui se trouve sur la gauche d'un grillage en bois, destiné à arrêter les poissons qui remontent la Lesse et qui autrefois venaient chercher un abri jusque dans les cavités de la montagne. Mais quand on avance ensuite jusqu'à l'entrée de la grotte, qui se prolonge vers le nord, on se trouve

frappé d'un spectacle tout nouveau : une énorme couche de pierre calcaire, assez élevée d'abord et qui paraît n'avoir aucun appui, s'abaisse ensuite vers la gauche et s'enfonce sous les eaux. Au-dessus d'elle s'étend une large ceinture de mousse et de lierre, chargée d'arbrisseaux, qui cachent ce que le reste du rocher pourrait avoir d'affreux : on ne peut s'empêcher de frémir en plongeant ses regards sous cette voûte immense, qui semble suspendue sur les eaux comme par enchantement ; on tremble de la voir se détacher subitement et de demeurer écrasé sous ses débris. Dans les temps fabuleux, l'imagination des hommes, frappée d'une secrète horreur, à l'aspect de ces constructions gigantesques, aurait sans doute cru voir ici l'entrée des enfers : du moins la peinture que Virgile nous en a donnée, convient parfaitement à l'entrée de notre grotte :

> Spelunca alta fuit vastoque immanis hiatu
> Scrupea, tuta lacu nigro, nemorumque tenebris
> Hic specus horrendum.

On ne peut se former une idée du bruit épouvantable que fait à l'entrée de la caverne la détonnation d'une arme à feu : toutes les cavités de la montagne semblent mugir en même temps et les voûtes se détacher et crouler ensemble. A ce bruit affreux succède bientôt un calme imposant, qui n'est interrompu que par le cri lugubre des chauve-souris qui se cachent dans l'intérieur de la grotte ou par le bruit monotone des eaux qui filtrent lentement à travers le rocher et tombent goute à goute dans la Lesse qui semble à peine se mouvoir. La plus grande hauteur de la voûte, au sortir de la rivière, peut être de trois à quatre mètres et sa plus grande largeur de quarante-cinq environ : ses flancs qui descendent presque verticalement des deux côtés dans la Lesse ne per-

Grotte de sortie de la Lesse au trou de Han

Quetelet del. *Madou* *Lith. de Jobard*

mettent de pénétrer dans l'intérieur qu'au moyen d'une nacelle.

Avant de nous embarquer, nous eûmes soin de sonder la rivière en un grand nombre d'endroits : sa moindre profondeur est à sa sortie, probablement à cause des fragmens nombreux qui se sont détachés de la voûte et qui garnissent le fond. La sonde fut arrêtée plus d'une fois entre ces débris, où elle s'enfonçait d'un mètre et demi tout au plus; tandis qu'un peu plus loin, en descendant et vers la gauche, nous trouvions jusqu'à cinq et six mètres de profondeur; ce que nous avons trouvé également dans l'intérieur de la grotte. Les eaux de la Lesse étaient alors fort basses.

Bientôt nous allumâmes nos flambeaux, et la nacelle nous transporta jusqu'au fond de la première galerie où nous mîmes pied à terre. En s'arrêtant dans cet endroit et en se tournant vers le côté par lequel on est entré, on jouit d'un des plus beaux tableaux qu'offre la grotte, à cause de l'admirable effet des lumières. On aperçoit encore de loin à travers une étroite ouverture le ciel et le feuillage qui se réfléchit dans les eaux : tandis que les nombreuses stalactites qui pendent entre les fentes des rochers, comme d'énormes franges, se colorent tour-à-tour par la lumière du jour et le rougeâtre éclat des flambeaux. Dans la position, où nous étions alors, nous avions à notre gauche les galeries que nous allions parcourir, et à droite la grotte que l'on montrait autrefois aux curieux, avant que l'on eut découvert le nouveau passage. Cette grotte, que l'on désigne sous le nom de *Petite grotte,* ainsi qu'une autre que nous avions déjà laissée sur la droite, avant de nous embarquer, peut encore être considérée comme une des plus belles du pays : il en

sera parlé plus tard. Pour le moment entraînés par notre curiosité, toute notre attention se porta vers les passages principaux et il ne nous fut guères possible d'observer cette fois toutes les cavités de la montagne et encore moins d'en prendre les dimensions : ce ne fut que le lendemain que l'un de nous commença ce travail. Nous nous dirigeâmes donc vers l'endroit où nous devions passer l'eau une seconde fois, en marchant avec précaution sur des amas de terre glaise, que la Lesse a rejetés sur sa rive droite. La rivière dans cette superbe galerie peut avoir dix à douze mètres de largeur, sur cinq à six de profondeur : bientôt elle s'élargit, quand on approche de la *Grote du débarquement*, où la voûte commence à s'élever pour former la *Grotte du dôme* : les eaux arrivent en cet endroit de deux côtés à la fois ; nos guides prétendaient qu'elles sortaient de dessous les rochers, et que la barque ne pouvait aller plus avant ; c'est une erreur, qui sera relevée dans la suite de cette relation. Quelquefois les curieux préfèrent venir avec la nacelle jusqu'à la *Grotte du département* pour éviter de passer sur la terre glaise où l'on ne marche pas sans danger ; parce que, cette terre étant continuellement humide, on y glisse facilement ; et le moindre écart peut faire tomber le voyageur dans le précipice.

En débarquant, nous nous trouvions encore sur la terre glaise et devant nous s'offraient d'immenses fragmens de rochers entassés confusément, qui semblent jetés là comme pour servir de barrière et défendre aux curieux l'accès du reste de la grotte. Autrefois l'on n'allait pas plus avant ; c'est depuis peu qu'on a trouvé de nouveaux passages. On monte d'abord à travers quelques débris de pierres et bientôt on aperçoit un chemin étroit, de la hauteur d'environ huit décimètres,

entre deux énormes fragmens de rocher parallèles et légèrement inclinés. Il faut se laisser glisser à travers cette étroite ouverture, que l'on a nommée le *Passage du Diable* et l'on se trouve alors dans une galerie où l'on a encore la Lesse à sa droite et sur la gauche ce vaste amas de pierres que l'on a déjà remarqué. Pendant qu'on avance, un des guides escalade cette effroyable pyramide et paraissant tout à coup au sommet, il agite son flambeau et fait de l'intérieur de cette grotte une des scènes les plus épouvantables qu'il soit possible de voir. La voûte est tellement élevée, les proportions de la place tellement colossales que l'on n'aperçoit au milieu des ténèbres que le flambeau qui s'agite, comme un point brillant, en répandant une fumée épaisse, qui s'amasse en noirs tourbillons et semble former une nouvelle voûte, dans laquelle se plonge le sommet de la pyramide : on cherche en vain à démêler les contours de ce prodigieux assemblage de débris, qui sont entassés dans l'enceinte du *Dôme*; à la lueur des flambeaux, on n'aperçoit au milieu de l'obscurité profonde que quelques pointes de rochers, qui percent de différens côtés et paraissent comme suspendues dans le vide. Il nous fut impossible pour le moment de vérifier par nous mêmes ce que l'on dit de l'étonnante hauteur de la voûte et des racines qu'on a prétendu avoir aperçues à travers les fentes.

Nous étions alors élevés de deux à trois mètres au-dessus du niveau de la Lesse : nous continuâmes à monter jusqu'à un passage étroit où nous avions sur la droite deux belles pyramides d'albâtre et les eaux de la Lesse qui s'échappent à travers des débris de rochers entassés pêle-mêle. Ici l'on commence à perdre de vue la *Grotte du dôme,* qu'on a eue constamment sur la gauche, depuis l'instant du deuxième dé-

barquement et l'on descend sur des quartiers de rocs vers la *Salle des draperies* (1), où l'on retrouve la rivière qui a disparu pendant quelque temps. C'est une place fort remarquable sous le rapport des stalactites, qui y affectent les formes les plus bizarres. On croirait voir, suspendus à la voûte, une infinité de linges qu'un froid excessif a congelés. Quand on les touche légèrement, elles rendent un son bien prononcé, semblable à celui du bronze. Elles sont en partie couvertes de terre glaise que les eaux y déposent dans les fortes crues, et l'on y remarque facilement que la Lesse monte alors dans cette place jusqu'à la hauteur de quatre mètres environ. On continue à descendre sur l'argile jusqu'au niveau de la rivière : la voûte s'abaisse aussi considérablement, de manière que l'on doit se courber pour ne point heurter contre elle. Au sommet d'un angle, à gauche, on remarque une admirable stalagmite qui a la forme d'un *saule pleureur* penché sur un bassin qui s'est formé à son pied. On remonte ensuite vers le *Bénitier,* qui est une autre stalagmite qui prend son nom de sa singulière conformation, et l'on entre dans une galerie où l'on continue à voir la Lesse sur la droite. Le fond en est couvert de fragmens de rochers qui probablement se sont détachés de la voûte, dont la forme ici devient assez régulière. Au sortir de cette place, que l'on nomme *la Carrière,* on descend vers le *Mont blanc,* énorme stalagmite, qui s'élève sur la gauche, semblable à un rocher couvert de glaçons ; et plus bas sur la droite dans le coin du *Chinois,* on trouve les fissures étroites à travers lesquelles la Lesse commence à se montrer, après avoir erré pendant long-

(1) Nous avons cru devoir imposer des noms aux salles remarquables par quelqu'accident particulier, afin de rappeler les localités : nous avons conservé les noms qui existaient déjà.

temps dans l'intérieur de la montagne : elle est d'abord assez resserrée, mais bientôt elle s'élargit et parcourt les différens chemins, dont nous venons de parler, tantôt visible, tantôt cachée sous des débris ou derrière des rochers. A partir de ce coin, le chemin, qui avait eu six à douze mètres de largeur, se rétrécit tout à coup et la voûte s'abaisse. On trouve encore quelques grandes stalagmites et on arrive à un des passages les plus difficiles de la grotte ; c'est la *Brèche :* on a devant soi, à la hauteur de plus d'un mètre, un trou dont la largeur n'excède point six décimètres : on y monte difficilement, parce que les pieds ont fort peu d'assurance, étant placés sur des pointes de rochers qui percent à travers les eaux qui semblent séjourner en cet endroit. On pourrait sans peine rendre ce passage plus praticable, en y jetant quelques grosses pierres : la grotte ne perdrait rien de sa beauté ni même de son horreur pour être d'un accès un peu plus facile. On passe ensuite par des défilés très-étroits et très-escarpés : il paraît que la pierre calcaire en cet endroit a opposé à la violence des courans plus de résistance que partout ailleurs : la surface de la roche est entièrement rongée et les pieds ne s'y posent que difficilement à cause des pointes aigues dont elle est hérissée : cette partie de la grotte, comme on peut le voir sans peine, est formée par la seule action des eaux : plusieurs rues se succèdent ensuite en formant des angles très-prononcés : on y trouve quelques stalactites en couches minces et transparentes, qui ressemblent à une sorte de vernis, à travers lequel brille la couleur noirâtre de la pierre ; ce qui lui donne l'air d'être vitrifiée. En sortant de là, on entre dans une grande salle, couverte de débris, à l'entrée de laquelle on voit sur un rocher à gauche une stalagmite nommée la *Sentinelle*, qui donne son nom à la place. On retrouve ensuite l'argile et par une montée fort désagréable,

à cause de la quantité de boue qui s'y amasse ordinairement, on arrive à la *Place d'armes*, qui est sans contredit la plus grande salle après celle du *Dôme* : elle est à peu près circulaire et de plus de quarante mètres de largeur : la voûte est assez élevée ; et le fond, qui est d'argile, forme un vaste bourlet, autour duquel les eaux dans les fortes crues se précipitent sans doute en tournoyant ; car au milieu nous remarquâmes un assez large sillon, au bout duquel se trouve un entonnoir d'une grande profondeur. Vers le côté opposé à celui par lequel on a monté à la *Salle d'armes*, une branche de la Lesse filtre à travers les rochers, coule dans la direction du sud au nord, en laissant la *Place d'armes* sur la gauche et va se perdre de nouveau sous des arcades inaccessibles. La vitesse du courant était, assez loin avant l'entrée de la rivière dans la grotte et après sa sortie au dehors de la digue dont nous avons parlé, d'environ un mètre par sept secondes ; ici elle était d'un mètre par dix secondes : ce ralentissement peut dépendre de la division de la Lesse en plusieurs canaux dans l'intérieur de la grotte, du peu de pente de leurs lits, ou de l'obstacle que la digue placée à cinquante pas de la sortie porte à la libre évacuation de l'eau, quoique cette digue soit percée d'une multitude de petits passages dans toute sa longueur.

Nous avons aussi examiné la nature chimique de l'eau : nous nous étions munis à cet effet de différens réactifs ; mais ils nous ont été inutiles, l'eau ne nous a paru différer de toute autre eau de rivière que par un goût un peu fade, que nous attribuâmes à une très-petite quantité d'argile tenue en suspension et à l'action du soleil sur la Lesse, dont la profondeur dans une grande étendue de son cours ne dépassait guères 40 à 50 centimètres.

La température des eaux dans la *Salle d'armes* était à 10°,

nous la trouvâmes ensuite à son entrée dans la grotte à 14°, tandis qu'à la sortie du côté intérieur de la digue elle était à 12 degrés au-dessus de zéro; et celle-ci nous paraît être la température véritable hors de la grotte; car elle avait été prise à la profondeur de deux mètres au nord, à la sortie et assez loin de la roche pour que l'atmosphère seule pût avoir déterminé son état thermométrique.

L'hygromètre de Deluc indiquait 80 degrés, après que nous eûmes passé trois heures dans la grotte : ce qui suppose, toute correction faite et au terme moyen, 40 1/2 grains d'eau tenue en dissolution par mètre cube d'air ou 15 3/4 grains par mètre cube de plus que l'air extérieur à la même température. Nous citerons encore ici une fait que nous eûmes lieu d'observer en travaillant dans l'intérieur à la confection du plan de la grotte. En approchant de la *Salle d'armes*, vers onze heures du matin, il y régnait une vapeur épaisse et blanchâtre; nous crûmes d'abord que le guide, qui nous précédait, avait allumé des torches de paille, et que c'était leur fumée qui remplissait la place; il nous assura le contraire et nous eûmes lieu de nous convaincre alors que c'étaient des vapeurs du brouillard, qui s'était élevé dans la matinée : elles avaient pénétré des deux côtés dans les cavités de la montagne et s'étaient arrêtées dans la *Salle d'armes* qui est à peu près au centre de la grotte.

L'air n'est affecté d'aucun gaz nuisible (1) : la température était dans la plupart des passages de 12 degrés au-dessus

(1) On ne saurait cependant prendre trop de précautions, à cause de l'humidité et des échauffemens continuels auxquels on est exposé par les difficultés des passages; on sort rarement de la grotte sans être couvert de sueur : forcés d'y rester par la nature de notre travail pendant plusieurs journées consécutives, nous avons pu par nous mêmes apprécier le danger.

de zéro; mais dans la *Salle d'armes* elle était de 10 3/4; cette salle, comme nous l'avons dit, est à peu près le point le plus éloigné des extrémités par lesquelles l'air extérieur s'introduit : le thermomètre placé chez le fermier près de l'église, au nord et à l'ombre, se tint pendant l'observation à 19°. Nous croyons néanmoins devoir prévenir que cette observation ne doit pas être tenue pour rigoureusement juste, malgré les précautions que nous avons prises pour en assurer le succès, nous étions munis de six ou huit bougies et de deux falots dont la chaleur jointe à celle qui émanait de nos corps rassemblés dans un petit espace, peut avoir augmenté la température de l'air ambiant.

On trouve de belles stalagmites dans la *Salle d'armes* le long du mur qui est au sud et surtout près de l'endroit, où les eaux s'échappent des fissures du rocher. Pour arriver au passage d'eau il faut descendre de quatre à cinq mètres : la descente est assez rapide ; un des conducteurs qui nous devançait glissa sur l'argile et ne put s'arrêter dans sa chute qu'au bord de l'eau. Comme il n'existe aucune nacelle ni aucune espèce de pont, il faut se résoudre à se faire porter par un conducteur ou bien à traverser la rivière qui monte jusqu'à la ceinture quand elle est basse ; alternative également désagréable que l'on évitera par la suite si M. Gilles, propriétaire de la grotte, que nous avons eu l'avantage de rencontrer à Han, veut bien faire jeter, comme il l'a promis, dans ce passage large d'environ six mètres, quelques grosses pierres à des distances capables d'être enjambées ; car il serait impossible d'établir un pont que les eaux enlèveraient infailliblement dans les fortes crues. On nous dit que les garçons meuniers, qui trouvèrent le nouveau passage en 1818, n'osèrent d'abord passer en cet endroit ; mais qu'ayant laissé des signaux sur le bord de l'eau

ils les reconnurent, en arrivant à l'autre bord, par le côté opposé de la grotte et qu'alors seulement un des assistans osa traverser la rivière à la nage. En remontant sur la terre glaise de l'autre côté de l'eau, on voit se déployer devant soi une vaste galerie dont la coupe verticale est en forme de *fer de lance;* elle peut avoir dix mètres de hauteur sur quinze de largeur. En considérant la roche usée par les frottemens continuels, on peut se former une idée de la violence avec laquelle les eaux allaient se précipiter dans l'intérieur de la *Salle d'armes*. On aperçoit de toutes parts des stalactites qui pendent aux rochers comme de larges draperies garnies de franges : on peut y voir encore la hauteur à laquelle monte la Lesse dans la saison des pluies par la terre humide qu'elle a déposée à plusieurs mètres du sol. La voûte s'abaisse ensuite et prend une forme plus arrondie, mais le passage conserve à peu près la même largeur : l'on continue à marcher sur un fond d'argile qui s'incline légèrement d'un côté et qui est toujours glissant comme dans le reste de la grotte, à cause de la grande humidité qui y règne. Du reste les dimensions de ces galeries sont si vastes et l'obscurité si profonde, que les flambeaux qui n'éclairent que tout au plus à quelques mètres de distance, deviennent insuffisans pour montrer le chemin, d'autant plus que les inégalités de la voûte jettent de toutes parts des masses d'ombre qu'on serait tenté de prendre pour les chemins mêmes. Bientôt on voit s'ouvrir devant soi deux vastes corridors; pour sortir de la grotte, il faut suivre celui qui se présente sur la droite; mais l'autre attire d'abord toute l'attention par les beautés qu'il renferme. Quoique large on y monte assez péniblement, à cause de quelques blocs de rocher qui d'un côté ferment l'entrée; mais aussitôt qu'on a surmonté ces obstacles, on voit la plus belle

stalagmite que renferme la grotte; c'est le *Trophée :* elle est isolée et s'élève à environ quatre mètres et demi de hauteur, le diamètre de sa base est à peu près de même dimension : on croirait voir un large autel d'albâtre sur lequel s'élève une grande quantité de plumes d'une blancheur éclatante, qui retombent en formant une espèce de voûte. La galerie qui renferme le *Trophée* est en harmonie avec ce beau monument. Le rocher qui se trouve à gauche s'élève comme un mur à une hauteur prodigieuse et va s'effacer au loin dans l'obscurité : l'autre plus incliné se penche et se courbe légèrement en voûte à laquelle sont suspendues des stalactites qui entourent le *Trophée* comme de vastes draperies blanches : ces deux rochers, avant de se rejoindre, laissent entr'eux des cavités immenses qu'on ne peut comtempler qu'avec effroi : on dirait que la voûte s'est entr'ouverte pour former un dôme au-dessus de cet admirable ouvrage de la nature. Le *Trophée* n'est pas la plus haute stalagmite de la grotte, mais c'est sans doute la plus élégante et ses formes sont beaucoup plus gracieuses que celles de l'*Autel,* qu'on admire dans la grotte d'Antiparos et que Tournefort dans sa relation regarde comme la plus belle stalagmite qui soit dans le monde. En pénétrant plus avant, dans un enfoncement sur la droite, on voit une autre belle stalagmite plus grande mais moins élégante que le *Trophée :* elle n'a pas d'ailleurs l'avantage de se trouver isolée dans une admirable galerie : ici la forme de plumes se trouve encore mieux dessinée : elles forment des larges bouquets qui vont en s'élargissant par degrés jusqu'à la base. Cette stalagmite offre encore l'apparence d'une fontaine d'où l'eau s'échappe en écumant et tombe de chute en chute jusqu'à la base : c'est ce qui l'a fait nommer la *Cascade.* Nous rencontrâmes ici beaucoup de difficultés à pé-

nétrer plus avant, à cause des quartiers de rocs qui encombrent le passage, et bientôt il fallut retourner sur nos pas, car devant nous s'ouvrait un vaste *abîme,* dans lequel il était impossible de descendre, à cause de la rapidité de la pente. Sa profondeur était telle qu'on ne pouvait apercevoir l'intérieur. Nous y jetâmes quelques pierres ; elles allaient tomber dans l'eau, après avoir roulé pendant long-temps sur les rochers : nous y jetâmes ensuite une torche de paille enflammée ; mais nous ne pûmes entrevoir qu'un large souterrain rempli d'eau et de fragmens de rocs.

En sortant de la *Grotte du trophée,* nous étions à cent neuf mètres de distance du dernier passage d'eau et à six cent vingt-quatre mètres de la sortie de la Lesse. Nous nous remîmes en marche par le chemin que nous avions laissé sur la droite et bientôt, après avoir dépassé une énorme pierre, nous nous trouvâmes au coin des *Mamelons.* C'est un endroit fort humide, qui est peu élevé au-dessus de la surface des eaux de la Lesse. On y voit une quantité considérable de stalagmites arrondies en forme de mamelons. Il y en a trois principales, de la hauteur d'un mètre environ : leur surface semble travaillée au ciseau et criblée d'une infinité de petits réservoirs. Ce genre de stalagmites est assez rare dans la grotte de Han : on en trouve encore dans l'une des petites grottes, qui sont à la sortie de la Lesse. Nous en avons vu une aussi à Freyr ; on la nomme la Cascade.

En avançant, on cesse bientôt de marcher sur la terre glaise et l'on passe par plusieurs chemins rocailleux qui se rétrécissent d'une manière presqu'insensible. Dans l'un d'eux nous aperçumes un arbre d'environ trois mètres de hauteur, avec ses branches et ses racines, que la violence des eaux avait en-

trainé jusque là. Dans une autre, nous entendîmes le bruit d'un oiseau, qui semblait s'effrayer à notre approche; bientôt il vint voltiger autour de nos flambeaux et disparut : c'était une hirondelle que l'explosion des armes à feu avait sans doute effrayée la veille et qui s'était égarée dans l'intérieur de la grotte. Du reste à l'exception des chauve-souris, qui se réfugient en assez grande quantité dans la grotte de sortie, on n'aperçoit aucun être vivant dans les cavités de la montagne : l'absence absolue de toute lumière, la privation de toute nourriture, l'eau qui s'y élève quelquefois jusqu'à cinq mètres et plus, y termineraient bientôt la vie de tout être qui ne saurait s'élever jusqu'aux faîtes des dômes et sortir de ces lieux de ténèbres pour aller chercher sa proie. La végétation y est absolument nulle : des grains échappés des torches de paille à demi-brulées qu'on avait laissées dans quelques endroits, avaient germé dans l'humidité : ce sont les seuls signes de vie, que nous ayons pu apercevoir dans ces lieux où la nature semble se montrer encore entourée des ténèbres et des informes élémens du cahos.

On prétend que des poissons propres à la Lesse pénètrent dans la grotte : plusieurs personnes en ont vus jusque dans le courant qui traverse la *Salle d'armes*, ce sont des perches, *perca fluviatilis,* L.; des ombles, des truites, *salmo umbla, trutta, fario,* L.; des goujons, des barbeaux, des gardons, des vairons, *cyprinus gobio, barbus, leuciscus, phoxinus,* L.; même des brochets, etc. Ces poissons entrent par la Meuse dans la Lesse et ne dépassent jamais, dit-on, le rocher de Han : le passage en effet est à peu près impossible, comme nous le verrons bientôt.

Nous laissâmes sur la gauche plusieurs passages étroits, et

nous parvinmes à une rue de plus de cent mètres de longueur : l'illusion est telle que quand du commencement on voit un flambeau à l'autre extrémité, on le croirait à une distance trois et quatre fois plus grande. Les corridors se resserrent ensuite de plus en plus et l'on juge par les fentes et les larges sillons qui se trouvent dans la roche, combien les eaux ont travaillé avec effort pour les élargir. Bientôt on ne passe plus qu'avec peine à travers les chemins resserrés qui se coupent à angles droits. Dans l'un d'eux nous aperçumes encore un tronc d'arbre qui y avoit été poussé par les eaux. Il y a plusieurs passages pour sortir de la grotte : tous sont excessivement étroits et dans une direction presque parallèle. On choisit ordinairement le dernier comme le moins incommode, quoiqu'il ait tout au plus un mètre de largeur dans le bas, et que le haut du corps frotte continuellement contre la roche.

Pour parcourir la grotte, comme nous le fîmes la première fois, c'est-à-dire pour s'en former une idée, il faut environ trois heures : encore n'a-t-on pas le temps de considérer bien attentivement les beautés qu'elle renferme. Il faut compter 515 mètres depuis la sortie de la Lesse jusqu'au dernier passage d'eau dans la *Salle d'armes*, et 1138 mètres, c'est-à-dire plus d'un quart de lieue, pour la longueur de la grotte entière, sans y comprendre les passages latéraux. La grotte de Han surpasse donc deux fois la longueur de la fameuse grotte d'Antiparos, qui au rapport de Tournefort peut avoir 300 brasses depuis l'entrée jusqu'à l'endroit le plus profond où l'on puisse descendre. Encore ce savant observateur s'en est-il rapporté au dire des guides, qui sont assez dans l'habitude d'exagérer, et qui n'auront sans doute pas eu égard à l'inclinaison des terrains.

L'endroit, par lequel nous étions sortis, offre un aspect tout-à-fait sauvage. C'est l'*ancienne entrée* par laquelle la Lesse se jetait autrefois dans la montagne ; elle est resserrée entre deux rochers escarpés et couverts de feuillage : sur la droite on aperçoit cinq ouvertures, qui conduisent dans l'intérieur de la grotte : le chemin est hérissé de pierres et de broussailles; des arbustes nombreux y versent une ombre épaisse; et dans le fond, une vaste couche de rocher, soutenue par un large pilier, forme une caverne profonde qu'on prendrait pour un repaire d'animaux féroces. A quelques pas de là, on avait creusé la terre et l'on avait retrouvé l'ancien lit de la Lesse, qui se compose d'une couche épaisse de cailloux roulés.

En laissant ensuite la montagne à droite, et en remontant la distance d'environ 440 mètres, on arrive à la grotte, dans laquelle la Lesse court s'engouffrer aujourd'hui par une pente rapide. On ne l'aperçoit point d'abord, elle est cachée derrière un massif d'arbres : mais on entend de loin le bruit des flots qui se brisent sur des pointes de rochers, et qui vont se précipiter en bouillonnant dans l'abîme: bientôt on voit un fragment de roc, qui s'allonge en pilastre, et se courbe vers la montagne comme pour lui présenter un point d'appui. Les couches du rocher, qu'il soutient, sont fortement inclinées du sud-sud-est au nord-nord-ouest, et présentent une surface immense, qui forme avec lui deux larges arcades par lesquelles les eaux s'élançent en même temps, quand la Lesse est enflée par les orages. Dans tout autre temps on peut descendre par une de ces arcades jusqu'à l'entrée du *Gouffre*. Les eaux dans l'intérieur prennent une teinte sombre et contrastent singulièrement avec la blancheur de l'écume qui s'amasse en flocons épais. L'entrée présente à peu près la forme d'un quadrilatère faiblement incliné : on distingue assez bien l'in-

térieur et les rochers sans bords qui resserrent les eaux, mais il est impossible de voir les canaux par lesquels la Lesse pénètre dans la montagne : ils se trouvent probablement à droite en entrant et au-dessous du niveau de l'eau. C'est du moins de ce côté que s'arrêtent les flocons d'écume; c'est aussi de ce côté qu'étaient entraînés les morceaux de bois et les corps légers, que nous jetions dans le courant : enfin c'est encore là que le torrent doit exercer sa plus forte action, puisqu'il s'y précipite dans une direction presque perpendiculaire. On peut remarquer les mêmes effets dans la grotte voisine, où la Lesse va jeter une partie de ses eaux quand le *Gouffre* devient insuffisant pour les engloutir toutes; les différentes fissures sont sur la droite : on n'en aperçoit aucune du côté opposé.

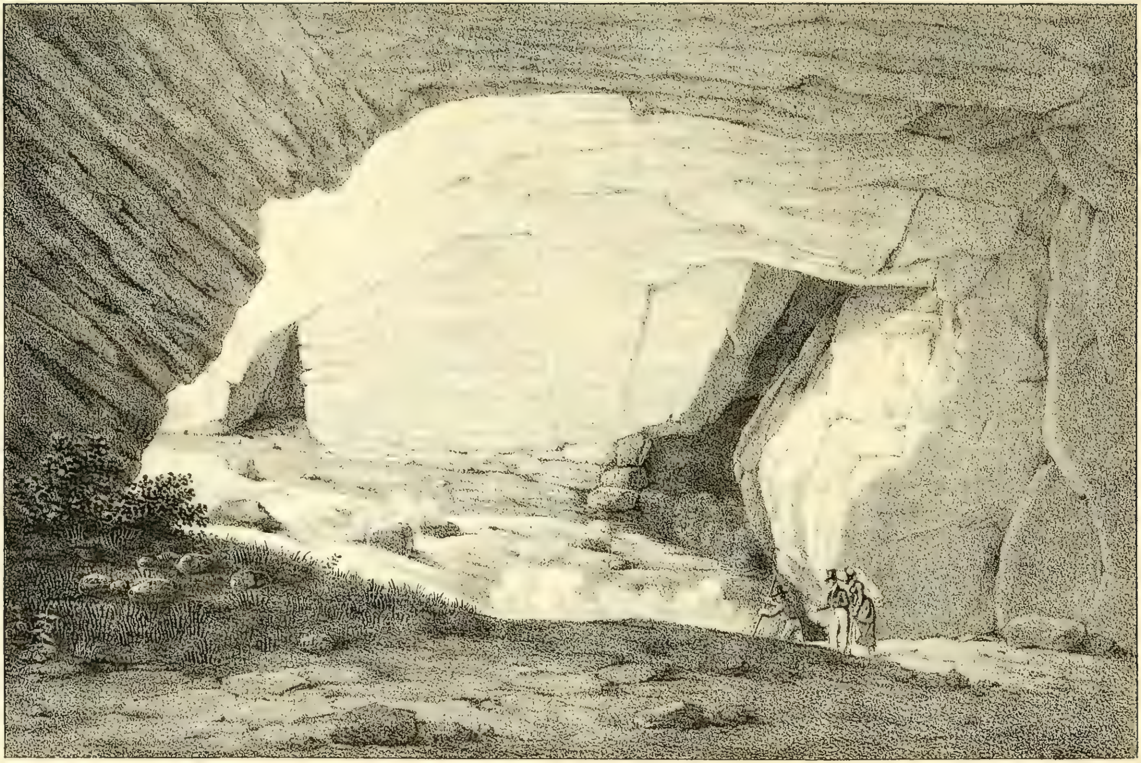
La *Grotte du Gouffre* offre au crayon du dessinateur une foule de tableaux variés, à cause de l'effet pittoresque des deux grandes arcades qui s'arrondissent devant elle et du mélange agréable des eaux et de la verdure qui lui donne un caractère moins sauvage. Du reste elle se trouve entièrement détachée de la grande grotte, puisqu'on n'a pu jusqu'à présent découvrir les communications qui existent entr'elles : on se trouve encore réduit à former des conjectures à cet égard. Voici ce qu'on sait de positif sur le cours des eaux : quand le temps est sec, la Lesse entre dans la montagne par l'une des arcades de la *Grotte du gouffre;* mais après de fortes pluies, elle y pénètre par les deux arcades à la fois; souvent même elle inonde toute la vallée, remplit entièrement le *Gouffre,* court jeter une partie de ses eaux dans son ancien lit, et si toutes les cavités de la montagne deviennent insuffisantes pour la recevoir, elle se précipite comme un large fleuve autour de la montagne et va rejoin-

dre à la grotte de sortie la partie de ses eaux qui ont pu se frayer un passage dans l'intérieur.

On a fait de nombreuses expériences pour déterminer le temps que la Lesse emploie à traverser la montagne; mais très-peu ont réussi. On y a jeté des animaux vivans, qui n'ont point reparu : on y a jeté également des corps flottans et sans obtenir plus de succès. On peut facilement rendre raison de ces faits : il doit exister dans l'intérieur, à en juger par les fentes étroites où la rivière commence à reparaître, des passages tellement resserrés que les corps de quelque volume ne sauraient y passer. Il doit en exister d'autres, tels que dans la grotte du gouffre, qui sont au-dessous du niveau des eaux et où les corps flottans d'un moindre volume se trouvent encore arrêtés à la surface. La seule expérience que l'on pourrait donc tenter avec succès, serait de colorer les eaux à leur entrée et d'aller les attendre ensuite à la sortie. Or, cette expérience peut se faire sans peine après un violent orage, lorsque les eaux ont été soudainement troublées : les habitans nous ont assuré qu'il leur fallait alors environ l'espace d'un jour, pour reparaître troubles à leur sortie. Nous pensons qu'on peut encore rendre raison de ce phénomène, en considérant les grandes masses d'eau qui se trouvent avant l'orage dans l'intérieur de la montagne et qui doivent prendre leur écoulement avant les autres; et en remarquant d'une autre part que cet écoulement ne peut s'effectuer que d'une manière fort lente, parce que les canaux par lesquels il s'opère, sont tellement resserrés en certains endroits, qu'ils font déborder la Lesse d'un côté de la montagne, tandis que de l'autre ils versent si peu d'eau que la rivière ressemble à un lac immobile. Il faut encore ajouter à cela que les eaux, chargées de terre,

Ancienne Entrée de la Lesse.

Quetelet del. *Madou* *Lith: de Jobard*



Grotte du Gouffre.

Quetelet del. *Madou.* *Lith: de Jobard.*

étant plus pesantes que les autres, ont moins de tendance à se mêler avec elles, surtout s'il est vrai qu'elles arrivent par des chemins plus bas que le niveau de la rivière. Ce que nous venons de dire explique aussi pourquoi les poissons ne sauraient dépasser le rocher de Han; l'eau continuellement pressée doit traverser ces canaux étroits avec une force qu'ils ne sauraient surmonter : s'ils parvenaient même dans la *Grotte du gouffre*, ils ne pourraient encore remonter la Lesse que dans des crues d'eau extraordinaires : dans d'autres temps l'eau est trop peu profonde, elle se précipite sur un plan trop incliné entre des quartiers de rocs pour qu'aucun poisson soit capable de résister à sa violence.

La description de la grotte principale nous a peut-être fait entrer dans des détails un peu longs, mais nous avons cru ne devoir rien omettre, afin que s'il survenait encore quelqu'une de ces épouvantables catastrophes qui l'ont produite, on puisse reconnaître au moins son ancienne disposition. Nous dirons maintenant quelques mots des deux *petites grottes*, dont il a déjà été question.

La première offre une entrée assez large, qui se rétrécit presqu'aussitôt à cause de deux couches de rocher qui se sont détachées de la voûte et qui encombrent le passage. On laisse sur la droite une fente de la longueur d'environ dix mètres et par un chemin fort étroit on arrive dans une galerie assez grande mais qui a peu d'élévation : dans le fond et avant de tourner sur la droite, d'énormes blocs d'albâtre s'élèvent en colonnes et soutiennent la voûte ; malheureusement elles ont perdu tout leur éclat et leur blancheur par une fumée noire et huileuse qui s'est attachée autour d'elles.

Il paraît que ces cavernes ont été habitées autrefois, du moins les habitans du village nous l'ont assuré. On descend alors par une nouvelle galerie, dont le fond est assez inégal, vers une grande place remarquable par plusieurs belles stalagmites. L'eau qui pénètre par quelques fentes, forme sur les côtés deux bassins qui ont peu de profondeur; cette place qui est la dernière, est à peu près de niveau avec les eaux de la Lesse : la grotte entière a 95 mètres de profondeur.

La seconde est plus grande et présente une profondeur de 134 mètres, à partir de la masse d'argile qu'il faut monter pour y parvenir. Sa forme est celle d'un arc qui offre très-peu de courbure; sa largeur varie depuis trois mètres jusqu'à dix, mais dans le fond elle se rétrécit tellement qu'on ne peut plus avancer. La voûte, sans s'élever beaucoup, offre de grandes inégalités : d'abord elle est assez régulière ; elle doit sa forme à deux couches de rocher assez unies qui s'appuient l'une sur l'autre, de sorte que sa coupe verticale offrirait un angle rectiligne bien prononcé. On trouve quelques voûtes semblables dans la grande grotte et notamment celle de la *Carrière* et celle par laquelle on entre dans la première petite grotte; on voit qu'elles sont dues à des éboulemens. Mais la roche s'abaisse ensuite tellement, qu'il faut se courber pour ne point heurter contre les pointes qu'elle présente de toutes parts : elle s'élève encore faiblement quand on approche de plusieurs belles stalagmites sur lesquelles elle s'appuie : il faut se traîner ensuite ponr pénétrer plus avant. Derrière les stalagmites, dont nous venons de parler, on trouve les *Fontaines,* ce sont de petits bassins toujours remplis d'une eau limpide; on les croirait creusés dans l'albâtre par la main des

hommes; leur plus grande largeur est d'un mètre environ. On trouve encore près de là deux stalagmites qui brillent comme si elles étaient couvertes de pierres précieuses; elles doivent sans doute cet éclat à une cristallisation assez bien marquée que n'ont point les autres. Nous avons vu très-peu de stalagmites de cette espèce; en général les autres étaient lisses et d'un blanc-mat, celles-ci étaient d'un blanc-gris et légèrement ondulées à leur surface : en approchant la lumière on apercevait une infinité de points étincelans et un brillant éclat semblable à celui du drap d'argent : nous en prîmes un morceau, mais au grand jour, il n'étincelait plus comme dans la grotte; l'intérieur offrait une masse de cristaux disposés d'une manière assez régulière et traversés par des zônes d'un gris-foncé.

« Toutes les cavités que nous venons d'indiquer étaient connues lorsque nous arrivâmes à Han. D'après nos conventions, tandis que M. Kickx fesait ses observations à l'extérieur, j'avais pris dans la grotte les données nécessaires pour en dresser le plan; mais de retour chez moi, je fus peu satisfait des renseignemens que j'avais recueillis sur le cours des eaux; d'une autre part, la carte que je dressai, me fit supposer des communications entre quelques passages: pour lever mes doutes et rendre notre travail aussi exact que possible, je me décidai à retourner sur les lieux.

» Je m'occupai d'abord du cours souterrain de la Lesse, et j'examinai avec soin les deux courans dont les guides nous avaient parlé la première fois. Celui qu'on laisse à gauche, en débarquant, sort d'une vaste salle qui fait partie de la *Grotte du Dôme* : les rochers qui se plongent presque verticalement dans les eaux ne permettent pas de débarquer.

Nous ne pûmes apercevoir aucuns passages; s'il en existe, ils se trouvent sans doute sous le niveau de la rivière. Les eaux étaient alors peu profondes et notre nacelle s'arrêta plusieurs fois sur des bancs d'argile. Après avoir tourné difficilement autour de deux vastes blocs de rocher, qui sont au milieu de la salle, nous revînmes au lieu d'où nous étions partis. Je voulus alors remonter l'autre courant, mais les guides, rebutés sans doute par les obstacles que nous venions d'éprouver, m'assurèrent que cette tentative serait également inutile : j'insistai; et nous eûmes d'abord assez de peine à dégager la nacelle de plusieurs rochers entre lesquels elle s'était enfoncée presqu'en entrant dans le nouveau passage: nous avançâmes alors encore de douze à quinze mètres et nous eûmes les mêmes obstacles à surmonter. Il fallut descendre sur les pointes des rochers, entre lesquels la nacelle se trouvait serrée, pour la soulever et lui donner une autre direction : bientôt nons vîmes nos efforts couronnés d'un plein succès et nous arrivâmes dans la salle qui longe le *Dôme*. Le passage que nous venions de traverser, offrait une foule de stalactites admirables qui pendaient entre les fentes des rochers J'examinai alors plus attentivement le *Passage du Diable* et je vis qu'il était formé par un bloc de rocher d'une dimension prodigieuse, qui s'appuie d'une part sur le rocher derrière lequel nous venions de passer et de l'autre sur les débris du *Dôme*.

» Nous avançâmes ensuite avec la nacelle jusqu'aux *Deux Pyramides*. Il fallut descendre en cet endroit, à cause des débris de roc qui ferment le passage et cachent le cours de la Lesse l'espace d'environ trente mètres. En jetant de petites pierres entre les fentes, je les entendais rouler et tomber dans l'eau. La rivière redevient visible un peu plus loin, et

on peut la remonter jusqu'aux fissures étroites, d'où elle s'échappe; ainsi, à partir de ces fissures, on peut suivre son cours jusqu'à sa sortie de la grotte, c'est-à-dire, l'espace de 373 mètres.

» Après avoir contenté ma curiosité de ce côté, mon attention se tourna vers le *Dôme;* je pris les meilleurs guides pour me conduire jusqu'au sommet: la veille je m'étais fatigué inutilement en essayant d'y arriver avec des guides qui n'en connaissaient point encore les chemins. Nous montâmes pendant long-temps sur un amas de rochers entassés confusément, qui à chaque instant présentaient des vides effroyables et des précipices sur les bords desquels il fallait se traîner. Enfin, après bien des fatigues, nous atteignîmes le sommet: plusieurs personnes m'avaient accompagné et se trouvaient à des hauteurs plus ou moins grandes, selon le degré de leur curiosité; de sorte que la pyramide depuis son sommet jusqu'à sa base offrait un chemin lumineux, tracé au milieu des précipices qui nous environnaient: ce spectacle était vraiment imposant. Je levai mes regards vers la voûte, qui s'élevait au-dessus de moi à la hauteur de quatre mètres; elle était formée par une couche de pierre calcaire presque horizontale, qui s'appuyait d'une part sur une admirable stalagmite de plusieurs mètres de circonférence et de l'autre sur une partie du rocher: mais je ne pus apercevoir aucune racine d'arbre. Le plateau sur lequel je me trouvais, avait peu d'étendue et était couvert d'argile: cette terre formait sans doute le ciment qui était interposé entre les bancs du rocher, avant la terrible catastrophe qui produisit le *Dôme* et qui doit remonter à plusieurs siècles, si l'on en juge par les dimensions de la stalagmite dont j'ai déjà parlé. En descendant ensuite, j'entrevoyais les voûtes qui étaient

planes comme les plafonds d'une carrière. A une vingtaine de mètres environ du sommet de la pyramide, je vis une quantité de terreau, qui couvrait un espace assez grand et qui ne pouvait être tombé de la voûte que par une fente très-voisine de la surface extérieure de la montagne. J'élevai mon flambeau, mais je ne pus rien apercevoir ; la voûte était trop élevée. Sans doute de nouveaux éboulemens, en laissant passer la lumière, viendront ajouter quelque jour à la beauté et à l'horreur de cet étonnant ouvrage de la nature. L'imagination s'effraie, en considérant cette voûte colossale, qui soutient une forêt et dont une rivière ronge continuellement les soutiens.

» Ceux d'entre-nous qui avaient monté plus lentement que les autres et qui nous devançaient, avaient pris, en descendant, un chemin contraire sans s'en apercevoir : en suivant les rochers qui offraient moins de difficulté à leur descente, ils étaient parvenus au bas de la pyramide ; mais quand il fallut retrouver le point d'où nous étions partis, les guides cherchèrent autour d'eux d'un air indécis, bientôt ils se troublèrent et nous égarèrent de plus en plus : les pierres que nous jetions devant nous, allaient tomber dans l'eau qui coule au bas du rocher. Nous nous trouvions alors près de la partie de la Lesse qui est à gauche de la *Grotte du débarquement* : mais au lieu de nous diriger de ce dernier côté, nous suivîmes une direction opposée, et après avoir longé pendant quelque temps la roche qui s'élevait devant nous comme un mur, nous trouvâmes un passage étroit, semblable à celui qui conduit de la *Brèche* à la *Place de la Sentinelle.* Ces deux passages sont creusés dans le même banc de rocher, qui présente un marbre noir excessivement dur et entrecoupé de veines blanches : c'est au sortir de ce même

banc que la Lesse reparaît par des fissures étroites dans le *Coin du Chinois.* Il paraît que les eaux ont eu beaucoup de peine à se percer un chemin dans ce rocher; partout on trouve des traces de leur fureur : les flancs du roc sont rongés et sillonnés de trous profonds. Nous marchâmes assez long-temps dans ce chemin nouveau, et nous parvînmes enfin à une masse d'argile où il s'élargissait, et où la voûte devenait fort basse. En descendant, nous nous trouvâmes à notre grand étonnemeut près de la *Place de la Sentinelle* et dans la galerie qui conduit à la *Place d'Armes.*

» J'avais remarqué, en dressant le plan de la grotte, que l'eau qui traverse la *Salle d'Armes*, allait se perdre dans une galerie voisine de l'*Abîme.* Je voulus essayer s'il existait une communication entre les deux places. Nous nous partageâmes à cet effet en deux groupes; l'un resta dans la *Salle d'Armes*, tandis que l'autre passa l'eau et se rendit au fond de la *Salle du Trophée.* Nous parvînmes alors à nous parler distinctement : de sorte que l'eau qui se trouve dans l'*Abîme*, n'est autre que celle qui traverse la *Salle d'Armes* et qui va sans doute alimenter le courant dont je n'avais pu apercevoir le passage près de la *Grotte du débarquement.* En formant une légère embarcation, on pourrait descendre l'eau et explorer cette partie de la grotte qui est encore inconnue et qui offrirait sans doute de nouvelles curiosités. Je regrette beaucoup de n'avoir point étendu mes recherches de ce côté, pour vérifier si le banc de marbre, dont j'ai déjà parlé, oppose encore ici des obstacles à l'écoulement des eaux.

» Afin de reconnaître les différens passages de la grotte, j'examinais attentivement tous les coins, surtout ceux où l'argile s'était élevée en monceau. J'avais déja remarqué que

c'était un indice qui annonçait ordinairement un chemin. Après avoir dépassé le *Coin des Mamelons*, sur la gauche et dans un endroit où trois chemins viennent aboutir à la fois, je vis une large fente, au fond de laquelle se trouvait une grande quantité d'eau qui fermait le passage : après avoir cherché pendant quelque temps si elle ne communiquait point avec un courant, je parvins à découvrir un passage étroit derrière la *Galerie de l'Hirondelle*, et en le suivant j'arrivai près de la même eau que j'avais vue un instant auparavant.

» A l'entrée de la *Grande rue*, je laissai sur la gauche une large fente qui s'enfonce de douze à quinze mètres, mais dont la voûte s'abaisse tellement qu'on ne saurait aller plus avant : en face s'élevait un monceau d'argile; en y montant je parvins à une vaste salle, remplie de stalagmites : elle penche d'un côté et la voûte s'abaisse considérablement. On a peine à passer au milieu des nombreuses concrétions de chaux carbonatée. Cette place, nommée la *Grotte d'Antiparos*, communique avec la *Grotte de Priape* : toutes deux ont un fond de terre glaise; je doute qu'on y ait pénétré souvent : cette dernière surtout semblait sortir intacte des mains de la nature : aucun toucher profane n'avait encore entamé ses nombreuses stalagmites, qui s'élevaient comme une forêt de jeunes sapins dont on aurait coupé les têtes. Elles avaient d'un mètre à un mètre et demi de hauteur, sur une épaisseur de quinze à vingt centimètres; elles étaient portées sur un pied, qui s'appuyait sur la terre glaise sans y adhérer, de sorte qu'on pouvait les soulever sans peine et les placer ailleurs dans leur position primitive : elles tenaient si peu à l'argile, qu'en passant, le moindre frottement les faisait tomber. Au bout de cette place je vis un trou fort étroit; au fond duquel se trou-

vait de l'eau; l'entrée en était fermée par une grande quantité de stalagmites qui nous barraient le passage : un des guides en brisa quelques-unes et parvînt à passer avec les plus grandes difficultés; je passai après lui, et nous montâmes en nous traînant par un passage fort étroit, sans savoir où nous allions arriver. Je remarquai en même temps que le peu de flambeau qui nous restait était déjà presque consumé : je voulus retourner sur mes pas et en demander aux personnes qui nous accompagnaient; mais elles étaient déjà bien loin. Nous redoublâmes alors d'efforts, en remontant sur l'argile et nous attachant aux nombreuses stalagmites qui soutenaient la voûte : le moindre courant d'air pouvait éteindre notre flambeau et nous laisser dans l'obscurité la plus profonde; je pus alors me former une idée de l'horrible position du malheureux qui s'égare au milieu des ténèbres dans un pareil dédale. Le chemin s'élargissait cependant et bientôt nous nous trouvâmes, en descendant d'un monceau de terre glaise, dans une vaste galerie. Nous appelâmes; mais personne ne répondit à nos cris. En marchant encore quelque temps, nous nous trouvâmes au *Coin des mamelons*. Je reconnus alors le chemin et je vis que nous venions de suivre une fausse direction. En arrivant dans la grande rue, où se trouvait l'autre guide, notre flambeau s'éteignit : ces différentes circonstances m'ont empêché de revoir attentivement la *Grotte d'Antiparos ;* je pense qu'en examinant ses différens recoins, on y trouverait peut-être des communications avec l'eau qui vient du *Gouffre*. Nous laissâmes alors sur la droite un passage dont la voûte devenait si basse qu'on ne pouvait plus avancer : à quarante mètres de là, nous en trouvâmes un second. J'éprouvai les plus grandes difficultés à gravir le monceau d'argile qui en fermait l'entrée; enfin je parvins sur la hau-

teur, et je vis une grande quantité de pierres entièrement blanchies par les concrétions de chaux carbonatée qui couvraient leur surface. On pénétre difficilement jusqu'au bout de cette place, où l'eau ferme enfin le passage. »

« En sortant de ces cavernes profondes, on sent que la nature ne les a point creusées pour l'homme, qu'elle ne les a point destinées à lui servir d'asile. Avec quel plaisir on revoit le jour; avec quelle volupté on porte ses regards sur le mobile tableau des eaux et de la verdure! la nuit même la plus sombre offre alors des charmes. La veille j'étais sorti de la grotte après la fin du jour; c'était un spectacle vraiment admirable que celui d'une nuit pure et d'un ciel d'azur parsemé d'étoiles, au sortir de cette autre nuit que j'avais eue pendant toute une journée dans un antre ténébreux, qui n'était éclairé que par la sombre lueur des flambeaux. Je sortais d'un air humide et chargé de vapeurs, tandis que celui que je respirais était pur et raffraîchi par le gaz salutaire qu'exhalaient les plantes. »

Lorsqu'après avoir traversé la montagne, on veut revenir au village de Han, il se présente un chemin par-dessus la grotte, entre l'ancienne et la nouvelle entrée de la Lesse : la montée est très-rude. En approchant du sommet nous vîmes quelques polypolithes, répandus à la surface de la terre : nous aperçûmes aussi quelques couleuvres qui à notre approche se glissaient dans les broussailles. Une *couleuvre vipérine* (1) entourée de trois jeunes, osa seule nous attendre; sa longueur était d'environ huit décimètres.

La base du rocher peut avoir 4940 mètres de tour. Le sommet s'élève à 92 mètres au-dessus du vallon de la Lesse

(1) Latreille. Hist. Natur. des vipères.

et à 280 mètres au-dessus de la mer. Il est couvert de trois à quatre mètres de terre argileuse très-propre à la végétation : nous y avons rencontré beaucoup de nos plantes forestières aussi vigoureuses qu'elles pourraient l'être dans les bois autour de Bruxelles. Il y en avait en outre plusieurs autres que l'on ne trouve pas communément dans nos contrées, telles sont le *panicum viride*, L., *salvia pratensis*, L., *pulmonaria officinalis*, L., *asclepias vincetoxicum*, L., *gentiana amarella*, L., *euphorbia cyparissias*, L., *aquilegia vulgaris*, L., *teucrium chamædris*, L., *melissa calaminta*, L., *digitalis ferruginea*, L., *impatiens noli tangere*, L., près de l'eau à la sortie de la grotte; *orchis bifolia*, L., variété à très-larges feuilles, *tamus communis*, L., etc. etc.

Les rochers situés entre Han et Rochefort alimentent encore la *scabiosa tenuifolia*, L., *asperula arvensis*, L., *alchimilla vulgaris*, L., *anagallis cærulea*, L., *Buplevrum falcatum*, L., *cucubalus behen*, L., *Euphorbia Lathyris*, — *sylvatica*, — *palustris*, et *Cyparissias*, L., *cystus serpillifolius*, L., *helleborus fœtidus*, L., *teucrium botrys*, L., *galeopsis angustifolia*, Hofm. Fl Germ., *betonica officinalis*, L., *melampyrum arvense*, L., *malva alcea*, L., *carduus acaulis*, L., etc. La chicorée sauvage *cichorium intybus*, L., que la culture a propagée chez nous, paraît indigène de ce pays, nous en avons trouvé dans des lieux qui ne présentaient à une grande distance aucune apparence de culture.

La Lesse n'est pas la seule rivière des Ardennes qui se soit frayé un passage à travers les rochers; l'Homme ou l'Omme quitte son lit près de Gemelle à trois quarts de lieue à l'orient de Rochefort, entre dans les montagnes et en sort après une demi-lieue de trajet sous terre : arrivée près de Rochefort, cette rivière rentre de nouveau dans une montagne et passe-

rait toute entière sous la partie méridionale de la ville, si on ne la forçait de suivre son ancien lit, quand les eaux ne sont pas trop grosses, pour l'entretien des moulins et pour l'usage des habitans. Les eaux parcourent ce conduit souterrain jusqu'à Eprave à une lieue sud-ouest de Rochefort; d'où, après un très-court trajet, elles se jettent dans la Lesse.

Si ces cavernes de Gemelle, de Rochefort et d'Eprave ne jouissent pas d'autant de célébrité que celle de Han, c'est qu'elles sont moins apparentes, et que les habitans ne paroissent pas se soucier de les faire connaître : nous aurions entièrement ignoré leur existence, si M. Colignon fils, docteur en médecine, n'eut eu la complaisance de nous les indiquer. On peut y pénétrer , elles contiennent de belles stalactites , surtout celles qui entourent la sortie de l'Homme près d'Eprave. Ces cavernes pour les circonstances physiques ressemblent beaucoup à la grotte de Han. M. Colignon nous apprit également que derrière sa demeure, on remarquait autre fois dans la roche calcaire une excavation considérable, dans laquelle on entrait sans peine, mais qu'une nuit un éboulement subit en ferma l'entrée et fit trembler tous les habitans de Rochefort par le bruit affreux qu'il occasionna. Aujourd'hui les restes de cette excavation sont devenus le repaire des renards. Il ajouta encore que chaque année ses jardins baissent d'une manière fort sensible et qu'il attribuait cet affaissement aux cavités souterraines qui semblent s'étendre sous Rochefort. Nous reçumes aussi des renseignemens sur le trou *d'On* qui se trouve dans le voisinage de Marche. Comme tous les autres il est formé dans la roche calcaire : on y pénètre difficilement ; les passages en sont fort étroits , du reste il est loin d'offrir les curiosités de la grotte de Han.

La grotte de Remouchant, à deux lieues et demie sud-ouest de Spa, est de toutes les grottes du pays celle qui mérite le plus d'être comparée au trou de Han; nous n'en exceptons pas même la grotte de Freyr, dont il sera parlé plus loin. Elle est aussi traversée par un ruisseau, qu'on retrouve deux fois dans l'intérieur de la montagne, quoiqu'on ne puisse pas pénétrer fort avant. Il serait facile avec un peu de hardiesse de remonter le courant sous l'arcade, par laquelle il se montre la première fois, et de découvrir ainsi de nouvelles places. Par là, la grotte de Remouchant deviendrait peut-être digne d'être nommée après celle de Han, qu'on peut citer comme une des plus belles qui existent. Nous ne prétendons point comparer ici la grotte de Han à celle d'Antiparos que nous ne connoissons point; mais en lisant la relation de Tournefort, on peut se convaincre qu'on doit trouver à Han des beautés qu'on chercherait en vain à Antiparos : nous ne parlons point des stalactites, les deux grottes en renferment d'également belles; mais des accidens nombreux, des phénomènes divers que produit la Lesse dans son cours souterrain, mais des vastes dimensions des places et des galeries, des communications qui existent entre les deux flancs de la montagne, et enfin des nombreuses cavités latérales qui font de l'intérieur de la caverne un dédale immense.

Les montagnes que l'Homme traverse, appartiennent comme celles de la Lesse aux roches de transition : nous les avons suivies dans plusieurs directions et particulièrement vers St-Remy, d'où l'on tire ce marbre rouge, veiné de blanc, de vert et de bleu qui est un des plus beaux de l'Europe. La carrière s'élève à 65 mètres au-dessus du niveau de l'Homme et à 271 mètres au-dessus de la mer. Malheureusement les moyens de transport sont trop difficiles et la carrière paraît

être entièrement abandonnée. Nous eûmes la curiosité de la voir : il fallut monter pendant long-temps et nous parvînmes enfin à un chemin couvert de ronces que nous jugeâmes être la principale entrée. Nous eûmes beaucoup de peine à avancer, et bientôt l'eau nous empêcha de pénétrer plus avant : l'exploitation avait eu lieu en plein air, les murs d'une hauteur considérable descendent perpendiculairement dans les eaux qui croupissent à leur pied. Pour faciliter l'écoulement de ces eaux, on a pratiqué plusieurs rigoles dans les flancs de la montagne, mais à ce qu'il paraît, sans aucun succès : il fallut donc pour voir la carrière, gravir péniblement une partie de la roche et se glisser au milieu des arbustes et des ronces qui la couvrent; bientôt notre œil put plonger sans obstacle dans l'intérieur de cet abîme, dont l'aspect est vraiment effrayant. Nous ne pûmes nous empêcher de regretter l'état d'abandon où se trouve la carrière, en considérant la beauté du marbre et l'épaisseur des bancs. Cette montagne renferme ainsi que celles de Rochefort, de la galène, du fer sulfuré et hydraté dont on a commencé l'extraction, mais qui est abandonnée aujourd'hui à cause de la difficulté du transport et de l'éloignement des usines : elle est très-bien boisée et nourrit, outre plusieurs des végétaux des environs déjà nommés, la *gentiana cruciata, — amarella*, L., *viburnum lantana,* L., *sambucus racemosa,* L., *rumex scutatus,* L., cette plante abonde sur tous les rochers, *cratægus torminalis,* L., *aquilegia vulgaris,* L., *clinopodium vulgare,* L., variété très-petite à fleurs blanches, *Carlina vulgaris,* L., etc. Il y a aussi une variété vivipare du *juncus aquaticus,* Leers fl. herb., très-abondante sur les bords du ruisseau qui longe le chemin au bas de la montagne. Ce ruisseau est alimenté par un amas d'eau qui a inondé la mine de plomb; elle est chargée

de chaux carbonatée et forme en peu de temps des incrustations sur les feuilles et les tiges des plantes, exposées à son contact.

En remontant jusqu'aux sources de l'Homme et de la Lesse, on les trouve rassemblées avec celles de la branche occidentale de l'Ourt et de la Vire ou Vierre dans un espace d'environ trois quarts de lieue, et séparées les unes des autres par les bruyères de Neufvillers et de Libramont. Ce rapprochement semble indiquer que ces rivières sont les restes d'anciens courans qui descendaient des montagnes des Vosges, et qu'elles ont une origine commune avec la Sarre, la Moselle, la Meuse et autres fleuves qui en descendent encore aujourd'hui. Le vallon entier de la Lesse a visiblement servi de bassin à l'un de ces courans, dont les eaux refoulées par celles de l'Homme et resserrées entre des rochers près de Lesive et de Jambeline, ont dû remplir ce vallon jusqu'à ce qu'une alluvion sablonneuse est venue l'interrompre vers l'embranchement de ces rivières dans les lieux qui n'en retiennent plus que les sources. Le rocher de Han formait alors une île au milieu de ce bassin, et il est probable que le premier passage de l'eau par l'*ancienne entrée* date de l'époque où ce courant dans toute sa force était repoussé par le rocher de Bonnevaux ou Bauneveaux et dirigé sur celui de Han. Des rainures horizontales, larges et profondes de plusieurs lignes existent à diverses hauteurs sur les tranches du roc dans ce passage ancien et attestent que les eaux l'ont traversé rapidement et long-temps au niveau de ces rainures. Une fosse que nous trouvâmes creusée près de cette *ancienne entrée,* dans le canal des grandes eaux, fournit à l'appui de notre raisonnement une preuve, que nous oserions nommer matérielle. Elle présentait à deux mètres de profondeur et au niveau absolu de l'entrée, un lit de quatre déci-

mètres d'épaisseur, composé de gros gravier, de fragmens de quartz, de jaspe, de grès, de néopètre, etc., usés et arrondis par le roulement sur les angles et semblables en tout au lit du passage ancien, à celui de la Lesse, de l'Homme et de la Meuse. Ces fragmens n'appartiennent pas aux pays que ces rivières parcourent actuellement : ils doivent y avoir été apportés des contrées plus éloignées et dès le temps que les eaux se sont frayé une route vers la mer, puisque depuis son nouveau passage par la grotte du *Gouffre,* la Lesse à quelqu'élévation qu'elle soit parvenue, n'a plus charié que de l'argile et quelques débris de roches argileuses.

L'intérieur de la caverne ne laisse aucun doute sur ce fait : l'argile est amoncelée dans les passages actuels de l'eau en quantité telle, qu'elle ne peut y être venue que par des transports tumultueux, car ce qui perce de l'extérieur par quelques petites fentes dans la voûte, ne peut être mis en compte; tandis que dans les couloirs anciens, distingués par leur sol généralement plus élevé, couvert de gravier et de débris des roches primitives, par le peu de hauteur de leurs voûtes et leur peu de largeur proportionnellement à leur longueur en ligne droite, cette terre ne se trouve que dans quelques coins obstrués, où l'eau demeure tranquille, et qui semblent communiquer plus ou moins médiatement avec la *Grotte du Gouffre* puisqu'ils sont presque tous situés de ce côté. L'extérieur en fournit une preuve non moins palpable; le lit ancien et rocailleux qui conduisait jadis l'eau dans l'entrée aujourd'hui sèche, existe comme nous l'avons dit plus haut, à deux mètres au-dessous du canal actuel et à trois mètres au-dessus du niveau de la *Grotte du Gouffre :* la majeure partie de l'eau et de l'argile qu'elle entraîne est donc reçue dans le *Gouffre :* le surplus ne gagne l'*entrée ancienne* que graduel-

lement et après s'être éclaircie par le repos qu'elle éprouve dans l'intervalle d'une entrée à l'autre, et c'est par ces dépôts successifs que le vallon entier a été couvert d'une couche d'argile de deux mètres d'épaisseur.

Nous ne prétendons pas que la Lesse ait commencé le transport de l'argile précisément à l'époque de l'enfoncement de la *Grotte du Gouffre;* nous croyons au contraire que ce transport a commencé plusieurs siècles auparavant, et que la rivière en avait même déposé dans toute l'étendue de son bassin : mais ce transport et ce dépôt n'ont eu lieu que quand l'eau du bassin avait déjà éprouvé un abaissement considérable par suite de l'interruption du grand courant ; à peine suffisante pour couvrir une vallée de cinq cents mètres de largeur moyenne, elle n'arrivait à la grotte que dans les crues extraordinaires; dans d'autres circonstances, elle suivait le côté oriental du rocher, jusqu'à son extrémité nord, tournait ensuite à l'occident, et rentrait dans le lit actuel de la Lesse, près du pont de Han, au nord-ouest du village (1). Elle a laissé dans ce trajet des traces évidentes d'un long passage que l'enfoncement du terrain, depuis l'intérieur de la grotte jusqu'au lit de la rivière a interrompu. Cet enfoncement, qui paraît récent, et qui l'est en effet en comparaison des autres événémens qui l'ont

(1) Nous avons appris depuis que l'on avait cherché à rendre la Lesse navigable en creusant son lit, et en lui fesant reprendre son ancienne direction autour de la montagne. M. Pirart, jeune géomètre d'un grand mérite et qui depuis a péri malheureusement, avait été chargé de faire un rapport à ce sujet. Ce travail aurait sans doute procuré de grands avantages au pays, mais il nécessiterait de fortes dépenses et offrirait peut-être des résultats peu satisfaisans.

précédé, est déjà cependant fort ancien; nous sommes même disposés à croire qu'il est antérieur à l'histoire écrite de la contrée, puisqu'aucun document connu ne marque le cours de la rivière à travers le vallon. Mercator (1) en a dessiné l'interruption dans une carte du Luxembourg, ainsi que celle de l'Homme près de Rochefort et Gemelle, mais dans le texte il n'en dit rien; il est vrai que Mercator écrivait il y a seulement deux siècles, qui ne font que deux points imperceptibles dans les annales de la nature.

Quant aux événemens antérieurs, ils sont les résultats probables des causes générales qui ont opéré d'une extrémité de la terre à l'autre. Les rochers des Ardennes, placés sur la déclivité des montagnes des Vosges, paraissent avoir été produits immédiatement après le relèvement de cette chaîne primitive et avant que la cause de ses révolutions eut cessé d'agir ; leurs bancs notoirement formés horizontaux, ont été tourmentés ensuite et mis sous divers angles d'inclinaison, même dans des positions à peu près verticales. Leurs déchirures, leurs crevasses, les cavernes qu'ils renferment souvent à des hauteurs, où les eaux après leur retraite générale n'ont jamais pu être portées, comme on peut s'en convaincre le long de la Meuse, déposent qu'elles ne sont point la cause efficiente de ces cavernes, mais qu'elles sont venues postérieurement occuper les vides que les couches avaient laissés après leurs bouleversemens.

Le rocher de Han, objet principal de nos recherches, confirme cette hypothèse autant que le comportent des sujets de cette nature. Si l'eau seule avait dû l'excaver, elle se

(1) Géographie, vol. 1, pag. 398, édition de 1609.

serait bornée à laver ses bancs, à transporter ailleurs les lames de terre qui se trouvaient dans leurs interstices; les bancs se seraient ensuite posés immédiatement les uns sur les autres et la somme de tous les affaissemens réunis aurait diminué la hauteur du rocher d'un ou de deux mètres, de trois ou de quatre, si l'on veut, en y comprenant quelques parcelles du roc que l'eau aurait dissoutes et emportées à la longue; mais comment serait-elle parvenue à creuser ces dômes de 20 et 30 mètres d'élévation, ces salles de 800 et 900 mètres carrés, ces rues de 100 mètres de longueur? Il est donc évident que le rocher qui constituait une masse continue de pierres d'énormes dimensions, se succédant à la profondeur de plusieurs centaines de mètres en terre, n'aurait jamais pu s'excaver à ce point, s'il n'y avait eu au-dessous de lui un espace capable d'engloutir de proche en proche une masse équivalente à celle qui s'est détachée de sa partie élevée au-dessus du sol. L'action de l'eau quelque violente qu'on la suppose, se sera donc bornée à élargir certains passages, à causer des petits éboulemens partiels et à creuser quelques canaux étroits.

Ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer, la Meuse est contemporaine de la Lesse et descend aussi des Vosges; son lit est couvert de la même alluvion des montagnes que celui de la Lesse; et, comme cette dernière rivière, elle dirige une grande partie de son cours entre des roches de transition dont la majeure partie est calcaire. Leurs bancs, aussi irrégulièrement inclinés que ceux des rochers des Ardennes, décèlent qu'elles sont de même âge, qu'elles ont été soumises aux mêmes commotions; leur élévation à pic, leurs directions correspondantes sur les deux rives de la Meuse annoncent que depuis l'origine de ce fleuve, elles en ont con-

tenu les eaux. Elles renferment des cavités, des antres et des grottes, parmi lesquelles celle de Freyr jouit d'une certaine célébrité ; son plein pied est élevé d'environ vingt-quatre mètres au-dessus du niveau de la Meuse, elle est creusée dans la partie supérieure déclive d'une montagne calcaire, entre des bancs qui paraissent avoir été bouleversés et crevassés en divers sens : la pierre en est d'une dureté moyenne, de couleur grise plus ou moins blanchâtre ou jaunâtre ; elle constitue le *marmor margodes* et *vulgatum* du Systema naturæ, espèce de marbre commun que Haüy nomme *chaux carbonatée compacte.*

Les travaux exécutés ou que l'on exécute journellement dans cette grotte ne permettent point de nous étendre sur sa structure primitive. L'art peut avoir ajouté aux agrémens, mais il a dérogé à coup sûr à l'architecture majestueuse, à l'imposant désordre de la nature. Il paraît néanmoins que la plupart des passages inférieurs étaient originairement des fentes dans le rocher, remplies ensuite de terre et de fragmens de pierres par des petits éboulemens qui semblent y être fréquens, peut-être à cause des changemens qu'on y fait, puisque nous avons entendu des morceaux rouler du haut de la voûte jusque dans la place que le guide nommait la *Salle de spectacle :* cette grotte a 104 mètres de longueur; elle est conséquemment environ onze fois plus petite que celle de Han.

Il y a de fort belles stalactites : dans une des dernières salles on remarque surtout deux stalagmites, qui s'élévent dans le centre comme deux colonnes, l'une a plus de trois mètres et demi d'élévation sur un mètre de circonférence : nous ne nous rappelons pas d'en avoir vu d'aussi grandes dans la

grotte de Han; mais le plus rare, le plus curieux de tous les objets que cette grotte contient est certainement un champignon, *agaricus rotula* L., devenant fossile par l'imbibition d'une eau chargée de chaux carbonatée, qui tombe goutte à goutte sur son chapeau et dont les atômes pierreux sont incorporés dans son tissu. Nous le trouvâmes dressé sur son pied et paraissant en pleine croissance à gauche près de la porte de la grotte; il était déjà assez dur pour résister au tact modéré; dans la crainte que quelque main sacrilège ne vînt l'arracher, nous l'entourâmes de petits éclats de pierre pour en assurer la conservation. Cette production, peut-être, unique, prouve contre l'opinion généralement reçue, que les corps organisés mous sont susceptibles de se pétrifier, puisqu'un individu végétal, dont l'existence est limitée à très-peu de jours, était déjà parvenu au point que sa décomposition spontanée paraissait peu vraisemblable. Ce champignon nous apprend que des corps semblables, stalactitifiés comme celui-ci, ont pu être enveloppés, aux époques les plus reculées, par des masses de pierres, et parvenir jusqu'à nous avec tous leurs caractères physiques.

L'air de cette caverne ne contient aucun principe nuisible, mais il est extrêmement froid et humide. Le thermomètre de Réaumur qui marquait 15 degrés à l'air libre, à l'ombre et au nord, descendit en vingt minutes à 8 degrés; et l'hygromètre de Deluc y indiquait 84°, ce qui revient après correction à 42 3/4 grains d'eau dissoute par mètre cube d'air, ou 14 1/4 grains par mètre cube de plus que l'air extérieur, à la température de 8 degrés au-dessus de zéro, n'en prendrait pour sa saturation.

Un bois touffu surmonte la montagne; le buis, *buxus semper virens* L., y est très-abondant, ainsi que sur toutes les

hauteurs voisines. Le lérot, *mus nitela*, L., espèce de rat de montagne qui se nourrit de fruits, la couleuvre commune ou anguille des haies, *coluber natrix*, L., et la salamandre, *lacerta salamandra*, L., y sont aussi communs. Au bas de la grotte, sur les rives de la Meuse, nous avons trouvé le *senecio viscosus*, L., *inula britannica*, L., *galeopsis cannabina*, L., *reseda lutea*, L., *Euphorbia palustris*, L. Ce dernier y est fort abondant.

Les rochers calcaires, qui descendent la Meuse, sont interrompus près de Godinne, par une formation de grès, qui s'étend sur les deux rives du fleuve dans la direction du sud-sud-est au nord-nord-ouest : elle paraît commencer aux environs de Dorinne, passer par Profondeville et la forêt de Marlagne, jusqu'aux rives de la Sambre, près de Malogne où il y a une carrière en exploitation. Ce grès est quartzeux à ciment argillo-ferrugineux; les bancs sont dans une situation parfaitement horizontale, et il repose à Profondeville immédiatement sur le Grauwakke. Quoiqu'il appartienne aux roches de transition, sa formation doit dater d'une époque bien postérieure à celle du calcaire, puisque son dépôt a eu lieu, lorsque les commotions, que le calcaire a éprouvées, avaient entièrement cessé.

La Sambre paraît terminer cette formation de grès : au nord de cette rivière, le calcaire constitue la majeure partie du terrain; il y contient, comme à St.-Remy et à Rochefort, du fer sulfuré et hydraté; de la blende et de la galène que l'on exploite à Védrin, hameau dépendant de la commune de Frisée, à une lieue de Namur. La découverte de cette mine date de l'an 1619; mais l'exploitation régulière ne commença qu'en 1632; elle fut abandonnée en 1792 et enfin re-

prise en 1806. Le filon traverse les bancs de la roche calcaire et se dirige du sud-sud-ouest au nord-nord-est, depuis St.-Marc jusqu'au-delà de la Mozée, sur une étendue de 2500 mètres environ : le minerai s'y trouve en grosses et en petites boules, ou en grains plus ou moins fins, enveloppés d'une gangue de fer hydraté ocreux ou compacte, de fer sulfuré et d'argile. Les boules sont formées de galène à larges facettes; les grains constituent un mélange de plomb oxidé et carbonaté. On mêle ces minerais avec des *schlames* ou résidus des anciens travaux, dans des proportions telles, que le produit de chaque fonte qui est de 3000 livres rapporte au moins 30 pour cent de plomb.

On retirait autrefois du soufre par la distillation du fer sulfuré, que la mine contient assez abondamment; mais le bas prix de cette matière a fait abandonner cette extraction; on se contente aujourd'hui de le faire effleurir à l'air et de le lessiver ensuite pour en tirer par cristallisation le sulfate de fer ou vitriol vert de commerce. On trouve encore aux environs de Védrin du sable blanc, qu'on lave pour la verrerie de Vonèche, de la houille de transition dont on se sert dans l'usine, etc. (1)

---

(1) M. Mary, directeur des travaux et exploitations, et M. Boesnel, ingénieur des mines, ont eu la complaisance de nous accompagner à Védrin, et de nous montrer dans le plus grand détail les beaux établissemens qui s'y trouvent. Nous saisissons cette occasion pour leur témoigner notre reconnaissance ainsi qu'à M. Jacmart, en ce moment recteur à l'Université de Louvain, qui a bien voulu nous accompagner à Han, et dont les profondes connaissances nous ont été d'un grand secours; enfin à M. Heliodore Bauchau de Namur, qui nous a donné des renseignemens précieux sur plusieurs objets relatifs à notre voyage.

Nous finirons cette relation en citant les noms de quelques plantes remarquables, trouvées dans les environs de Namur.

Veronica nummularia, L., véronique à feuilles de numulaire, à Frisée, près de Védrin.

Potamogeton natans, L., dans la Meuse, près des Grands-Malades.

Corrigiola littoralis, L., dans les rocailles de la Meuse, près de Profondeville.

Alchimilla vulgaris, L., à Marches-les-Dames.

Sambucus racemosa, L., sureau à grappes, près des remparts de Namur, entre les portes de Louvain et de Bruxelles.

Dianthus Carthusianorum, L., œillet des Chartreux, sur les rochers des Grands-Malades.

Sedum rupestre et Sedum reflexum, L., avec la précédente.

Euphorbia esula, L., esule, près de Marches-les-Dames.

Cistus helianthemum, L., sur la route de Védrin.

Geranium moschatum, L., aiguille à berger, abondant sur le chemin de Marches-les-Dames.

Galeopsis grandiflora, Hofm. fl. germ., entre les pierres, près des Grands-Malades.

Centaurea scabiosa, L., près de Marches-les-Dames.

Centaurea calcitrapa, L., partout le long de la Meuse.

PLAN
DE
LA GROTTE DE HAN

Dressé par Quetelet le 11 octobre 1822